

УДК 528.443

DOI 10.17513/use.38062

## МАТРИЦА ДЕФОРМАЦИЙ КАК ИНСТРУМЕНТ УТОЧНЕНИЯ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ КООРДИНАТ

Рада А.О., Непомнищев И.Л., Кузнецов А.Д., Акулов А.О.

ФГБОУ ВО «Кемеровский государственный университет», Кемерово,  
e-mail: rada.ao@kemsu.ru

В ходе топографо-геодезических работ при строительстве объектов, учете объектов капитального строительства и земельных участков возникают ошибки, которые вызывают значительные затраты времени и средств. Цель исследования – получение скорректированных координат применительно к системе координат МСК-42 в режиме Real Time Kinematic на основе матрицы деформаций для более точного позиционирования геодезического оборудования при установлении координат недвижимости и проведении строительных работ. Для построения матрицы координат использованы метод построения сплайнов минимальной кривизны, метод триангуляции Делоне с интерполяцией по барицентрическим координатам. Применен программный продукт «Generic Mapping Tools». Эксперимент по 29 точкам в пространстве показал, что оба метода построения матриц деформации дают хорошие результаты с точки зрения визуализации пространственных точек. В ходе исследования была показана принципиальная возможность получения матриц деформаций применительно к задаче уточнения геодезических координат двумя методами. Представлены визуальные данные, показывающие возможность пересчета и уточнения географических координат. Каждому пикселю на полученной поверхности соответствует значение поправки. Продемонстрировано, что полученные данные матриц деформации по координатам  $x$  и  $y$  могут использоваться для расчета поправок при переходе от одной к другой системе координат, то есть при переносе данных из результатов съемки на местности в МСК-42, которая используется в Кемеровской области – Кузбассе (Россия) в качестве основной системы координат. Использование предложенного подхода позволит при проведении геодезических работ в автоматическом режиме уточнять значения координат, исключить субъективные ошибки, снизить расходы.

**Ключевые слова:** геодезические координаты, геоцентрическая система, топоцентрическая система, строительство и учет объектов недвижимости, матрица деформаций, сплайны минимальной кривизны, триангуляция

*Работа выполнена в рамках соглашения № 075-15-2022-1195 от 30.09.2022, заключенного между Министерством науки и высшего образования Российской Федерации и ФГБОУ ВО «Кемеровский государственный университет».*

## DEFORMATION MATRIX AS A TOOL FOR REFINING GEODETIC COORDINATES

Rada A.O., Nepomnischev I.L., Kuznetsov A.D., Akulov A.O.

Kemerovo State University, Kemerovo, e-mail: rada.ao@kemsu.ru

In the course of topographic and geodetic work during the construction of facilities, accounting for capital construction facilities and land plots, errors occur, as well as significant time and cost costs. The purpose of the study is to obtain corrected coordinates in relation to the MSK-42 coordinate system in the Real Time Kinematic mode based on the deformation matrix for more accurate positioning of geodetic equipment when establishing real estate coordinates and carrying out construction work. To construct the matrix of coordinates, the method of constructing splines of minimum curvature, the Delaunay triangulation method with interpolation by barycentric coordinates were used. The software product “Generic Mapping Tools” was applied. The experiment on 29 points in space showed that both methods of constructing deformation matrices give good results in terms of visualization of spatial points. The study showed the fundamental possibility of obtaining deformation matrices in relation to the problem of refining geodetic coordinates by two methods. Presented visual data showing the possibility of recalculation and refinement of geographical coordinates. Each pixel on the resulting surface corresponds to a correction value. It is demonstrated that the obtained data of the deformation matrices along the  $x$  and  $y$  coordinates can be used to calculate corrections when moving from one to another coordinate system, that is, when transferring data from the results of surveying on the ground to MSK-42, which is used in the Kemerovo region – Kuzbass (Russia) as the main coordinate system. The use of the proposed approach will allow, when carrying out geodetic work, to automatically refine the values of coordinates, eliminate subjective errors, and reduce costs.

**Keywords:** geodetic coordinates, geocentric system, topocentric system, construction and accounting of real estate objects, deformation matrix, minimum curvature splines, triangulation

*The work was performed under agreement No. 075-15-2022-1195 dated September 30, 2022, concluded between the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation and Kemerovo State University.*

Точное и единообразное определение геодезических координат имеет большое практическое значение для широкого спектра задач, связанных с установлением местоположения объектов на Земле [1]. Это,

в частности, выполнение измерений на поверхности Земли, установление границ пространственных объектов, оценка смещений природных и техногенных объектов, составление карт и планов, работа навигаци-

онных систем, строительство объектов и др. В частности, определение геодезических координат очень важно для единой системы регистрации недвижимости – зданий, сооружений, земельных участков [2, 3]. При проведении строительных, кадастровых работ необходимо точно установить координаты объекта недвижимости в пространстве граничных точек, геометрическую конфигурацию земельных участков, разграничить разные участки. Наличие исчерпывающих, точных, непротиворечивых данных в единых системах, где учитывается недвижимость (например, в России это Единый государственный реестр недвижимости), обеспечивает защиту прав и законных интересов собственников, облегчает сделки, минимизирует конфликты между владельцами земельных участков, упрощает совершение сделок с недвижимым имуществом [4], например земельными участками [5].

С этой целью постановка объектов недвижимости на государственный официальный учет включает обязательное внесение данных о геодезических координатах. Затем они фиксируются в документах по объекту и используются в сделках купли-продажи, аренды, залога и др. [6]. Но в данном случае возникает серьезная прикладная проблема – неточное, с погрешностями определение координат точек на местности. Ошибки определения геодезических координат бывают двух родов [7–9]. Ошибки первого рода – это ошибки средств измерения (геодезических приборов – тахеометров, теодолитов, приемники глобальных навигационных спутниковых систем). Любая измерительная техника имеет определенную погрешность, зависящую от характеристик самого оборудования, условий природной среды, в которой выполняется измерение, методики измерения, квалификации и мотивации геодезиста. Неопытные или недобросовестные специалисты могут применять оборудование с низким классом точности, поэтому могут получить данные с неприемлемым уровнем точности. Тем не менее эти ошибки могут быть минимизированы до необходимого уровня, если квалифицированный мотивированный геодезист использует качественные измерительные приборы. Ошибки первого рода могут считаться субъективными, зависящими от конкретного человека. Их важно верифицировать не зависящими от человека техническими средствами, например, на базе цифровых технологий.

Ошибки второго рода имеют объективный характер. Они вызваны тем, что

при определении геодезических координат необходимо перенести данные со сферического объекта (земной поверхности) на плоскость карты, плана. Как известно, ни один из существующих подходов к построению плоскостных карт геоида вращения (отражение сферической планеты Земля на плоской карте) не является идеальным. В любом случае будут происходить искажения и утрата информации. Картографические проекции выбираются в зависимости от того, какая территория должна быть представлена и для какой цели предназначена карта. Наличие разных картографических проекций и систем координат приводит к расхождениям данных. Ошибки второго рода можно назвать ошибками преобразования одной системы координат в другую. В частности, геодезические приборы позволяют использовать для позиционирования объектов в пространстве спутниковые системы навигации (через приемник глобальной навигационной спутниковой сети). В этом случае местоположение объекта определяется по отношению к международным системам координат. Все эти системы являются геоцентрическими. При проведении геодезических работ на местности специалисты определяют координаты объектов по сигналам со спутников. Затем эти данные нужно перенести в другие системы координат.

На локальном уровне для учета объектов недвижимости обычно применяются топоцентрические системы координат. В частности, в субъектах Российской Федерации (регионах России) используются топоцентрические местные системы координат, основанные на эллипсоиде Красовского. Наиболее распространены системы координат 1942 и 1995 гг. (СК-42 и СК-95 соответственно). Например, в Кемеровской области – Кузбассе используется местная система координат МСК-42, основанная на СК-42. Она применяется для проведения кадастровых работ и ведения Единого государственного реестра недвижимости, а также для геодезических работ. Определение координат объектов в системах координат СК-42 и СК-95 на основе метода глобального спутникового позиционирования налагает локальные деформации государственной геодезической сети. Вследствие этого при проведении измерения с помощью метода глобального спутникового позиционирования возникает ошибка локальной деформации государственной геодезической сети в данном месте. Поэтому возникает научная

и прикладная проблема нивелирования влияния погрешностей, чтобы получить точные единообразные координаты недвижимости. Эта проблема не имеет однозначного решения в известных исследованиях.

В работе [10] рассматривается преобразование геоцентрических координат в топоцентрические координаты на основе стереографической двойной картографической проекции. Однако размеры объектов (около 10 км<sup>2</sup>) не соответствуют целям определения координат объектов недвижимости, которые обычно значительно меньше. В [11] анализировалась проблема установления точного и однозначного соответствия измерений в разных системах координат при строительстве солнечных электростанций. Для ее решения рекомендуется установить сеть постоянных контрольных точек с принудительным вводом призм на расстоянии не более 400 м друг от друга, которые визуально доступны в течение всего срока службы станции [12], что неприемлемо для других объектов недвижимости вследствие больших затрат.

В исследовании авторы тестируют гипотезу о возможности использования матрицы деформаций для устранения погрешностей и внесения поправок при точном определении геодезических координат в разных системах. Матрица деформаций является частью метода граничных элементов, эффективного при решении разных задач. Мы полагаем, что если известны параметры взаимного ориентирования двух систем координат, то парные значения можно привести в референцную систему координат и образовать остаточные разности. Это позволит интерполировать разности на регулярную сетку с выбранным шагом и получить матрицу деформаций. Далее эта матрица будет применяться для внесения поправок с помощью специализированного программного обеспечения в автоматическом режиме.

Цель исследования – получение скорректированных координат применительно к системе координат МСК-42 в режиме Real Time Kinematic (RTK) на основе матрицы деформаций для более точного позиционирования геодезического оборудования при установлении координат недвижимости.

#### **Материалы и методы исследования**

В работе для получения координат узлов матрицы деформаций использовались метод построения сплайнов минимальной

кривизны и метод, базирующийся на триангуляции Делоне с интерполяцией по барицентрическим координатам. Сплайны минимальной кривизны строились с помощью функции «greenspline» в наборе программ с открытым кодом «Generic Mapping Tools» (GMT), распространяемом по лицензии на свободное программное обеспечение «GNU General Public License». Функция используется для работы с декартовыми координатами в одномерном, двумерном и трехмерном пространствах и с координатами на сферической поверхности. Материалами для исследования были 29 географических точек с известными координатами в системах «Государственная система координат 2011 г.» (ГСК-2011) и МСК-42. Координаты были получены от Федерального государственного бюджетного учреждения «Федеральный научно-технический центр геодезии, картографии и инфраструктуры пространственных данных». Они соответствуют пунктам высокочастотной геодезической сети, спутниковой геодезической сети первого класса точности, государственных геодезических сетей первого и второго классов точности.

#### **Результаты исследования и их обсуждение**

На первом этапе исследований координаты 29 пунктов были переведены из систем ГСК-2011 и МСК-42 в систему «World Geodetic System 1984» (WGS 84). Координаты из ГСК-2011 переводились в WGS 84 в соответствии с межгосударственным стандартом на методы преобразований координат определяемых точек. Координаты из МСК-42 переводились в WGS 84 с использованием параметров преобразования координат, полученных от Федерального государственного бюджетного учреждения «Федеральный научно-технический центр геодезии, картографии и инфраструктуры пространственных данных». В качестве эталонной разницы в координатах точек принималась разница между значениями ГСК-2011 и WGS 84. Это связано с тем, что методы и алгоритмы соответствующей трансформации установлены межгосударственным стандартом. Разницы между МСК-42 и WGS 84 – это погрешности определения геодезической широты  $\Delta B$  и геодезической долготы  $\Delta L$ . В таблице представлены координаты точек  $x, y$ , взятые непосредственно из ГСК-2011, а также поправки  $\Delta B$  и  $\Delta L$ .

Координаты WGS 84, полученные путем преобразования из системы координат ГСК-2011, и поправки к ним

Номер точки	$x$	$\Delta L$	$y$	$\Delta B$
1	84.78017413	0.000047360000	55.50223949	0.000020460000
2	85.22190723	0.000044650000	55.25921256	0.000032870000
3	85.25051106	0.000044490000	55.59198863	0.000027700000
4	85.36591848	0.000045740000	55.86146097	0.000029760000
5	85.52026015	0.000042510000	54.53942287	0.000044970000
6	85.58937967	0.000043410000	54.63061435	0.000044860000
7	85.79008371	0.000042400000	54.43735368	0.000049150000
8	85.91769728	0.000039560000	54.54827353	0.000067450000
9	85.97390923	0.000043510000	55.82781284	0.000035380000
10	85.98156274	0.000045450000	56.05622200	0.000037860000
11	86.31999470	0.000046800000	56.32062100	0.000041910000
12	86.36937523	0.000044660000	56.00583921	0.000040910000
13	86.59199917	0.000046670000	56.41242981	0.000046460000
14	86.82426825	0.000039130000	53.90323675	0.000065010000
15	86.95559930	0.000046790000	56.12240816	0.000052380000
16	87.04444296	0.000036580000	53.44190284	0.000061270000
17	87.11830961	0.000039840000	54.16754063	0.000068200000
18	87.26416614	0.000035160000	53.09058222	0.000055900000
19	87.35626559	0.000046320000	56.21616074	0.000055160000
20	87.50452009	0.000033820000	52.83857799	0.000053310000
21	87.49852828	0.000035710000	53.35014258	0.000061090000
22	87.62796361	0.000033810000	52.90691171	0.000054730000
23	87.64328240	0.000043030000	55.89198941	0.000056540000
24	87.70683332	0.000035610000	53.53901101	0.000065870000
25	87.76783726	0.000035340000	53.44811851	0.000064500000
26	88.11173430	0.000044110000	55.98964468	0.000059140000
27	88.15508313	0.000033260000	52.80589652	0.000232980000
28	88.15950684	0.000033080000	52.88354425	0.000056120000
29	89.04386175	0.000043830000	55.80406687	0.000058120000

Соответственно, координаты, взятые из МСК-42, будут иметь вид: широта ( $y; + \Delta B$ ), долгота ( $x; + \Delta L$ ). На следующем этапе исследования было выполнено построение сплайнов минимальной кривизны для получения матрицы деформации в программе «GMT». Построение сплайнов минимальной кривизны основано на функции Грина  $G(x; s)$  линейного дифференциального оператора  $L = L(x)$ . Здесь аргументы  $x$  и  $s$  могут быть приняты за начальные координаты точек  $x, y$  и скорректированные (уточненные) координаты  $x_1, y_1$ . По заданным значениям поправок осуществлялась интерполяция данных. После этого строилась трехмерная модель, где каждой точке поверхности соответствовало значение поправки  $x + x_1$  и  $y + y_1$ .

На рис. 1 и 2 показана визуализация поверхностей поправок, полученных с помощью метода построения сплайнов минимальной кривизны. Поверхность поправок для  $x$ -координат показана на рис. 1.

Как видно из рис. 1, поправки хорошо визуализируются, что позволяет интерполировать их на референционную сетку координат с известным шагом. На рис. 2 показана аналогичная поверхность поправок для  $y$ -координат. Он также демонстрирует четкую визуализацию интересующих авторов объектов. Таким образом, метод построения сплайнов минимальной кривизны в принципе может применяться для уточнения геодезических координат при переходе от одной системы к другой.

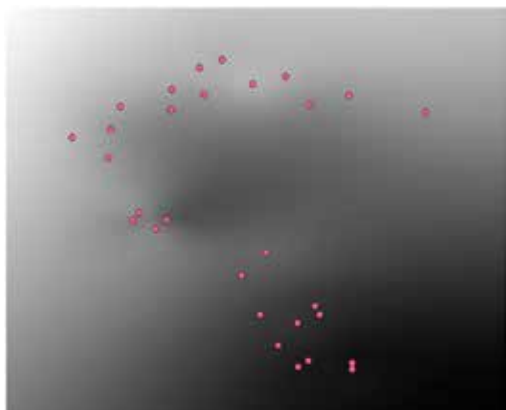


Рис. 1. Поверхность поправок  $\Delta L$  для  $x$ -координат, полученных методом построения сплайнов минимальной кривизны

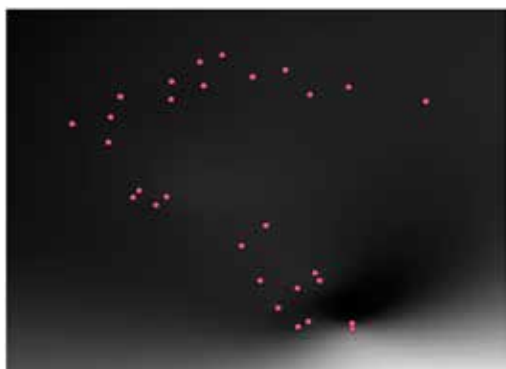


Рис. 2. Поверхность поправок  $\Delta B$  для  $y$ -координат, полученных методом построения сплайнов минимальной кривизны

Также в ходе исследования проводилось построение матрицы деформаций на основе триангуляции Делоне и интерполяции по барицентрическим координатам. Триангуляция Делоне в двумерной интерполяции применялась к точкам, полученным преобразованием координат из МСК-42 в WSG 84. Все исходные точки представлены как вершины треугольников (рис. 3).

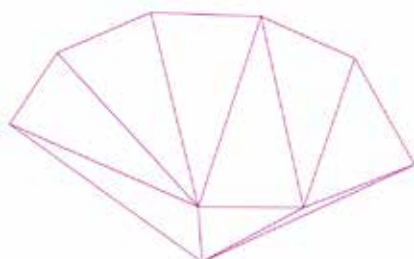


Рис. 3. Представление исходных точек геодезических координат в «WSG 84» как вершин треугольников (после триангуляции Делоне)

Далее для каждого полученного треугольника проводилась интерполяция по барицентрическим координатам, позволяющая рассчитывать поправки в заданной точке матрицы с учетом влияния поправок  $\Delta B$  и  $\Delta L$  каждой вершины треугольника, внутрь которого попадает заданная точка. На рис. 4 показан треугольник, где  $a$ ,  $b$ ,  $c$  являются барицентрическими координатами точки  $P$ . Таким образом, в ходе исследования была показана принципиальная возможность получения матриц деформаций применительно к задаче уточнения геодезических координат двумя методами. Далее это открывает перспективу расчета поправок для  $x_1$ ,  $y_1$  по данным о деформациях. Визуализация результатов использования метода показана на рис. 5 и 6, где красным точкам соответствует положение геодезических пунктов. Каждому пикселю на полученной поверхности соответствует значение поправки. На рис. 5 показана поверхность поправок  $\Delta L$  для координат  $x$ .

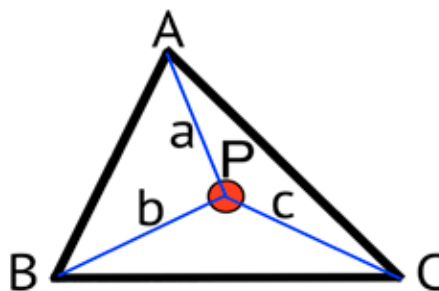


Рис. 4. Точка внутри треугольника, заданная барицентрическими координатами

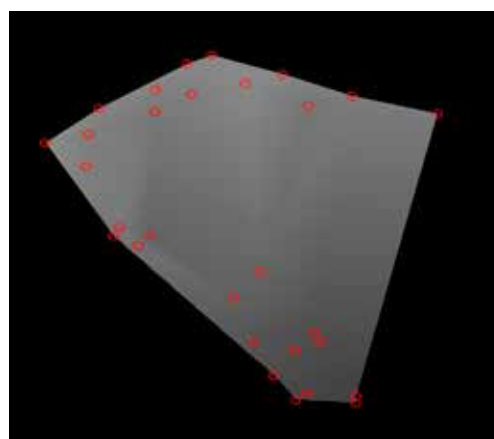


Рис. 5. Поверхность поправок  $\Delta L$  для координат  $x$

На рис. 6 показана поверхность поправок  $\Delta B$  для координат  $y$ .

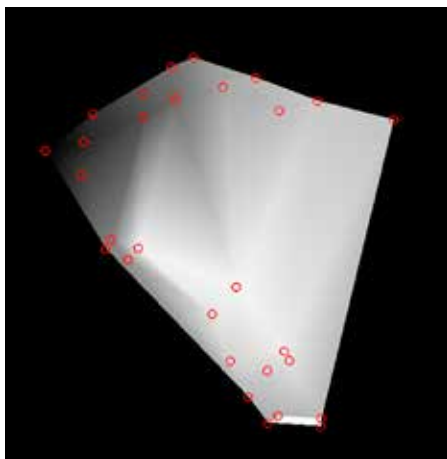


Рис. 6. Поверхность поправок  $\Delta B$  для координат  $y$

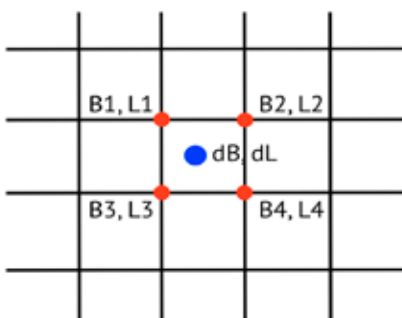


Рис. 7. Исходное положение точки геодезических координат в геоцентрической системе с поправками  $dB$ ,  $dL$  на матрице деформаций

Полученные данные матриц деформации по координатам  $x$  и  $y$  могут использоваться для расчета поправок при переходе от геоцентрической к топоцентрической системе координат, то есть при переносе данных из результатов съемки на местности в МСК-42. Пример внесения поправок на матрице деформаций показан на рис. 7. Таким образом, в исследовании реализована гипотеза и авторская идея о том, что построение матрицы деформаций (разными методами) позволяет наиболее точно скорректировать полученные при геодезических измерениях координаты.

Кроме того, программная реализация указанных методов в среде «Generic Mapping Tools» позволяет выполнять такие расчеты в автоматическом режиме и исключать субъективные ошибки. Метод матрицы деформаций также открывает возможности для автоматического получения уточненных значений геодезических координат без дополнительных полевых ра-

бот. Это снизит расходы, а также исключит влияние низкой мотивации или квалификации специалистов.

### Заключение

При проведении геодезических работ возникает необходимость трансформации данных из геоцентрической системы координат (по результатам спутниковой съемки) в топоцентрическую, используемую при ведении государственного кадастрового учета объектов недвижимости. Этот процесс связан с субъективными ошибками, требует больших затрат времени, искажает геодезические данные, необходимые для учета объектов недвижимости. В исследовании поставлена и решена задача автоматизированной корректировки геодезических данных с использованием специализированного программного обеспечения и матрицы деформаций. Показано, что построение матрицы деформаций как методом построения сплайнов минимальной кривизны, так и методом триангуляции Делоне с интерполяцией по барицентрическим координатам дает точные, хорошо визуализированные результаты по поправкам координат  $x$  и  $y$ . Матрицы деформаций дают возможность рассчитать необходимые поправки в двумерном пространстве  $\Delta B$  и  $\Delta L$ . Необходимое значение поправки соответствует пикселям на визуализации деформаций в программной среде «Generic Mapping Tools».

В дальнейшем матрица деформаций может быть использована для внесения поправок с применением специализированного программного обеспечения. В частности, при проведении измерения точки геодезическим оборудованием в режиме RTK сигнал с координатами  $B$ ,  $L$  поступает на сервер с программным обеспечением, на котором по значениям координат определяются ближайшие узлы матрицы деформаций. Путем интерполяции определяются поправки для текущей точки. Поправки вносятся в текущие геодезические координаты, а после сигнал со скорректированными координатами поступает на оборудование. Использование матрицы деформаций также возможно при кабинетных исследованиях при обработке данных. В перспективе использование матрицы деформаций даст возможность получать точные измерения координат на местности непосредственно во время проведения геодезических работ, что снизит расходы денег и времени. Также это исключит объективные и субъективные ошибки специалистов.

**Список литературы**

1. Zakarevičius A., Aksamitauskas V.C., Jakučionis A. et al. Determination of geographic position of object by applying 3D polar observations // *Aviation*. 2010. Vol. 14, Is. 2. P. 43–48. DOI: 10.3846/aviation.2010.07.
2. Bozorov M.M., Bozorov M.M., Fayziev S.S. Coordinate systems used in satellite technology // *Int. J. on Orange Technology*. 2022. Vol. 4, Is. 1. P. 16–21.
3. Maciuk K., Peska-Siwik A., El-Mowafy A. et al. Crustal deformation across and beyond Central Europe and its impact on land boundaries // *Resources*. 2021. Vol. 10, Is. 2. Article № 15. DOI: 0.3390/resources10020015.
4. Rada A.O., Kuznetsov A.D. Digital inventory of agricultural land plots in the Kemerovo Region // *Foods and Raw Materials*. 2022. Vol. 10, Is. 2. P. 206–215. DOI:10.21603/2308-4057-2022-2-529.
5. Панфилов В.А. Синергетический подход к созданию технологий АПК будущего // *Техника и технология пищевых производств*. 2020. Т. 50, № 4. С. 642–649. DOI: 10.21603/2074-9414-2020-4-642-649.
6. Doskocz A. The current state of the creation and modernization of national geodetic and cartographic resources in Poland // *Open Geosciences*. 2016. Vol. 8, Is. 1. P. 579–592. DOI:10.1515/geo-2016-0059.
7. Cao Y., Cervone G., Barkley Z. et al. Analysis of errors introduced by geographic coordinate systems on weather numeric prediction modeling // *Geosci. Model Dev*. 2017. Vol. 10. P. 3425–3440. DOI: 10.5194/gmd-10-3425-2017.
8. Dvulit P., Savchuk S., Sosonka I. Accuracy estimation of site coordinates derived from GNSS-observations by non-classical error theory of measurements // *Geodesy and Geodynamics*. 2021. Vol. 12, Is. 5. P. 347–355. DOI: 10.1016/j.geog.2021.07.005.
9. Kosek W., Popiński W., Wnęk A. et al. Analysis of systematic errors in geocenter coordinates determined from GNSS, SLR, DORIS, and GRACE // *Pure Appl. Geophys*. 2020. Vol. 177. P. 867–888. DOI:10.1007/s00024-019-02355-5.
10. Bremner M., Santos M. A local projection for integrating geodetic and terrestrial coordinate systems. *Survey Rev*. 2020. Vol. 52, Is. 374. P. 394–402. DOI:10.1080/00396265.2019.1597490.
11. Gross F., Balz M. Potentially confusing coordinate systems for solar tower plants. *AIP Conf. Proc.* 2020. Vol. 2303. Article № 10.1080/00396265.2019.1597490030017. DOI: 10.1063/5.0028942.
12. Ligas M., Banasik P. Conversion between Cartesian and geodetic coordinates on a rotational ellipsoid by solving a system of nonlinear equations // *Geodesy and Cartography*. 2011. Vol. 60, Is. 2. P. 145–159. DOI: 10.2478/v10277-012-0013x.