

СТАТЬИ

УДК 528.2/.5:528.2/.3
DOI 10.17513/use.38061

ЭЛЕМЕНТЫ МЕТОДИКИ МОДЕРНИЗАЦИИ СПУТНИКОВОЙ ГЕОДЕЗИЧЕСКОЙ СЕТИ В ГЕОЛОГИЧЕСКИ НЕУСТОЙЧИВОМ РАЙОНЕ

Акл Магер Нассер

*Московский государственный университет геодезии и картографии, Москва,
e-mail: Maher.n.akl@gmail.com*

Цель статьи состоит в том, чтобы найти метод, который может прогнозировать движение геодезических пунктов в Ливане и быть пригодным для модернизации геодезической сети страны. Геодезические сети в Ливане не модернизировались с 1990 г., при этом Ливан расположен в геологически нестабильном регионе. Через территорию Ливана проходит три больших геологических разлома земной коры. Выполнен анализ геологических разломов в Ливане, с предложением о необходимости размещения станций постоянных GPS-определений для выявления движений земной коры. Рассмотрены элементы методики модернизации спутниковой геодезической сети. Определены параметры преобразования координат и функциональных зависимостей. Установлена зависимость координат геодезических пунктов от времени. Созданы функции, аппроксимирующие положение пунктов геодезической сети. Аппроксимацию необходимо использовать для редуцирования положений пунктов при реализации методики восстановления координат или прогнозирования их положения. Подход, который использует автор, направлен на формирование наилучшего полинома, описывающего изменение координат геодезических пунктов в целях модернизации ливанской геодезической сети. Полиномы различных порядков, от первой до третьей степени, определяли с помощью регрессионного анализа, дополнительно рассмотрели ряд Фурье, для лучшего приближения аппроксимируемых координат к действительным. Рассмотренный пример является элементом общей методики модернизации геодезической сети – своеобразным адаптивным фрагментом с подбором качественного редуцирующего полинома.

Ключевые слова: преобразование систем координат, определение аппроксимирующего полинома, моделирование движения геодезических пунктов, геодинамические разломы, движение земной коры

ELEMENTS OF THE METHOD OF MODERNIZATION SATELLITE GEODETIC NETWORK IN A GEOLOGICALLY UNSTABLE AREA

Akl Maher Nasser

Moscow State University of Geodesy and Cartography, Moscow, e-mail: Maher.n.akl@gmail.com

The aim of the article is to find a method that can predict the movement of geodetic points in Lebanon and be suitable for upgrading the country's geodetic network. Geodetic networks in Lebanon have not been upgraded since 1990, and Lebanon is located in a geologically unstable region. Three large geological faults in the earth's crust pass through the territory of Lebanon. An analysis of faults in Lebanon has been carried out, with a proposal on the need to place stations of permanent GPS-determinations to detect movements of the earth's crust. The elements of the method of modernization of the satellite geodetic network are considered. The parameters of coordinate transformation and functional dependencies are determined. The dependence of the coordinates of geodetic points on time is established. Functions approximating the position of geodetic network points are created. Approximation must be used to reduce the positions of points when implementing the method of restoring coordinates or predicting their position. The approach that the author uses is aimed at forming the best polynomial that describes the change in the coordinates of geodetic points in order to modernize the Lebanese geodetic network. Polynomials of various orders, from the first to the third degree, were determined using regression analysis, and the Fourier series was additionally considered to better approximate the approximated coordinates to the real ones. The considered example is an element of the general methodology for the modernization of the geodetic network – a kind of adaptive fragment with the selection of a high-quality reduction approximating polynomial.

Keywords: Transformation of coordinate systems, determination of an approximating polynomial, modeling of the movement of geodetic points, geodynamic faults, movement of the earth's crust

Решение проблемы создания стабильной геодезической сети Ливана имеет два различных направления. Соответственно, можно говорить и о двух группах различных факторов, оказавших ранее и оказывающих сейчас воздействие на основные геодезические сети республики.

Первая причина кроется в утрате геодезических пунктов в геодезических сетях всех классов точности и назначения в ходе

Гражданской войны семидесятых годов, а также в процессе хозяйственной деятельности. Восстановление утраченных пунктов, наращивание показателей точности и количества пунктов геодезических сетей, необходимых для экономического развития территорий и экономики в целом, необходимо проводить современными технологиями. Применение спутниковых технологий позволит восстановить опорные геодезиче-

ские сети с меньшим количеством пунктов. В этом случае повышаются требования к стабильности геодезических пунктов.

Вторая причина имеет эндогенный характер, так как Ливан расположен в геологически нестабильном районе. Это место соединения двух тектонических плит: Африканской и Аравийской. Динамические процессы, происходящие в геологических структурах земной коры в Ливане, оказывают влияние на положение пунктов геодезической сети. Дополнительно можно говорить и об экзогенном влиянии, а с учетом урбанизации и промышленного развития территорий экзогенное влияние протекает в тесной корреляции с техногенными воздействиями на места размещения геодезических пунктов.

Данная статья является продолжением исследований, в целях разработки подхода к моделированию геодинамического движения геологического основания, в котором закреплены пункты геодезической сети, и является элементом методики модернизации геодезической сети. В рамках статьи опишем подход, расширение которого предполагает использование более широкого круга зависимостей и математических моделей описываемых процессов. Поэтому приведенные ниже простейшие зависимости не раскрывают полностью выявленные или выявляемые геологические процессы.

Материалы и методы исследования

Основные пункты методики модернизации геодезической сети для Ливана, затронутые в статье, перечислим, не раскрывая их содержания: получение и анализ информации о состоянии геодезической сети и геологической основы, в которой закреплены геодезические пункты; восстановление целостности геодезической сети и определение редуцированных элементов для коррекции координат существующих геодезических пунктов на заданный момент времени; определение времени последующей коррекции координат геодезических пунктов.

В основу математического моделирования процесса существования геодезического пункта на геологически нестабильной территории заложим аппроксимирующие функции, описывающие поведение пункта в заданный период времени. При отсутствии реальных геодезических пунктов в достаточном количестве, применение метода математического моделирования позволяет решать задачи подбора аппроксимирующих функций для прогноза состояния как геоде-

зических пунктов, так и геодезических сетей в целом.

Ливан находится на границе активной тектонической плиты. Внутри страны проходит три разлома (рис. 1). Взаимное движение краев этих разломов оценивается от 1,4 до 4,5 миллиметров в год. Размещение разломов и нелинейная конфигурация дают возможность предположить нестабильность и нелинейность подобных движений. По скорости сдвига границ разломов предварительно можно оценить сроки переопределения координат пунктов геодезической сети выбранного класса. Детальная оценка производится после анализа информации о фактическом изменении координат пунктов во времени.

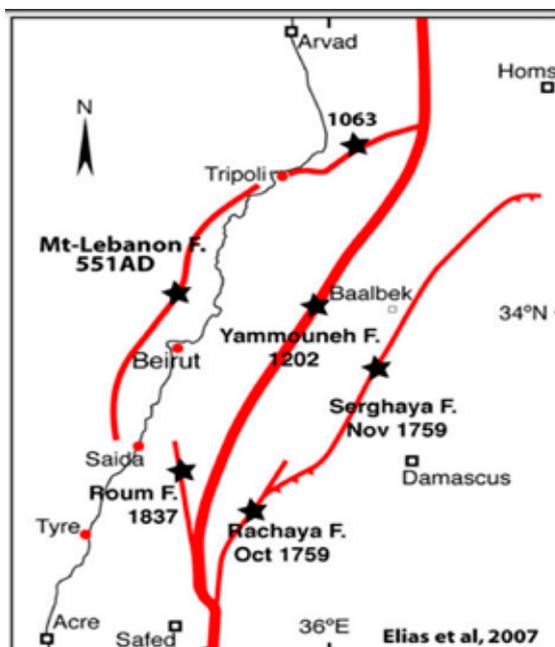


Рис. 1. Карта расположения активных разломов и места крупных землетрясений:

- ★ – место крупного землетрясения,
- – геодезический пункт, / – линия побережья,
- — — — — центральный разлом, / — боковой разлом

Необходимо сделать несколько замечаний.

Замечание 1. Перемещение верхних геологических слоев происходит достаточно быстро с возможными кратковременными неравномерными и непредсказуемыми изменениями направлений смещений, на рис. 2 представлены осредненные векторы смещений.

Замечание 2. На скорость и направление перемещений пунктов влияют: эндогенные процессы; экзогенные процессы, вызванные физическим состоянием верхних

геологических слоев, климатическим состоянием региона и частичной наведенной сейсмичностью из-за водонасыщенной части грунтов; техногенные процессы.

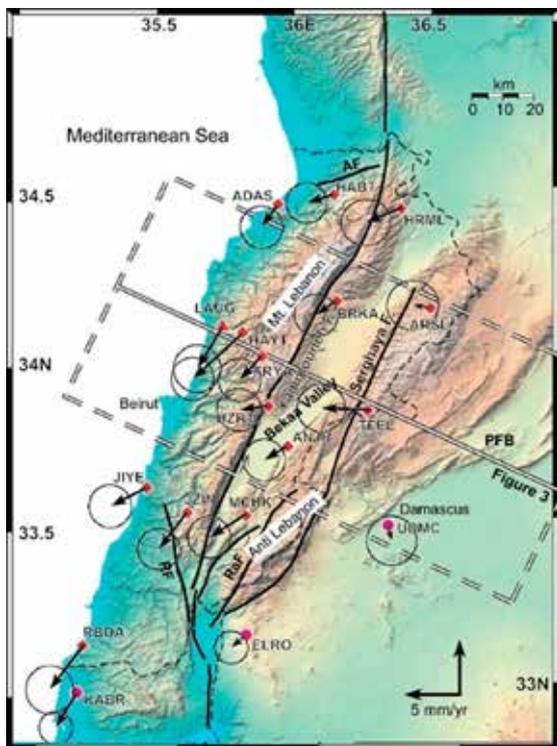


Рис. 2. Направления перемещений пунктов [1]:

- ▲, ◆ – GPS-пункты Ливана,
- – GPS-пункты других стран,
- масштаб и скорость перемещений пунктов,
- линейный масштаб

Замечание 3. Три разлома (восточный – Сергейский разлом, центральный разлом Яммуне, третий разлом – надвиг Маунт-Ливан, находится в основном в море [2]), делят страну на три условно свободные (некоррелированные) в движении и вращении зоны. Перемещения пунктов оцениваем в каждой из ограниченных разломами зон.

Математическое моделирование опорных геодезических пунктов позволяет решить две основные задачи. Первая задача – выбор процедуры по преобразованию координат. Вторая задача – создание модели движения, наиболее адекватно описывающей процесс жизненного цикла конкретного пункта на рассматриваемой территории после его закрепления и предварительного определения координат до уточнения положения или переопределения, с фиксацией основных моментов, характеризующих движение пунктов для геодезической сети конкретного класса точности.

Первая задача была решена посредством сопоставления опорных геодезических сетей в Ливане, Российской Федерации, Сирийской Арабской Республике, а также ряда стран с небольшой территорией. В качестве систем координат в высшем звене стандартно используются геоцентрические системы координат. На глобальном уровне пространственное моделирование геодезических пунктов включает моделирование подверженных глобальных геодинамических процессов, например сеть IGS [3]. Основные перемещения пунктов на глобальном уровне и на интервале времени в один год, на территории Ливана, соответствуют линейным, равноускоренным или постоянным смещениям. Незначительные изменения в направлении смещения трактуются как движения точки по дуге (на криволинейной поверхности отсчетного эллипсоида) с заданным полюсом Эйлера. Сложность определения параметров перемещений пунктов в Ливане заключается в малой площади территории. Получаем большие погрешности параметров, используя для решения только пункты на территории самого Ливана. Поэтому основные геодезические пункты, используемые в определении параметров перемещений (для территории всей страны), располагаются как на территории страны, так и за ее пределами на существенном удалении.

Вторая задача – моделирование движения опорных геодезических пунктов и получение системы аппроксимирующих функций. Аппроксимирующая функция в данном случае может быть базовой или дополнительной. Базовая – это основная функция, аппроксимирующая перемещения пункта или совокупности пунктов. Функцию получаем в процессе обработки информации о положении геодезического пункта в различные моменты времени. Дополнительная функция уточняет и устраняет поправками «недокомпенсированность» после применения базовой. Если «базовая» функция удовлетворительно выполняет интерполирование и экстраполирование возможного положения пунктов, то «дополнительная» аппроксимирующая функция не создается. Критерий, по которым оценивается качество аппроксимации – это точность координат пунктов геодезической сети.

Геодезическая сеть, формирующая координатную основу государства, обычно имеет сети нескольких классов точности: геодезическая сеть высшего класса точности для фиксации координатной основы,

геодезическая сеть среднего класса для распределения координатной основы по территории всего государства и геодезическая сеть низшего класса для обеспечения координатной информацией потребителей и для выполнения специальных работ.

Для стран с маленькими территориями геодезическая сеть высшего класса обычно интегрирована в глобальные геодезические сети или совмещена с геодезическими сетями высшего класса соседних стран. В современных условиях глобальные сети создаются в геоцентрических системах координат, и на пункты этой сети действуют глобальные геодинамические процессы. При этом в стране создается своя национальная система координат, которую и фиксирует геодезическая сеть, интегрированная в глобальную.

Геодезические сети среднего и низшего классов точности, распространяя систему координат на всё государство, создают основу для картографирования. В этом случае координаты пунктов получают, обрабатывают и в последующем применяют в системах плоских прямоугольных координат принятых в стране картографических проекций. При картографическом обеспечении государства предпочтение отдается обычно одной проекции, а дополнительные применяются для сопутствующих целей.

Из геологического строения Ливана видно, что сформированы три региона и присутствует локальная геодинамика на территории размещения геодезических пунктов. Деление территории на отдельные мелкие сегменты в зависимости от геодинамических факторов необходимо для учета особенностей территорий, на которых создаются, поддерживаются в заданном состоянии и реконструируются локальные геодезические сети [4].

Для математического описания перемещений пунктов на каждом глобальном (территория всей страны), региональном и локальном уровнях рассмотрим основные математические зависимости, раскрывающие последствия влияния геодинамических процессов на геодезические пункты или системы координат конкретного уровня.

Математические зависимости описываемых процессов формируются постепенно: «от простого к сложному» или «от базового к расширенному». Модель формируется по принципу: «постоянное уточнение», по мере получения новых знаний о процессах, оказывающих влияние на динамику геодезических пунктов в рассматриваемом районе.

В качестве базовых математических зависимостей для глобального уровня вычленим из теории движения литосферных плит и других глобальных геодинамических факторов вращение определенного фрагмента поверхности вокруг полюса Эйлера. На глобальном уровне в первом приближении движение опорных станций прослеживается как движение по дуге по поверхности отсчетного земного эллипсоида.

Вращение вокруг полюса Эйлера и зависимости, возникающие при этом, описываются несколькими известными уравнениями:

- уравнение скорости движения:

$$V_i = \omega_{ji} \times r \sin \gamma,$$

где r – вектор положения точки на границе между различными пластинами/плитами i и j , с широтой φ и долготой λ , ω_{ji} – вектор угловой скорости, или вектор Эйлера, γ – угол между полюсом Эйлера и вектором r ;

- уравнение вектора:

$$r = (a \cos \varphi \cos \lambda, a \cos \varphi \sin \lambda, a \sin \varphi),$$

где a – радиус Земли;

- полюс Эйлера на отсчетной поверхности определяется из уравнения:

$$\omega = (|\omega| \cos \varphi_e \cos \lambda_e, |\omega| \cos \varphi_e \sin \lambda_e, |\omega| \sin \varphi_e)$$

где величина $|\omega|$ – скалярная угловая скорость, или скорость вращения; φ_e и λ_e – широта и долгота полюса Эйлера.

На незначительном удалении от полюса Эйлера сферическая поверхность может иметь незначительный выгиб, тем не менее не стоит трактовать это как вращение плоскости вокруг полюса. Преобразования вокруг полюса Эйлера, в отличие от преобразований пространственных геоцентрических координат, дают ограничения в моделировании движений пунктов по удалению от отсчетной поверхности – не позволяют учитывать перемещение перпендикулярно выбранной отсчетной поверхности, воспринимаемое как перемещение по высоте, однако оно существует и будет принято в обработку на следующем этапе уточнения модели. Особенности вычисления движений вне отсчетной поверхности следует рассматривать как дополнительные редукции.

Проблему с искажениями исходных картографических проекций, в зависимости от времени, решим применением формул трансформирования плоских координат. При поиске уравнений, описывающих искажения проекций (или удаление искажений),

основное внимание обратим на стандартные формулы трансформирования плоских систем координат. При этом, как и в предыдущем случае, сделаем примечание: это только базовый случай, который можно корректировать вводом дополнительных параметров вплоть до создания неортогональных преобразований, а также дополнительным введением скоростей и ускорений изменения для моделируемых (уравненных) параметров трансформирования или применением моделей другого типа – например применение интерполяционных формул для формирования матриц редукций остаточных погрешностей. Уравнивание параметров трансформирования сопровождается остаточными погрешностями, трактуются как элементы, не получившие поправок. Для ликвидации остаточных погрешностей применяют различные методы аппроксимации, часто основанные на площадной матрице остаточных ошибок – элементов, которые не могут быть компенсированы уравниванием.

Стандартные формулы трансформирования, независимо от принятых обозначений, не подходят для изменения положения пунктов на кривой поверхности (поверхности эллипсоида) [5; 6]:

$$\begin{aligned} X &= m (\cos ax - \sin ay) + l_x, \\ Y &= m (\sin ax - \cos ay) + l_y, \end{aligned}$$

поэтому в данном случае рассуждаем в рамках условий трансформирования пунктов геодезического обеспечения картографирования территории или изменения положения пунктов, обеспечивающих потребителей плановыми координатами в заданных проекциях. При этом, так же как и в предыдущем случае, существует возможность изменения положения пункта при удалении от плоскости плановых координат.

Дополнительный вариант определения пространственного положения и изменения положений координат геодезических пунктов следует рассматривать в горных районах на малых площадях. Здесь необходимо рассуждать в рамках топоцентрических пространственных координат. Правила распространения топоцентрических систем координат на выбранную территорию здесь оговаривать не будем, принципиально здесь большое сходство с геоцентрическими системами.

В рамках проведенных исследований и для наглядности применяемых решений использовались сведения о координатах контрольных пунктов, размещенных

на территориях с геодинамически активными грунтами.

Аппроксимирующие функции разделили на категории по степени аппроксимирующего полинома. Для краткости изложения материала далее приведены не полностью сформированные уравнения, а их преобразы соответствующей степени для объяснения полученных результатов.

Введем ряд ограничений: в качестве информации возьмем пространственные координаты пунктов, полученные в разные эпохи наблюдений; определять будем не конечное уравнение, которое будет в последующем использовано для интерполирования и экстраполирования координат пункта, а «поведение» аппроксимирующего полинома – как оценку самой возможности аппроксимировать. Используемые уравнения – слепки степенных функций; коэффициенты уравнений и зависимостей получим базовым методом наименьших квадратов [6]:

$$\begin{aligned} AX &= L + V, \\ A'AX &= A' \times L, \\ NX &= A' \times L, \\ X &= N^{-1} \times A' \times L \end{aligned}$$

все вычисления выполним в программе MATLAB.

В ходе исследований основные группы базовых математических зависимостей, которые могут описывать происходящие процессы, на следующем шаге аналитического обеспечения модели нагружаются функциями, раскрывающими спектр динамических процессов. В этом случае для описания повторяющихся процессов (например, сейсмических) возможно применение тригонометрических зависимостей, которые формируют окрестности линии, соответствующей первоначальной аппроксимации множества точек. В проведенном эксперименте использовались уравнения Фурье с высокочастотными слагаемыми. Общий вид уравнений Фурье – тригонометрический ряд функции $f \in L(-\pi, \pi)$ (то есть функции, суммируемой на промежутке $(-\pi, \pi)$ или ее периодического продолжения на вещественную прямую):

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx),$$

где
$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx;$$

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(nx) dx;$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(nx) dx.$$

Результаты исследования и их обсуждение

Из-за ограниченного количества постоянно действующих опорных станций данные получены со станций, расположенных в соседних странах. Территория данных стран и места размещения геодезических пунктов подвержена тем же геологическим воздействиям, что и исследуемая территория. Поэтому выводы, сделанные по результатам исследований, можем транслировать на исследуемую территорию. Качество интерполяции и экстраполяции проверялось по сходимости результатов с реальными определениями положений пунктов на даты, которые остались в качестве контрольных и в обработку не принимались.

На первоначальном этапе рассмотрена аппроксимация плоскостью с выявлением линейной зависимости. Различие вариантов зависит от количества выбранных точек для аппроксимации, удаленности (по временным эпохам) между ними. Для наглядности происходящего составлены графики (рис. 3).

Применение линейных (плоских) аппроксимирующих функций требует соблю-

дения главного условия – район должен быть геодинамически спокойным. В противном случае нет гарантии качественной интерполяции и экстраполяции. Корреляционный анализ качества (сходимости) вычисленных и измеренных координат пунктов может показать степень геодинамической активности региона. По результатам исследований плоских аппроксимирующих функций сделан следующий вывод:

- для аппроксимации необходимо использовать максимальное количество имеющейся информации, а при анализе смещений пунктов удалить из выборки эпохи, в которых пункты получили смещения, выходящие за границы доверительного интервала построенного графика, по временным меткам удаленных из обработки эпох можно составить частотно-вероятностный график появления особых движений – выпадающих из общего ряда;

- после оценки общей характеристики смещений не принимать в обработку устаревшие данные – если подтвердится изменение характера влияющего геодинамического процесса.

Исследование квадратичных, кубических зависимостей и зависимостей с большими степенями зависит от набора данных, по которым находят аппроксимирующую функцию. Неточно подобранные краевые условия приводят к резкому изменению поведения аппроксимирующей функции (рис. 4, 5). Различие в видах графика аппроксимирующей функции зависит от количества точек для составления уравнения.

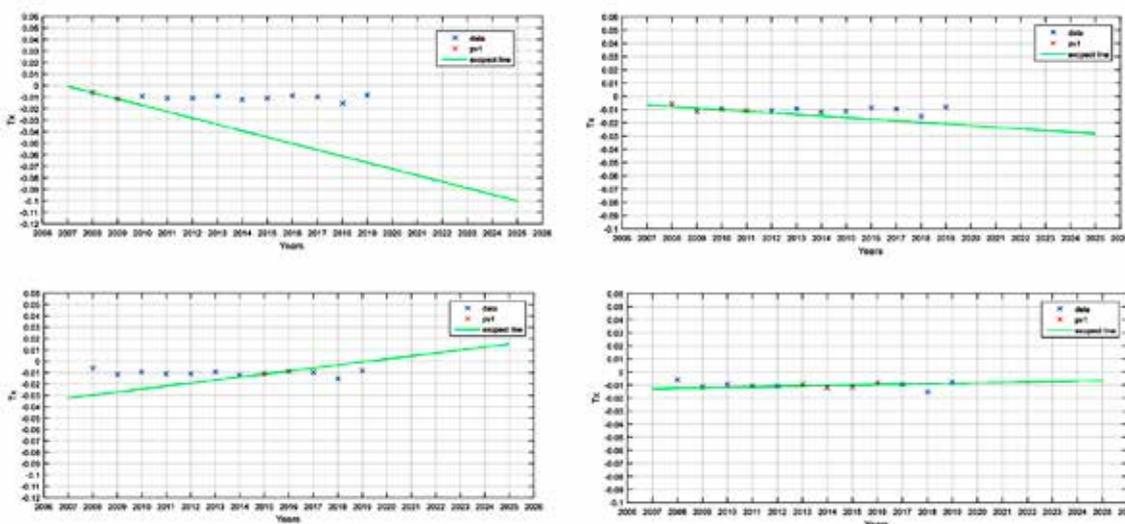


Рис. 3. Линейная аппроксимирующая функция)

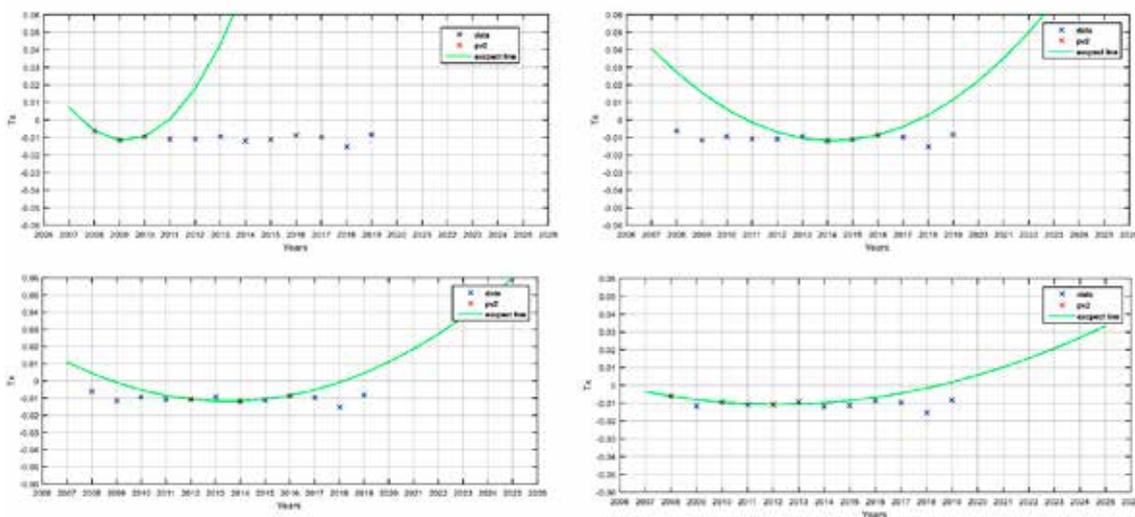


Рис. 4. Квадратичная аппроксимирующая функция

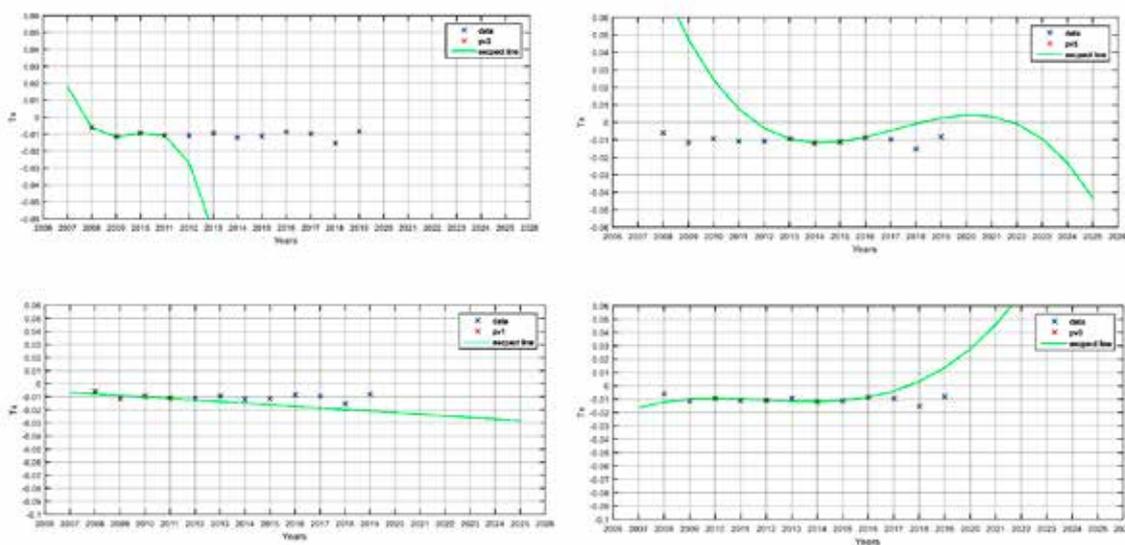


Рис. 5. Кубическая аппроксимирующая функция

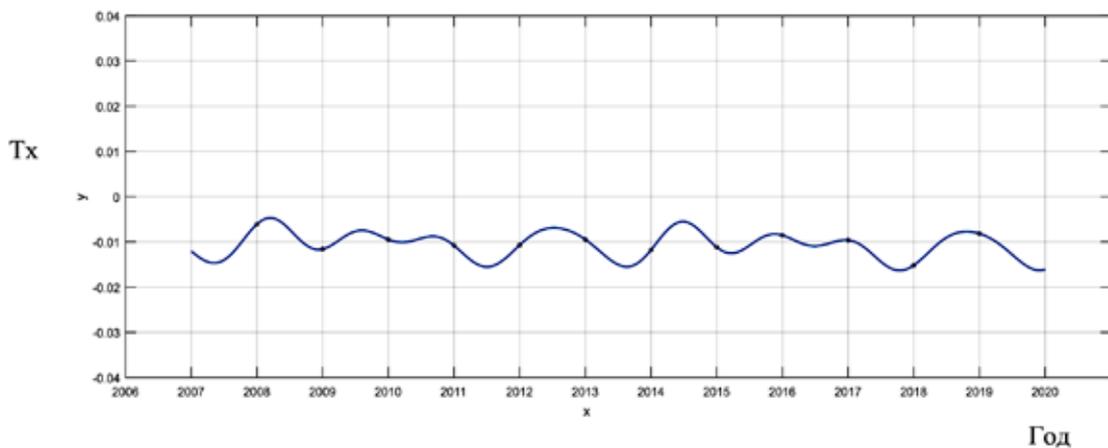


Рис. 6. Моделирование рядом Фурье

Для компенсации остаточных погрешностей и исправления поведения степенных аппроксимирующих рядов на концах исследуемых отрезков рекомендуется использовать вариант с тригонометрическим рядом. Рассмотрен ряд Фурье с нестандартным смещением (рис. 6).

$$f(x) = a \times x + b + c \times \cos(x) + d \times \sin(x) + e \times \cos(2 \times x) + f \times \sin(2 \times x) + g \times \cos(3 \times x) + h \times \sin(3 \times x) + m \times \cos(4 \times x) + n \times \sin(4 \times x) + l \times \cos(5 \times x) + o \times \sin(5 \times x)$$

с параметрами: $a = -0.00013$; $b = 0.25050$; $c = -0.00025$; $d = -0.00102$; $e = -0.00090$; $f = -0.00073$; $g = 0.00219$; $h = -0.00191$; $l = 0.00097$; $m = -0.00070$; $n = 0.00158$; $o = 0.00078$.

Выводы

При модернизации геодезической сети требуется знание поведения геодезических пунктов для выполнения следующих действий: поиска места расположения пунктов геодезической сети, менее всего подверженного геодинамическим влияниям.

Проведенные эксперименты на пунктах проектируемой геодезической сети на территории Ливана показали следующее:

- для корректного прогноза поведения пунктов необходимо обеспечивать непрерывный мониторинг деформации геодезической сети, выраженной в изменении положения геодезических пунктов;

- выполнить поиск аппроксимирующего полинома с учетом всей достоверной информации;

- процедура поиска полиномов для компенсации смещений точек, которые они получили в результате воздействия геодинамических процессов, состоит из нескольких, уточняющих характеристики полинома, шагов;

- проведенные исследования прогнозирования расположения пунктов геодезической сети (на примере геодезической сети Ливана) позволяют изучать геодинамическую активность, вызванную геологическими разломами и другими процессами, и прогнозировать положение пунктов;

- анализ геодинамических процессов и учет перемещений геодезических пунктов применением аппроксимирующих функций играет существенную роль при создании спутниковой геодезической сети и может быть реализован в методике поиска геодинамически активной зоны, на которой расположены геодезические пункты, или для

В моделировании может участвовать произвольное количество параметров, позволяющих задавать различные конфигурации волновой поверхности и раскрывающих основные параметры ряда Фурье.

Например, в графике (рис. 6) реализовано следующее уравнение:

коррекции размещения пунктов, при условии развертывания сетей постоянно действующих пунктов глобальных навигационных спутниковых систем;

- методика модернизации геодезической сети в геодинамически активных районах должна включать элементы поиска уравнений, описывающих движение пунктов для оптимизации их размещения, элементы обработки полученной информации с целью определения районов, в которых не рекомендуется размещать пункты геодезической сети из-за существующих геологических разломов и процессов другого характера, например таких, как эрозия, проливные дожди и им подобные;

- автор рекомендует установить новые постоянно действующие станции ГНСС для получения детальных данных об активности каждого геологического разлома в Ливане и дальнейшего развития методики в виде ее автоматизация и создания программного математического комплекса, способного учитывать изменения координат станции с последующей обработкой и получением редуцированных элементов.

Список литературы

1. Francisco Gomez, Gebran Karam, Mohamad Khawlie, Simon McClusky, Philippe Vernant, Robert Reilinger, Rani Jaafar, Charles Tabet, Kamal Khair, Muawia Barazangi. Global Positioning System measurements of strain accumulation and slip transfer through the restraining bend along the Dead Sea fault system in Lebanon // *Geophysical Journal International*. 2007. Vol. 168, Is. 3. P. 1021–1028. DOI: 10.1111/j.1365-246X.2006.03328.x.

2. Elias, Ata. Notes on Earthquake Hazard in Lebanon. [Электронный ресурс]. URL: https://www.researchgate.net/publication/283502862_Notes_on_Earthquake_Hazard_in_Lebanon (дата обращения: 05.06.2023).

3. Wdowinski Shimon, Bock Yehuda, Baer G., Prawirodirdjo L., Bechor N., Naaman S., Knafo R., Forrai Y., Melzer Y. (2004). GPS measurements of current crustal movements along the Dead // Sea

Fault. *Journal of Geophysical Research*. 2004. Vol. 109. DOI: 10.1029/2003JB002640.

4. Dóskocz Adam. The actual state of the geodetic and cartographic resources and legislation in Poland // *Open Geosciences*. 2023. Vol. 15, Is. 1. P. 20220458. DOI: 10.1515/geo-2022-0458.

5. Ampatzidis Dimitrios, Gruber C., Kampouris Vasileios. The 2D time-dependent similarity transformation model as a tool

for deformation monitoring // *Acta Geodætica et Geophysica*. 2017. Vol. 53. P. 1-12. DOI: 10.1007/s40328-017-0205-9.

6. Wolf Paul R., Bon A. Dewitt, Benjamin E. Wilkinson. *Coordinate Transformations*. Chap. C in *Elements of Photogrammetry with Applications in GIS*. 4th ed. New York: McGraw-Hill Education. [Электронный ресурс]. URL: <https://www.accessengineeringlibrary.com/content/book/9780071761123/back-matter/appendix3> (дата обращения: 10.06.2023).