СТАТЬИ

УДК 556
DOI 10.17513/use.38309

К КОРРЕКТНОСТИ ОЦЕНКИ РАЗМЕРОВ ВЗВЕШЕННЫХ ЧАСТИЦ В РУСЛОВЫХ ПОТОКАХ

Лепихин А.П., Синцова Т.Н.

ФГБУН Горный институт Уральского отделения Российской академии наук, Пермь, e-mail: tanya_sinzova@mail.ru

Цель исследования – провести оценку эффективности расчетных зависимостей транспортирующей способности русловых потоков. В данной работе рассмотрены причины высокой погрешности расчетных соотношений, используемых для оценки транспорта наносов в русловых потоках. Показано, что данные погрешности связаны в первую очередь с особенностью задания размеров транспортируемых частиц. В экспериментальных лотках, где вариация размеров частиц минимальна, соответственно, и погрешность расчетных соотношений минимальна. В то же время естественные водотоки, как правило, характеризуются значительной неоднородностью размеров частиц, при этом, что принципиально важно, размеры транспортируемых частиц входят в знаменатель расчетных соотношений. Включение случайных параметров в знаменатель расчетных соотношений, как показано в работе, принципиально изменяет характер статических распределений рассматриваемых соотношений. При достаточно высоких значениях коэффициентов вариации размеров транспортируемых частиц $C_v \geq 1$, статистические функции распределения приобретают «тяжелые хвосты», принципиально влияющие на их статистическую оценку. При этом традиционные параметрические методы оценки становятся совершенно неэффективными. Предложено для повышения эффективности расчетных зависимостей транспортирующей способности русловых потоков использование более корректных оценок характерных размеров транспортируемых частиц.

Ключевые слова: транспорт, взвешенные наносы, распределения с «тяжелыми хвостами», транспортирующая способность русловых потоков

Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ в рамках государственного задания (рег. номер НИОКТР: 124020500053-6).

TO THE CORRECTNESS OF ESTIMATING THE SIZES OF SUSPENDED PARTICLES IN CHANNEL FLOWS

Lepikhin A.P., Sintsova T.N.

Mining Institute of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, Perm, e-mail: tanya_sinzova@mail.ru

The aim of the study was to evaluate the effectiveness of the calculated dependencies of the transport capacity of channel flows. The reasons for the high error in the calculated ratios used to estimate the transport of sediments in channel flows are considered. It is shown that these errors are associated, first of all, with the peculiarity of setting the sizes of transported particles. In experimental trays, where the particle size variation is minimal, respectively, and the error in the calculated ratios is minimal. At the same time, natural watercourses, as a rule, are characterized by a significant heterogeneity of particle sizes, while, which is of fundamental importance, the sizes of transported particles are included in the denominator of the calculated ratios. The inclusion of random parameters in the denominator of the calculated ratios, as shown in the work, fundamentally changes the nature of the static distributions of the ratios under consideration. At sufficiently high values of the coefficients of variation of the sizes of transported particles $C_v \geq 1$, the distributions acquire "heavy tails", which fundamentally affect their statistical evaluation. At the same time, traditional parametric estimation methods become completely ineffective. It is proposed to increase the efficiency of the calculated dependences of the transporting capacity of channel flows to use more correct estimates of the characteristic sizes of transported particles.

Keywords: transport, suspended sediments, "heavy tails" distributions, transport capacity of channel flows

The study was carried out with the financial support of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation within the framework of a state assignment (reg. number: 124020500053-6).

Введение

При решении широкого круга задач, связанных как с использованием и охраной поверхностных водотоков, так и с минимизацией вредного влияния вод, требуется оценка их транспортирующей способности по отношению как к взвешенным, так и влекомым наносам. В настоящее время прилагаются значительные усилия в исследовании этого вопроса, предлагается значительное количество различных аналитических расчетных соотношений. В то же время в монографии 1990 г. [1]. К.В. Гришанин писал: «Сегодня при применении формул расхода влекомых наносов к естественным потокам приходится встречаться с ошибками, исчисляемыми десятками, а иногда и сотнями процентов». Более того, в настоящее время все больше появляется работ, в которых авторы утверждают, что расчетные соотношения, полученные и отработанные на отдельных реках, тем более на экспериментальных лотках, очень трудно переносятся на другие водотоки, дают при таком переносе неприемлемо высокие погрешности [2–4] и др. В связи с этим стали появляться технологии, не включающие в себя такой, казалось бы, определяющий параметр, как размер транспортируемых частиц d [4].

В то же время при построении большинства расчетных соотношений, как правило, принимается, что исходные определяющие параметры задаются с достаточно высокой надежностью, погрешность их задания меньше, чем погрешность определения расчетных значений. К сожалению, данное условие нередко не выполняется, и исходные параметры задаются со значительной погрешностью. Состав транспортируемых частиц также характеризуется весьма существенной неравномерностью. Данные факторы могут очень существенно влиять на точность, надежность предлагаемых расчетных соотношений.

Материалы и методы исследования

При решении очень широкого круга гидрологических и водохозяйственных задач очень часто возникает задача оценки рассматриваемого параметра $x(t)$ по его ограниченной выборке. При решении практических задач, как правило, в первом приближении принимается, что $x(t)$ описывается нормальным распределением, а сами оценки являются робастными. В этом случае наилучшей оценкой определяющего параметра является среднее арифметическое значение, имеющее при данном объеме выборки минимальную погрешность. Однако в очень многих задачах $x(t)$ входит в знаменатель расчетных соотношений, то есть $1/x(t)$. В то же время хорошо известно, что

$$\overline{\frac{1}{x(t)}} \neq \frac{1}{\overline{x(t)}}, \qquad (1)$$

при этом величина $1/x(t)$ описывается обратным нормальным распределением [5, 6], для которого не существует первого, второго и более высоких моментов. В данной работе в качестве такого параметра рассматривается размер транспортируемых наносов d. При эйлеровом подходе в любой фиксируемой точке потока изменение размеров транспортируемых наносов будет представлять собой случайный процесс с определенным статистическим описанием. В то же время сами размеры частиц являются определяющим параметром, характеризующим транспортирующую способность водотока.

Аналитические расчетные зависимости являются основным рабочим инструментом в большинстве прикладных, инженерных областей знаний. От корректности данных соотношений зависят все последующие управленческие решения. При этом принципиальное значение приобретает оценка погрешностей рассматриваемой расчетной зависимости, исходя из погрешностей задания исходных параметров.

При этом, если расчетный показатель P, определяемый через N непосредственно измеряемых параметров, то есть $P = f(X_{1,\ldots,}X_N)$, а погрешности их определения характеризуются нормальным распределением, то дисперсия оцениваемого показателя будет составлять

$$\sigma_p^2(N) = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\sigma_{M_i}^2\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 + 2R_{i,j}\frac{\partial f}{\partial x_i}\frac{\partial f}{\partial x_j}\sigma_{M_i}\sigma_{M_j}. \qquad (2)$$

Так как

$$\frac{1}{f}\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial \ln f}{\partial x}, \qquad (3)$$

то относительная погрешность оценки будет, соответственно,

$$C_{vp}^2 = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}C_{vM_i}^2\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2 + 2R_{i,j}\frac{\partial f}{\partial x_i}\frac{\partial f}{\partial x_j}C_{vM_i}C_{vM_j}. \qquad (4)$$

При этом расчетные соотношения (3) и (4) являются неэффективными при $\sigma^2_{р} \geq \sigma^2_{пр}$, где $\sigma^2_{р}$ – приемлемая дисперсия для принятия управленческих решений, $\sigma^2_{пр}$ – погрешность рассматриваемой зависимости. При этом возникает задача найти такое соотношение определяющих параметров, чтобы $\sigma^2_р$ было бы минимально и удовлетворяло требованию

$$\sigma^2_р < \sigma^2_{пр}. \quad (5)$$

Поэтому в первую очередь необходима оптимизация выбора определяющих параметров.

Как следует из соотношения (2), для уменьшения дисперсии оцениваемого параметра в расчетных соотношениях должны иметь место статистически независимые параметры. В установившихся прямолинейных водотоках основные морфометрические и динамические параметры потока тесно связаны, что приводит к существенному снижению количества определяющих параметров. Так, наиболее известное соотношение для оценки концентрации взвешенных наносов, г/м³ [7], имеет вид

$$S_{вз} = k_{вз} \frac{V^3}{g \cdot \omega(d) \cdot H}. \quad (6)$$

При использовании соотношения Шези для оценки средней скорости потока V и уравнения Штриклера – Маннинга для параметризации коэффициента Шези, а для гидравлической крупности частиц – квадратичного закона сопротивления имеем

$$\omega(d) \sim \sqrt{g \cdot d}. \quad (7)$$

При данных допущениях расчетное соотношение (6) существенно преобразуется и принимает следующий вид

$$S_{вз} \sim A / d, \text{ где } A = k_{вз1} \cdot H \cdot I^{3/2}, \quad (8)$$

где I – уклон водной поверхности, б/р; $k_{вз1}$ – параметр, г/м³.

При этом уклон водной поверхности является значительно более инерционным показателем динамики потока в отличие от значений локальных скоростей потока. В большинстве расчетных соотношений для оценки расхода влекомых наносов также используют в качестве определяющих параметров скорость и глубину потока, а также размеры транспортируемых частиц [3, 4, 8]. Современные обзоры расчетных соотношений по оценке влекомых наносов даются в работах [9, 10].

Следует заметить, что, вне зависимости от конкретной рассматриваемой модели переноса, интенсивность транспорта частиц должна определяться двумя группами факторов – гидравлических, определяемых динамикой потока, и дисперсионным составом частиц. Соответственно, дисперсия расчетных соотношений также будет определяться особенностями задания этих параметров.

В связи с этим возникает принципиальный вопрос, что является определяющим фактором в формировании повышенной дисперсии при оценке потока наносов? Если перемещение, транспорт наносов определяется из соотношений действующих на частицу силы тяжести и подъемной динамической силы, то зависимость расхода наносов от размера транспортируемых частиц должна иметь в первом приближении следующий вид

$$q_s = \frac{q_0}{d^{\alpha}}, \quad (9)$$

при этом $1 \le \alpha \le 2$. В достаточно общем случае гидравлическая крупность частиц представляет собой скейлинг от размера частиц

$$\omega(d) \sim A_1 \cdot d^{-\alpha(D)}. \quad (10)$$

В зависимости от режима осаждения частиц определяемого числом Бонителли D возможен как квадратичный режим турбулентного осаждения $\alpha(D) = 1/2$ (при $D >> 1$), так и ламинарного осаждения $\alpha(D) = 2$ (при $D << 1$). Таким образом, определяющий параметр для транспорта наносов – размер частиц – входит в знаменатель расчетных соотношений, и при этом размер частиц наносов представляют собой случайную величину, распределение которой существенно отличается от нормального. При этом наличие случайного параметра в знаменателе расчетных соотношений принципиально влияет на характер статистических функций распределения: $S_{тр}(d)$, $q_{вз}(d)$, $q_{влк}$.

Для описания функций распределения скорости осаждения частиц, описываемых соотношением (10), следует воспользоваться соотношением для нелинейного преобразования случайного процесса [5], функция распределения будет описываться как

$$P_z(z) = P_x\left(f^{-1}(z)\right)\left|\frac{d\left(f^{-1}(z)\right)}{dz}\right|, \quad (11)$$

где $f(z)$ – нелинейная функция преобразования случайного процесса z.

Соответственно, учитывая (8), (9), для статистической функции распределения $S_{тр}(d)$ будем иметь

$$P_{S_{тр}}\left(S_{тр}\right) = P_d\left(\frac{\Gamma_{вз}}{S_{тр}}\right)^{\frac{1}{\alpha}}\left|\frac{\Gamma_{вз}^{\frac{1}{\alpha}} S_{тр}^{1-\frac{1}{\alpha}}}{1-\frac{1}{\alpha}}\right|. \quad (12)$$

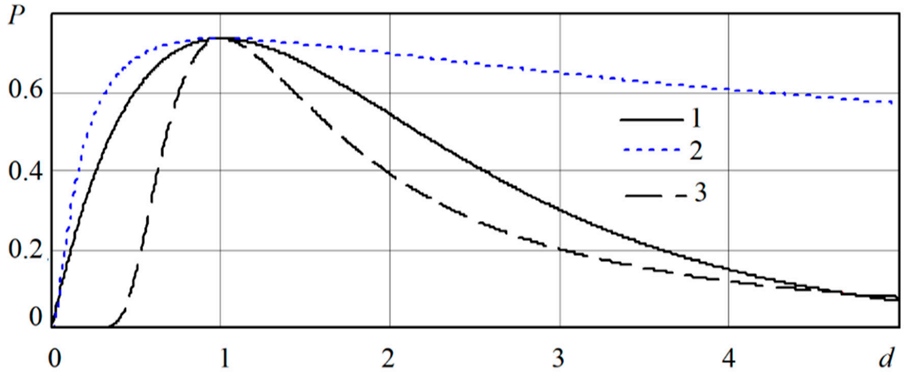

Рис. 1. Сопоставление функции плотности распределения при различных значениях α (1 – P(x) при α = –1; 2 – P2(x) при α = 0.5; 3 – P3(x) при α = –2)

Нелинейное преобразование с переходом аргумента в знаменатель очень существенно изменяет поведение статических функций распределения в области значительных отклонений от средних значений (рис. 1).

Как видно из рис. 1, при $\alpha < 0$ значительно повышается вероятность наблюдения экстремальных значений, что принципиально меняет характер оценки статистических параметров. При этом значения плотности распределения характеризуются очень медленным снижением вероятностей при $d \to \infty$. Эти распределения в математической статистике получили наименования распределения с «тяжелыми хвостами». Наличие данных «тяжелых хвостов» принципиально влияет на оценку статистических параметров рассматриваемых распределений.

Результаты исследования и их обсуждение

Базовым положением при оценке статистических параметров является априорное допущение их состоятельности, то есть $\sigma_{x_{\text{ср}}} \to 0$ при $N \to \infty$, где $\sigma_{x_{\text{ср}}}$ – средняя квадратичная погрешность оцениваемого параметра, N – объем рассматриваемой выборки. Выполнимость данной гипотезы относительно первых статистических моментов не вызывает каких–либо сомнений при использования традиционных для гидрологии распределений: нормального, гамма-распределения, логнормального и т.д. Однако в ряде случаев, когда статистические функции были получены в результате нелинейного преобразования данных распределений, ситуация усложняется, интенсивность снижения $P(S)$ при увеличении S существенно снижается и распределения приобретают свойства распределения с «тяжелыми хвостами».

Так как d в расчетных соотношениях (8, 9) является случайной величиной, то появляется задача оценки среднеквадратичной погрешности $\sigma_{S_{\text{тр}}}$ следующей величины:

$$S_{\text{тр}} = \frac{A}{N}\sum_{i=1}^{N}\frac{1}{d_i^{\alpha}}, \qquad (13)$$

где N – количество выделяемых фракций.

В настоящее время в стохастической гидрологии достаточно хорошо отработана технология моделирования случайных процессов по схеме Монте-Карло [11]. Пример оценки среднеквадратичной погрешности $S_{\text{тр}}$ для среднего и медианы для логнормального распределения представлен на рис. 2.

Как следует из рис. 2, величина σ_x очень существенно зависит в первую очередь от однородности размеров частиц в исходных выборках. При коэффициенте вариации $C_v < 1$ рассматриваемые среднеарифметические оценки $S_{\text{тр}}$, как показали результаты статистического моделирования при N~100 000, вполне состоятельны и эффективны, а $\sigma_x \sim 0$.

В то же время при $C_v > 1$–1,5 эти оценки являются неустойчивыми. Таким образом, при $C_v > 1$–1,5 они практически не зависят от характера распределения размера частиц, среднеарифметические оценки становятся несостоятельными и неэффективными, поэтому они не могут быть использованы при оценке транспорта наносов. Установленная неэффективность среднеарифметических значений при $C_v > 1$–1,5 наглядно объясняет, почему расчетные схемы, отработанные на лотках с достаточно однородными размерами транспортируемых частиц, оказываются в ряде случаев совершенно неэффективными в естественных водотоках с широким диапазоном размеров транспортируемых наносов.

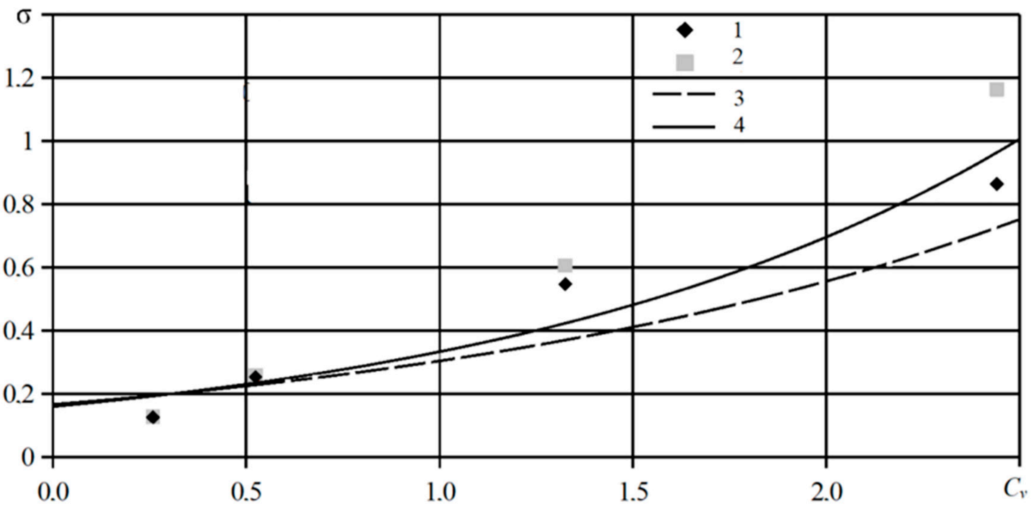

Рис. 2. Зависимость среднеквадратичной относительной погрешности (σ_x) средних значений S и медианы (σ_M) при $S = 1/d^{1/2}$ от коэффициента вариации крупности частиц C_v для логнормального распределения d (1 – σ_x; 2 – σ_M; 3 – аппроксимация $\sigma_x = f(C_v)$; 4 – аппроксимация $\sigma_M = f(C_v)$)

В настоящее время выполнено большое количество исследований по оценке параметров распределений с «тяжелыми хвостами» [12, 13] и др., для которых не существует не только вторых статистических моментов, но и первых. В простейшем случае предлагается использование в качестве характерных значений не средних арифметических значений, а медианы. Для ухода от «тяжелых хвостов», как правило, используется нелинейное преобразование исходной выборки с использованием некоторых монотонных возрастающих, взаимно-однозначных функций [13].

Выводы

1. Большинство расчетных соотношений по оценке транспорта наносов включает в качестве определяющего параметра размер транспортируемых частиц наносов. При этом, исходя из физики рассматриваемых процессов, они входят в знаменатель этих расчетных зависимостей. В то же время само распределение крупности этих частиц характеризуется существенной изменчивостью. В этом случае суммарные потоки наносов всех фракций будут иметь статистические распределения с очень «тяжелыми хвостами», для оценки которых использование параметрических оценок совершенно неэффективно.

2. Неэффективность использования параметрических оценок для оценки потоков наносов объясняет ситуацию, когда многочисленные расчетные соотношения, полученные на модельных лотках, каналах при переносе на естественные водотоки теряют свою эффективность. Более того, расчетные зависимости, полученные для одного естественного водотока, очень сложно переносятся на другой.

3. Для повышения эффективности расчетных зависимостей для оценки транспортирующей способности русловых потоков необходимо использовать более адекватные, более корректные оценки характерных размеров транспортируемых частиц.

Список литературы

1. Гришанин К.В. Основы динамики русловых потоков. М.: Транспорт, 1990. 320 с.

2. Лепихин А.П., Возняк А.А. К проблеме оценки транспорта наносов // Географический вестник. 2020. № 4 (55). С. 125−136. DOI: 10.17072/2079-7877-2020-4-125-136.

3. Самохвалова О.А. Дифференцированный подход к расчету расхода донных наносов в реках // Современные проблемы науки и образования. 2015. № 1–2. URL: https://science-education.ru/ru/article/view?id = 19772 (дата обращения: 12.07.2024).

4. Shmakova M. Sediment Transport in River Flows: New Approaches and Formulas: in Modeling of Sediment Transport // London, United Kingdom: IntechOpen, 2022. DOI: 10.5772/intechopen.103942.

5. Springer M.D. The Algebra of Random Variables. Wiley, 1979. 492 p.

6. Johnson N.L., Kotz S., Balakrishnan N. Continuous Univariate Distributions. Wiley, 1994. Vol. 1. 171 p.

7. Bogardi J. Sediment transport in alluvial streams. Akademiai Kiado Budapest, 1974. 826 c.

8. Ходзинская А.Г., Вербицкий В.С. Определение расхода донных наносов в руслах, сложенных разнозернистым грунтом // Гидротехническое строительство. 2018. № 10. С. 53–58.

9. Lepesqueur J., Hostache R., Martínez-Carreras N., Montargès-Pelletier E., Hissler C. Sediment transport modelling in riverine environments: On the importance of grain-size distribution, sediment density, and suspended sediment concentrations at the upstream boundary // Hydrol. Earth Syst. Sci. 2019. Vol. 23. P. 3901–3915. DOI: 10.5194/HESS-23-3901-2019.

10. Dorrell R.M., Amy L.A., Peakall J., McCaffrey W.D. Particle Size Distribution Controls the Threshold Between Net Sediment Erosion and Deposition in Suspended Load Dominated Flows // Geoph. Res. Let. 2018. Vol. 45, Is. 3. P. 1443–1452. DOI: 10.1002/2017gl076489.

11. Lepikhin A.P., Voznyak A.A., Sintsova T.N. Statistical aspects in assessment of chemical loads upon water bodies // IOP Conf. Ser.: Earth Environ. Sci. 2022. Vol. 979, Is. 1. P. 1–11.

12. Лепихин А.П., Синцова Т.Н. К статистике показателей качества отводимых сточных вод // Водное хозяйство России: проблемы, технологии, управление. 2023. № 2. С. 23–46. DOI: 10.35567/19994508_2023_2_2.

13. Markovich M., Rodionov I. Maxima and sums of nonstationary random length sequences // Extremes. 2020. P. 1–14. DOI: 10.1007/s10687-020-00372-5.