

СТАТЬИ

УДК 528.481:528.141
DOI 10.17513/use.38093

О ПОСТАНОВКЕ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ПОВТОРНОГО ВЫСОКОТОЧНОГО НИВЕЛИРОВАНИЯ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ УСТОЙЧИВОСТИ ОСНОВАНИЙ ПРЕЦИЗИОННЫХ СООРУЖЕНИЙ

Волков Н.В., Волков В.И., Шендрик Ю.В.

*ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет»,
Санкт-Петербург, e-mail: volkov.nikita@yahoo.com*

В статье рассмотрен альтернативный к существующим подход к постановке и математической обработке результатов повторного высокоточного нивелирования на перспективных площадках строительства, стадии геодезических изысканий в специальных сетях с целью исследования устойчивости оснований проектируемых сложных систем прецизионных сооружений. Традиционная технология повторного нивелирования предусматривает обустройство в границах перспективных площадок сложных по конструкции и в эксплуатации, дорогостоящих и, как показывает геодезическая практика, уязвимых к механическим и физическим воздействиям техногенных и природных экзогенных факторов глубинных нивелирных пунктов, используемых в качестве исходной основы. Такому громоздкому и не всегда и везде эффективному подходу к постановке повторного нивелирования предлагается в качестве альтернативы метод постановки и обработки результатов повторного нивелирования, исключающий использование исходной высотной основы и, соответственно, оборудования на перспективных площадках глубинных нивелирных пунктов. Предложена методика обработки результатов повторного нивелирования дополнительно к определению изменений превышений между нивелирными пунктами, установленными на проектную глубину залегания оснований прецизионных сооружений, предусматривающая анализ статистических погрешностей нивелирования, измеренных в циклах нивелирования, что позволяет дать объективную оценку качества результатов определяемых вертикальных смещений нивелирных пунктов и значимости этих результатов. При этом в статье рассмотрены вопросы строгого уравнивания рядов нивелирных квадратов, включающие решение системы нормальных уравнений коррелят с пятидиагональной матрицей коэффициентов и контроль выполненных преобразований свободных членов. Приведены положительные результаты применения метода при обработке результатов наблюдений за эндогенными и экзогенными геомеханическими процессами, полученные на основе повторного нивелирования нивелирной сети без глубинных нивелирных пунктов, в виде 12 двоек квадратов.

Ключевые слова: повторное нивелирование, обработка нивелирования, уравнивание нивелирования, геодезические измерения

THE FORMULATION AND MATHEMATICAL PROCESSING OF THE RESULTS OF REPEATED HIGH-PRECISION LEVELING IN THE STUDY OF THE STABILITY OF THE FOUNDATIONS OF PRECISION STRUCTURES

Volkov N.V., Volkov V.I., Shendrik Yu.V.

*Saint Petersburg State University of Architecture and Civil Engineering, Saint Petersburg,
e-mail: volkov.nikita@yahoo.com*

The article considers an alternative approach to the existing ones to the formulation and mathematical processing of the results of repeated high-precision leveling at promising construction sites, the stage of geodetic surveys in special networks in order to study the stability of the foundations of the projected complex systems of precision structures. The traditional technology of re-leveling provides for the arrangement of deep leveling points within the boundaries of promising sites that are complex in design and operation, expensive and, as geodetic practice shows, vulnerable to mechanical and physical impacts of man-made and natural exogenous factors, used as a starting point. Such a cumbersome and not always and everywhere effective approach to the staging of re-leveling is proposed as an alternative to the method of staging and processing the results of re-leveling, which excludes the use of the initial high-altitude base and, accordingly, equipment at promising sites of deep leveling points. A method of processing the results of repeated leveling is proposed in addition to determining the changes in the exceedances between leveling points installed at the design depth of the foundations of precision structures, which provides for the analysis of statistical leveling errors measured in leveling cycles, which allows an objective assessment of the quality of the results of the determined vertical displacements of leveling points and the significance of these results. At the same time, the article considers the issues of strict equalization of rows of leveling squares, including the solution of a system of normal correlate equations with a five-diagonal matrix of coefficients and control of the transformations of free terms performed. The positive results of using the method in processing the results of observations of endogenous and exogenous geomехanical processes, obtained on the basis of repeated leveling of the leveling network without deep leveling points, in the form of 12 double squares, are presented.

Keywords: re-leveling, leveling processing, leveling equalization, geodetic measurements of grain

На перспективных площадках строительства прецизионных сооружений, примерами которых являются объекты атомной энергетики, инженерно-строительные комплексы линейных ускорителей заряженных частиц, промышленные конвейеры тонких технологий и других объектов, надежность сооружений в процессе эксплуатации обеспечивается прежде всего допустимыми деформациями оснований их фундаментов, определяемыми большей частью десятыми долями миллиметров (0,1–0,5 мм) [1, с. 381; 2; 3].

Опыт эксплуатации прецизионных сооружений показывает [2–4] на наличие нарушений устойчивости прецизионных сооружений, обусловленных воздействиями природных и техногенных геомеханических процессов на основания их фундаментов. При этом неоднородные инженерно-геологические условия застраиваемой пром площадки порождают сложнодифференцированные деформации оснований сооружений экзогенного происхождения, которые со временем не прекращаются и могут являться причиной нарушения устойчивости прецизионных сооружений [2].

В этой связи на стадии выбора площадки под строительство прецизионных сооружений в составе инженерных изысканий производится изучение микросмещений приповерхностных слоев земной коры на глубине закладки фундаментов,

вызванных как короткопериодическими, так и длительными воздействиями экзогенных геомеханических процессов [4]. В силу инженерно-геологической неоднородности приповерхностных слоев земной коры по глубине и простиранию, экзогенные геомеханические процессы оказывают различные возмущающие воздействия на различные породы четвертичных отложений, порождая при этом неоднородное напряженно-деформированное состояние приповерхностных слоев земной коры. Это обстоятельство, одновременно с процессами современной геодинамики, неизбежно приводит к дифференцированным вертикальным смещениям приповерхностных слоев земной коры и нивелирных пунктов [2; 5–7], закладываемых на специальных геодезических площадках (рисунок), предназначенных для изучения этих вертикальных смещений.

Материалы и методы исследования

Традиционно [1, с.160; 3] смещения нивелирных пунктов определяют по результатам повторного нивелирования нивелирных пунктиков на основе изменения превышений между исходным и контрольными пунктами. При этом в качестве начала координат (высот) применяются дорогостоящие, сложные по конструкции глубинные нивелирные пункты (реперы) [3; 4], не обладающие абсолютной устойчивостью [2].

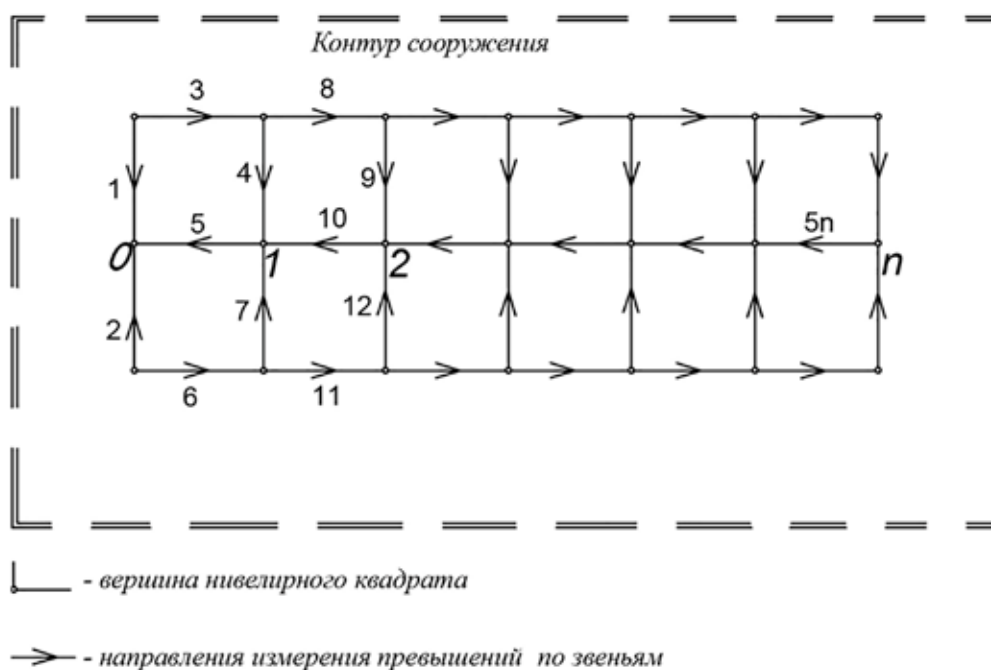


Схема специальной наблюдательной геодезической сети из сдвоенных нивелирных квадратов

В отсутствие на Земле абсолютно неподвижных точек, авторами статьи разработан альтернативный метод математической обработки результатов повторного нивелирования без выбора исходного (опорного) нивелирного пункта.

Предлагаемый метод предусматривает проверку равноточности результатов наблюдений или их распределения и интервальную оценку разностей превышений Δh_i , полученных в i -х циклах наблюдений и установления значимости изменения превышений [3]:

$$\Delta h_{i+1} > \sqrt{32L(\eta_i^2 + \eta_{i+1}^2)}$$

$$\text{или } v_{\text{зн}} > \frac{\sqrt{32L(\eta_i^2 + \eta_{i+1}^2)}}{\Delta t}, \quad (1)$$

где $\eta_i = \frac{1}{4n} \left[\frac{d^2}{r} \right]$ – случайная среднеквадратическая ошибка измерения превышений в i -м цикле повторного нивелирования [8, с. 5], $d = h_{\text{cp}} - h_{\text{обп}}$ – разность превышений, полученных в N секциях прямых и обратных ходов, длина которых L км; $v_{\text{зн}}$ – значимая величина скорости изменения превышений Δh_{i+1} .

Поочередно принимая за исходный все нивелирные пункты по уравненным превышениям, вычисляются высоты остальных j -х. Основываясь на сопоставлении отметок всех нивелирных пунктов из двух циклов повторных наблюдений, получаем n рядов расхождений высот Δ_{ij} (i, j от 1 до n). Полученные расхождения сводятся в квадратичскую симметричную матрицу:

$$B_n = \begin{pmatrix} 0 & \Delta_{12} & \Delta_{13} & \dots & \Delta_{1n} \\ \Delta_{21} & 0 & \Delta_{23} & \dots & \Delta_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Delta_{n1} & \Delta_{n2} & \Delta_{n3} & \dots & 0 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Разделив суммы столбцов S_i матрицы B_n на n (количество пунктов), получаем средние смещения j -х пунктов $\Delta_{\text{cp}}(j)$ относительно всех остальных нивелирных пунктов. По значениям средних смещений $\Delta_{\text{cp}}(j)$ и промежутку времени Δt между повторными нивелированиями на участке L между нивелирными пунктами j и $j+1$ получим средние скорости v_{cp} вертикальных движений и их градиенты, а именно:

$$v_{\text{cp}} = \frac{S_{j+1} - S_j}{\Delta t}$$

$$\text{и } \text{grad } v_{\text{cp}} = \frac{S_{j+1} - S_j}{\Delta t \cdot L} \rho'', \quad (3)$$

где $\rho'' = 206265''$.

Полученные значения скоростей вертикальных смещений нивелирных пунктов v при выполнении условия (1) невозможно объяснить систематическими ошибками нивелирования так как их влияние на точность измерения превышений в ходах нивелирования длиной менее 20 км, что характерно для специальных геодезических сетей, пренебрежимо малое и составляет сотые доли миллиметров [1; 8, с. 5]. Значение среднеквадратических ошибок, установленных средних смещений S_j нивелирных пунктов характеризуется $M_{\text{cp}} = \frac{\sum M_j}{n}$.

Погрешность определения средней скорости смещения оснований прецизионных сооружений на участке между i -м и j -м нивелирными пунктами определяется формулой

$$m_v(\text{cp})_{i,j} = \frac{\sqrt{m_i^2 + m_j^2}}{\Delta t}, \quad (4)$$

где Δt – промежуток времени между сопоставляемыми повторными нивелированиями нивелирных пунктов, заложенных на глубину оснований прецизионных сооружений.

Для вычисления среднеквадратических погрешностей $m_v(\text{cp})_{i,j}$ составляется матрица A_n среднеквадратических погрешностей повторного нивелирования соответственно матрице B_n :

$$A_n = \begin{pmatrix} 0 & m_{12} & m_{13} & \dots & m_{1n} \\ m_{21} & 0 & m_{23} & \dots & m_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ m_{n1} & m_{n2} & m_{n3} & \dots & 0 \end{pmatrix}.$$

Разработанный метод одновременно с вычислением вертикальных смещений, скоростей современных движений приповерхностных слоев земной коры и их градиентов позволяет оценить устойчивость нивелирных пунктов, заложенных на глубину оснований прецизионных сооружений, а также выбрать исходный пункт (начало высот) для определения крена приповерхностного слоя земной коры, составляющего основание сооружения. Градиент скорости, свободный от накопления значительной части ошибок повторного нивелирования [2], характеризует развивающийся крен припо-

верхностного слоя земной коры, который является предметом исследования на перспективных площадках строительства прецизионных сооружений.

Для уравнивания измеренных превышений в часто встречающейся в практике нивелирной сети [1; 2], состоящей из сдвоенных нивелирных рядов из одинаковых квадратов (рисунок), разработан строгий способ уравнивания, который по сравнению с известными в геодезической практике способами более компактный, упрощающий уравнивательные вычисления и оценку точности.

Разработанный строгий способ уравнивания предусматривает решение системы нормальных уравнений коррелят с пятидиагональной матрицей коэффициентов. Для

сдвоенных нивелирных рядов из одинаковых квадратов (рисунок) коэффициенты нормальных уравнений коррелят представляют пятидиагональную матрицу и определяются равенством

$$\begin{aligned} [a_i a_i] &= 4 \text{ при } i \text{ от } 1 \text{ до } 2n \\ [a_i a_{i+1}] &= e_i \text{ при } i \text{ от } 1 \text{ до } 2n-1. \\ e_{\text{четн}} &= e_{2n} = 0; \\ e_{\text{нечетн}} &= 1; \\ [a_i a_{i+1}] &= -1 \text{ (при } i = 1, 2n - 2). \end{aligned} \tag{5}$$

Обозначив коэффициенты условных уравнений буквами a_1, a_2, a_3 и т.д., представим преобразованную (по Гауссу) систему нормальных уравнений коррелят в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} [a_1 a_1]K_1 + [a_1 a_2]K_2 + [a_1 a_3]K_3 + \dots + w_1 &= 0 \\ [a_2 a_2 \cdot 1]K_2 + [a_2 a_3 \cdot 1]K_3 + [a_2 a_4 \cdot 1]K_4 + w_2 &= 0 \\ [a_3 a_3 \cdot 2]K_3 + [a_3 a_4 \cdot 2]K_4 + w_3 \cdot 2 &= 0 \end{aligned} \right\}. \tag{6}$$

Рассмотрим систему (6) в виде одного общего равенства:

$$[a_i a_i \cdot (i-1)]K_i + [a_i a_{i+1} \cdot (i-1)]K_{i+1} + [a_i a_{i+2} \cdot (i-1)]K_{i+2} + w_i(i-1) = 0. \tag{7}$$

Преобразованные квадратичные коэффициенты можно представить в виде простых дробей [2], а именно:

$$[a_i a_i (i-1)] = \frac{M_{i+1}}{M_i}. \tag{8}$$

Очевидно, что квадратичные коэффициенты, полученные от сочетания несмежных квадратов с разностью индексов $n > 2$, равны нулю:

$$[a_i a_{i+h} (i-1)] = 0, \text{ при } n \geq 3, \tag{9}$$

а неквадратичные коэффициенты от сочетания смежных квадратов равны

$$[a_{i-1} a_{i+1} (i-2)] = [a_{i-1} a_{i+1}] = -1; \tag{10}$$

$$[a_{i-1} a_{i+1} (i-1)] = \frac{E_i}{M_i}. \tag{11}$$

Алгоритм Гаусса преобразования свободного члена в раскрытом виде состоит из трех членов:

$$w_{i+1} \cdot i = w_{i+1} - \frac{[a_{i-1} \cdot a_{i+1} (i-2)]}{[a_{i-1} \cdot a_{i-1} (i-2)]} w_{i-1} (i-2) - \frac{[a_i \cdot a_{i+1} (i-1)]}{[a_i \cdot a_i (i-1)]} w_i (i-1). \tag{12}$$

Для получения формулы преобразованного свободного члена, преобразуем алгоритмы Гаусса через целые числа M и E :

$$w_{i+1} \cdot i = w_{i+1} + \frac{M_{i-1}}{M_i} N_{i-1} (i-2) - \frac{E_i}{M_{i+1}} w_i (i-1). \tag{13}$$

Назначим обозначения:

$$S_i = \frac{E_i}{M_{i+1}}, \quad t_i = \frac{M_i}{M_{i+1}}, \quad d_i = t_i - S_i. \tag{14}$$

С учетом принятых обозначений (14) представим рабочую формулу для вычисления последовательных значений преобразованных свободных членов нормальных уравнений коррелят, а именно:

$$w_{i+1} \cdot i = w_{i+1} - S_i w_i (i-1) + t_{i-1} w_{i-1} (i-2). \quad (15)$$

Результаты исследования и их обсуждение

С практической целью целесообразно упростить обозначения алгоритма Гаусса для преобразования члена, не теряя при этом никакой информации, содержащейся в этом алгоритме, представим преобразованный свободный член как $w_{i+1} \cdot i = w_{(i+1)}$.

Тогда формула (15) для вычисления преобразованного свободного члена будет представляться в следующем виде:

$$w_{(i+1)} = w_{i+1} - S_i w_{(i)} + t_{i-1} w_{(i-1)}. \quad (16)$$

Контрольные вычисления преобразованных свободных членов можно производить по формуле контрольной суммы, имеющей следующий вид:

$$[w_i] = [w_{(i)}] + [S_i w_{(i)}] - [(t_i - S_i) w_{(i)}].$$

При вычислении величины t_i и S_i используются числа M и E , которые вычисляются по рекуррентным формулам, представленным, как и алгоритм вычислений, в опубликованной ранее работе [2], а именно:

$$M_{i+3} = 4(M_{i+2} - M_i) + M_{i-1} - e_{i+1}(E_{i+1} + E_i) \\ \text{и } E_i = M_i [a_i a_{i+1} (g-1)]. \quad (17)$$

Равенство (17) с учетом условий (5) и значений $E = \sum e_n M_n$ (при $n = 1, \dots, i$) является возвратным уравнением для чисел M , позволяющих получить квадратичные члены по формуле (8).

Формулы для вычисления коррелят получаем подстановкой в уравнение (7) значения коэффициентов при коррелятах, полученных согласно (8)–(11), что позволяет с учетом (13) и (14) получить выражения текущей корреляты через предыдущие и преобразованные свободные члены:

$$K_i = t_i K_{i+2} - S_i K_{i+1} - t_i w_i.$$

Контроль вычисления коррелят производится по общеизвестной формуле суммы всех нормальных уравнений

$$[KS_i^0] = -[w],$$

где S_i^0 – сумма коэффициентов i -го нормального уравнения коррелят.

Заключение

Решение системы нормальных уравнений коррелят с пятидиагональной матрицей коэффициентов при математической обработке результатов наблюдений за экзогенными и эндогенными геомеханическими процессами, полученных на основе повторного высокоточного нивелирования сети, представленной 12 сдвоенными квадратами, показало хорошие результаты. Так, контроль выполненных преобразований свободных членов показал, что вычисления выполнены с точностью 0,01 мм, а суммы произведений коэффициентов на соответствующие корреляты без свободного члена близки к нулю (-0,03; -0,05 мм), то есть контроль выполняется.

Применение разработанного метода постановки и методики обработки результатов повторных геодезических наблюдений позволяет повысить репрезентативность результатов экспериментальных исследований современных геодинамических исследований [9] с использованием данных деформационного мониторинга природных и техногенных систем.

Список литературы

1. Большаков В.Д., Левчук Г.П., Новак В.Е. Справочное руководство по инженерно-геодезическим работам. М.: Недра, 1980. 780 с.
2. Волков Н.В., Волкова Т.Н., Волков В.И. Оценка точности уравненных элементов нивелирного ряда из сдвоенных квадратов // Успехи современного естествознания. 2023. № 3. С. 58–62.
3. Volkov V.I., Volkov N.V. Use of the program and goal-oriented approach to observe the vertical displacements of the earth's surface in Russia // E3S Web of Conferences. TRACEE-2019. 2019. № 91 (07023). 7 p.
4. Панжин А.А., Панжина Н.А. Оценка стабильности опорных пунктов как основы для геодинамического мониторинга // Известия высших учебных заведений. Горный журнал. 2019. № 6. С. 31–40. DOI: 10.21440/0536-1028-2019-6-31-40.
5. Simonyan V.V., Labuznov A.V. Evaluation criteria of landslide stability // MATEC Web Conferences. XXVII R-S-P Seminar 2018, Theoretical Foundation of Civil Engineering (27RSP). 2018. Vol. 196. P. 03003.
6. Сашурин А.Д., Балек А.Е., Панжин А.А., Усанов С.В. Инновационная технология диагностики геодинамической активности геологической среды и оценки безопасности объектов недропользования // Горный журнал. 2017. № 12. С. 16–20. DOI: 10.17580/gzh.2017.12.03.
7. Simonyan V.V., Shendypina S.V. Calculating the accuracy of strain observations of high-rise buildings and structures using electronic total stations // E3S Web of Conferences 164, 02022 (2020), TRACEE 2019. 9 p.
8. Инструкция по нивелированию I, II, III и IV классов. Федеральная служба геодезии и картографии России: [ГКИНП (ГНТА)-03-010-02: введ. 1.02.2004]. М.: Картогеоцентр-Геодезиздат, 2004. 244 с.
9. Панжин А.А. Экспериментальные исследования и визуализация современных геодинамических движений // Проблемы недропользования. 2020. № 3 (26). С. 32–39.