

СТАТЬИ

УДК 528.024.1-187.4:528.13

**ОЦЕНКА ДИСПЕРСИИ РАВНОТОЧНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ
ПОВТОРНОГО НИВЕЛИРОВАНИЯ ПРИ НАЛОЖЕНИИ
ДОПУСКОВ НИВЕЛИРОВАНИЯ РАЗЛИЧНОГО РАНГА****Волкова Т.Н., Волков Н.В.***Санкт-Петербургский архитектурно-строительный университет, Санкт-Петербург,
e-mail: volkov.nikita@yahoo.com*

В рамках прогностических, изыскательских и техногенных геодинамических полигонов создаются сети высокоточного нивелирования. На таких полигонах производятся исследования в областях современной геодинамики, прогноза сейсмических событий, контроля сдвижений земной поверхности на разрабатываемых месторождениях углеводородов и подземных хранилищах газа, а также решение других научно-практических задач геофизики и инженерной геодезии. Для решения приведенных задач в сетях нивелирования геодинамических полигонов через определенные промежутки времени выполняется повторное высокоточное нивелирование I и II классов точности. На современном этапе процесс нивелирования выполняется с применением высокоточных оптических нивелиров в комплекте со штриховыми инварными рейками и цифровыми нивелирами, укомплектованными кодовыми инварными рейками. Точность нивелирования I и II классов, выполняемого в полевых условиях, зависит от приборной точности и совокупного влияния многих внешних факторов, таких как температура и влажность воздуха, вид и состояние почвогрунтов, стабильность угла наклона нивелира, гидротермические движения земной поверхности и других. Повторное высокоточное нивелирование I и II классов точности должно обеспечивать достоверные и значимые кинематические характеристики современных вертикальных сдвижений физической поверхности Земли. Такие сдвижения обусловлены проявлением современной геодинамики и техногенными деформационными процессами приповерхностных слоев земной коры. Нивелирование I класса точности требует выполнения на нивелирных станциях сложных громоздких программ наблюдений, что снижает оперативность и эффективность его реализации. Вместе с тем имеется возможность замены нивелирования I класса менее громоздкой и затратной программой нивелирования II класса без потери точности со значительным повышением оперативности повторного нивелирования. В работе приводится теоретическое обоснование возможности замены нивелирования I класса нивелированием II класса путем сокращения программы нивелирования и наложения более жестких допусков, касающихся исполнения программы нивелирования на станциях нивелирных ходов.

Ключевые слова: нивелирование, цифровой нивелир, оценка результатов нивелирования, допуски и программа нивелирования

**ESTIMATION OF THE VARIANCE OF THE EQUIVALENT RESULTS
OF REPEATED LEVELING WITH THE IMPOSITION
OF LEVELING TOLERANCES OF VARIOUS RANKS****Volkova T.N., Volkov N.V.***St. Petersburg University of Architecture and Civil Engineering, St. Petersburg,
e-mail: volkov.nikita@yahoo.com*

Within the framework of prognostic, survey and technogenic geodynamic polygons, high-precision leveling networks are being created. At such landfills, research is carried out in the fields of actual geodynamics, prediction of seismic events, control of the Earth's surface movements in the developed hydrocarbon deposits and underground gas storage facilities, as well as solving other scientific and practical problems of geophysics and engineering geodesy. To solve the above problems in the leveling networks of geodynamic polygons, repeated high-precision leveling of accuracy classes I and II is performed at certain intervals. High-precision optical levelers complete with dashed invar rails and digital levelers equipped with code invar rails perform leveling at the present stage. The accuracy of leveling of classes I and II performed in the field depends on the instrument accuracy and the combined influence of many external factors such as air temperature and humidity, the type and condition of soils, the stability of the angle of inclination of the level, hydrothermal movements of the Earth's surface and others. Repeated high-precision leveling of accuracy (classes I and II) should provide reliable and significant kinematic characteristics of actual vertical movements of the physical surface of the Earth. Such deformations are caused by the manifestation of geodynamics and technogenic deformation processes of the near-surface layers of the Earth's crust. Leveling of accuracy class I requires the implementation of complex cumbersome observation programs at leveling stations, which reduces the efficiency and effectiveness of its implementation. At the same time, it is possible to replace class I leveling with less cumbersome and costly Class II leveling without loss of accuracy and with a significant increase in the efficiency of repeated leveling. The paper provides a theoretical justification for the possibility of replacing class I leveling with Class II leveling by reducing the leveling program and imposing stricter tolerances regarding the execution of the leveling program at leveling stations.

Keywords: leveling, digital leveling, evaluation of leveling results, tolerances and leveling program

Для изучения кинематических характеристик современной геодинамики, прогноза сейсмических событий, контроля сдвижений земной поверхности на разрабатываемых месторождениях углеводородов и подземных хранилищах газа, а также для решения других научно-практических задач геофизики и инженерной геодезии

создаются сети высокоточного нивелирования на прогностических, изыскательских и техногенных геодинамических полигонах [1; 2]. При этом в сетях нивелирования геодинамических полигонов через определенные промежутки времени выполняется повторно высокоточное нивелирование I и II классов точности.

В настоящее время на геодинамических полигонах нивелирование выполняется с применением высокоточных оптических нивелиров в комплекте со штриховыми инварными рейками, имеющими основную и дополнительную шкалы, и чаще цифровыми нивелирами, укомплектованными кодовыми инварными рейками, имеющими

лишь «одну шкалу». Приборная точность таких нивелиров позволяет выполнять нивелирование в «лабораторных условиях» с точностями 0,5 мм/км (III класс) и 0,3 мм/км (I класс). В действительности точность нивелирования I и II классов, выполняемого в полевых условиях, зависит от совокупного влияния многих внешних факторов (температуры и влажности воздуха, вида и состояния почвогрунтов, стабильности угла наклона нивелира, гидротермических движений земной поверхности и других) [3-5] на процесс измерения превышений на нивелирных станциях, которое проявляется в случайных и систематических погрешностях нивелирования [6; 7].

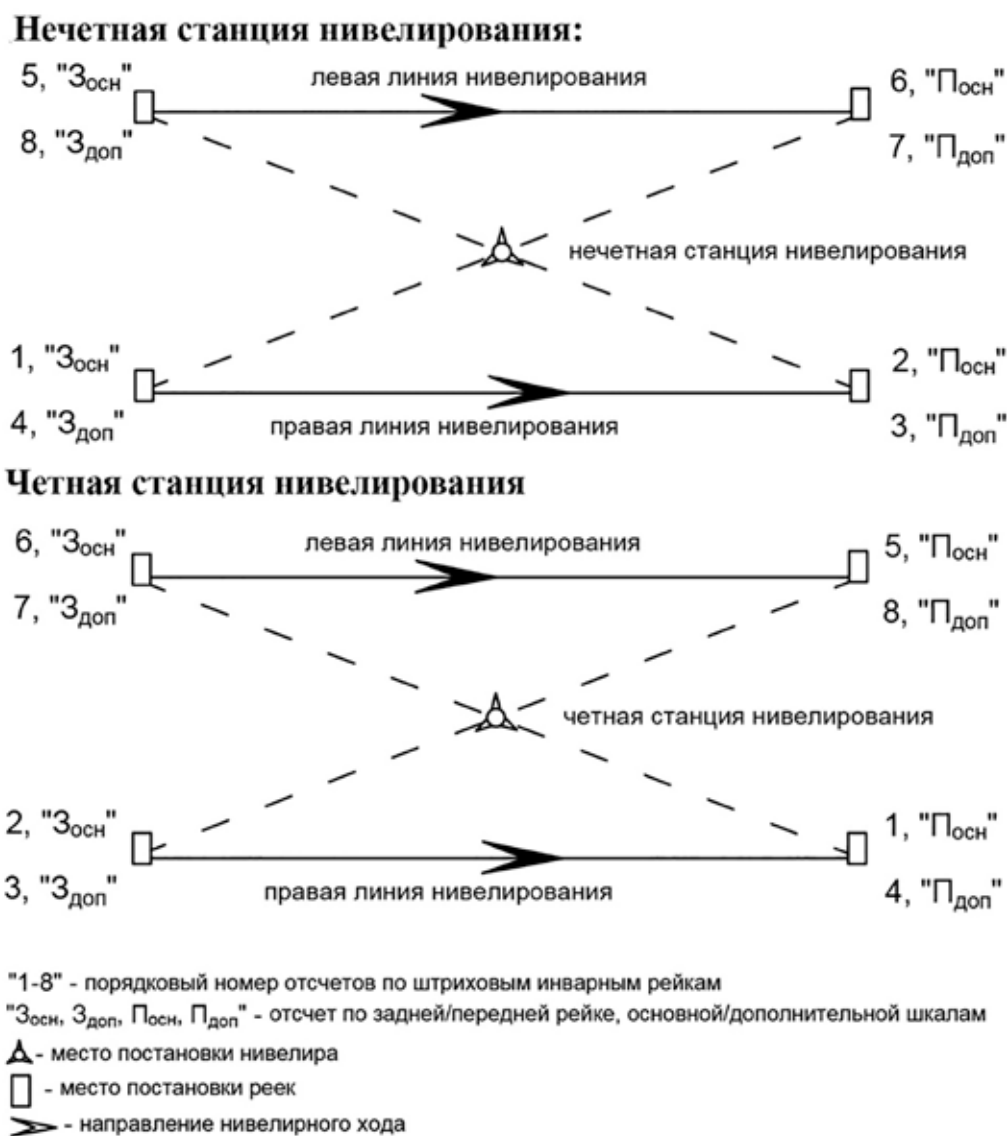


Рис. 1. Реализация оптическим высокоточным нивелиром программы нивелирования I класса на станции нивелирного хода

Целью исследования является обоснование возможности замены нивелирования I класса нивелированием II класса (менее громоздким, затратным и более высокопроизводительным). Очевидно, что возможность такой замены требует теоретического обоснования с позиции повышения жесткости допусков на расхождения измеренных превышений и количества приемов (горизонтов прибора) при измерениях. Если такая замена возможна, то также необходимо определить дополнительные условия использования замены.

Материалы и методы исследования

Современные технологии нивелирования I и II классов, использующие оптические нивелиры, позволяют путем применения специальных программ нивелирования на станции [6; 7] исключать или ослаблять до требуемых пределов влияние внешних факторов на результаты измерения превышений. Реализация таких программ (рис. 1) возможна при включении в них серии отсчетов по основным ($Z_{осн}$, $P_{осн}$) и дополнительным ($Z_{доп}$, $P_{доп}$) шкалам инварных реек при нивелировании по правой и левой линиям нивелирования [6; 7], а именно: $Z_{осн}$ (прав), $P_{осн}$ (прав), $P_{доп}$ (прав), $Z_{доп}$ (прав), и $Z_{осн}$ (лев), $P_{осн}$ (лев), $P_{доп}$ (лев), $Z_{доп}$ (лев). Выполнение программ позволяет также осуществлять контроль качества измерения превышения на четных и нечетных станциях путем соблюдения допусков на разности превышений d_i , установленных нормативными документами [6-8].

При нивелировании высокоточными цифровыми нивелирами используются кодовые инварные рейки с «одной» шкалой, что исключает возможность применения программ на нивелирной станции, рекомендованных нормативными материалами [6; 7] при применении оптических нивелиров (рис. 2).

Фактически программы для нивелирования цифровым нивелиром на станции при нивелировании I и II классов состоят из измерений превышения между кодовыми рейками соответственно при четырех и двух горизонтах нивелира, что позволяет контролировать измерение превышений по контрольным разностям d_i .

Результаты исследования и их обсуждение

Сначала покажем, что если при больших допусках все n наблюдений практически являются независимыми и дисперсия

среднего арифметического в n раз меньше дисперсии одного наблюдения, то при малых допусках мы имеем дело фактически с одним наблюдением, и дисперсия среднего арифметического наблюдений практически равна дисперсии одного, отдельно взятого наблюдения [9; 10].

Пусть имеется n независимых наблюдений: $f(x)$ – плотность распределения одного, независимо от остальных проведенного наблюдения; $F(x)$ – функция распределения независимо проведенного наблюдения. Предположим следующую схему наложения допусков на ряд независимых наблюдений, проводимых n приемами.

Проводим наблюдение первым приемом, получим значение x_1 случайной величины x . Пусть x_i – результат наблюдения i приемом, тогда должны быть выполнены включения:

$$x_i \in \bigcap_{j < i} [x_j - \delta, x_j + \delta], i = 2, 3, \dots, n, (1)$$

где δ – величина допуска. Затем вычисляется арифметическая средняя:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} (2)$$

Если же включения (1) нарушаются при некотором i , то результаты наблюдений x_1, \dots, x_{i-1} отбраковываются и снова выполняется вся процедура получения результатов измерений n приемами (при разных горизонтах).

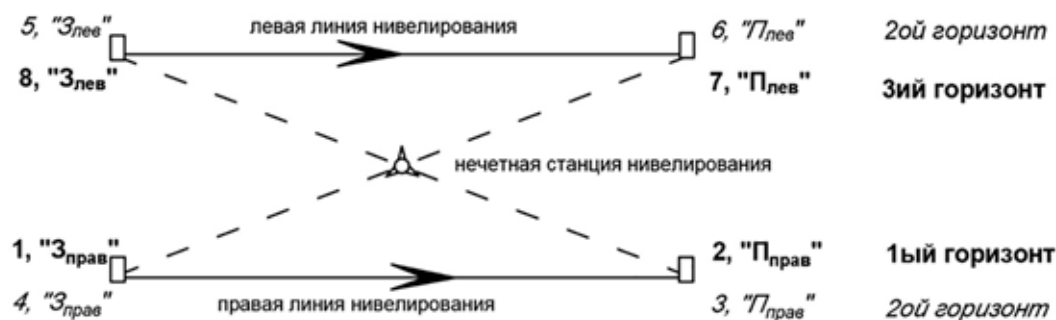
Далее без ограничения общности, для простоты выкладок, будем считать, что измеримая величина равна нулю. Тогда $M(x_1) = 0$, а при отсутствии допусков и $M(x_2) = \dots = M(x_n) = 0$.

При наличии допусков возникают несимметричные усечения распределения $F(x)$ случайных величин x_i (при $i \in [1; n]$), зависящие от x_1, x_2, \dots, x_{i-1} . Более точно можно считать, что случайные величины x_i имеют условные плотности распределения f_i^δ , где $f_i^\delta(x) = f(x)$ [9]:

$$f_i^\delta = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq \alpha_i, \\ A_i f(x), & \text{при } \alpha_i \leq \beta_i, \\ 0, & \text{при } x > \beta_i, \end{cases} (3)$$

где $\alpha_i = \min_{1 \leq j \leq i} \{x_j - \delta\}$;

$\beta_i = \max_{1 \leq j \leq i} \{x_j - \delta\}$;

Нечетная станция нивелирования:**Четная станция нивелирования:**

"1-8" - порядковый номер отсчетов по кодовым рейкам

З_{прав}, З_{лев}, П_{прав}, П_{лев} - отсчет по задней/передней рейке, правой/левой линии нивелирования

▲ - место постановки нивелира

□ - место постановки реек

➤ - направление нивелирного хода

Рис. 2. Реализация цифровым высокоточным нивелиром программы

$$A_i = \frac{1}{F(\beta_i) - F(\alpha_i)}, \quad 2 \leq i \leq n.$$

Отметим, что $A_n \geq A_{n-1} \geq \dots \geq A_{i-1} \geq \dots \geq A_1 = 1$.

Тогда совместная плотность распределения $f(x_1, \dots, x_n)$ системы случайных величин (x_1, \dots, x_n) имеет вид:

$$f(x_1, \dots, x_n) = f(x_1) \prod_{i=2}^n f_i^\delta(x_i). \quad (4)$$

Вычислим функцию распределения $F_x^\delta(r)$ случайной величины $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ по формуле [9]:

$$F_x^\delta(r) = \iint_{D \subset R^n} \dots \int f(x_1, \dots, x_n) dx_1 \dots dx_n, \quad (5)$$

где область D в n -мерном пространстве R^n задается неравенством $\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \leq r$.

После перехода к n -кратному повторному интегралу получим:

$$F_{\bar{x}}^\delta(r) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{n \cdot r - x_1} \dots \int_{-\infty}^{n \cdot r - \sum_{i=1}^{n-1} x_i} f(x_1, \dots, x_n) dx_1 \dots dx_n = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{n \cdot r - x_1} \dots \int_{-\infty}^{n \cdot r - \sum_{i=1}^{n-1} x_i} f(x_1) dx_1 \dots dx_n. \quad (6)$$

С целью упрощения математических выкладок ограничимся случаем двух измерений превышения на станции, т.е. пусть $n = 2$, тогда: $F_x^\delta(r) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x_1) \int_{-\infty}^{2r-x_1} f_2^\delta dx_1 dx_2$.

Продифференцируем $F_x(r)$ по верхнему пределу r , получим:

$$f_{\bar{x}}(r) = F_x'(r) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x_1) f_2^\delta(2r - x_1) dx_1. \tag{7}$$

Далее вычислим [9]:

$$M(\bar{x}^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} r^2 \int_{-\infty}^{+\infty} f(x_1) f_r^\delta(2r - x_1) dx_1 dr = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x_1) \int_{x-\delta/2}^{x+\delta/2} \frac{r^2 f(2r - x_1)}{A_2} dr dx_1 \tag{8}$$

В (8) мы учли, что вне интеграла $x_1 - \delta/2 \leq r \leq x_1 + \delta/2$ функция $f_2^\delta(2r - x_1)$ в силу условия (3) равна 0. Итак:

$$M(\bar{x}^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) c^2 \int_{x-\delta/2}^{x+\delta/2} \frac{f(2r - x)}{F(x + \delta)F(x - \delta)} dr dx.$$

В силу теоремы о среднем для внутреннего интеграла (3) имеем:

$$M(\bar{x}^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) c^2 \int_{x-\delta/2}^{x+\delta/2} \frac{f(2r - x)}{F(x + \delta)F(x - \delta)} dr dx = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) c^2 dx_1,$$

где $c(x)$ некоторая функция от x из интервала $[x - \delta/2; x + \delta/2]$. Поэтому, пренебрегая бесконечно малыми порядка малости выше δ представим $c(x)$ в виде $c(x) = x + o(\delta)$.

В результате получаем:

$$M(x^2) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) x^2 dx + o(\delta) = D(x_1) + o(\delta). \tag{9}$$

Из равенства (9) и вытекает утверждение о том, что при малых (жестких) допусках качество результатов двух и более измерений превышений на станции совпадает с качеством измерений превышений одним и тем более двумя приемами.

Рассмотрим теперь случай больших допусков, т.е. устремим $\delta \rightarrow \infty$. Тогда $A_1 \rightarrow 1$ и $f_i^\delta(x) \rightarrow f(x)$. Тогда, исходя из (6):

$$F_{\bar{x}_{n-1}}^\delta(r) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{n \cdot r - x_1} \dots \int_{-\infty}^{n \cdot r - \sum_{i=1}^{n-1} x_i} f(x_1) \prod_{i=2}^n f_i^\delta(x_i) dx_1 \dots dx_n \xrightarrow{\delta \rightarrow \infty} \\ \xrightarrow{\delta \rightarrow \infty} F_{\bar{x}}(r) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1) \int_{-\infty}^{n \cdot r - x_1} f(x_2) \dots \int_{-\infty}^{n \cdot r - \sum_{i=1}^{n-1} x_i} f(x_n) dx_1 \dots dx_n.$$

То есть при больших допусках наблюдения можно считать практически независимыми:

$$D(\bar{x}_\delta) \rightarrow D(\bar{x}) = \frac{D(x_1)}{n}.$$

Современные цифровые технологии нивелирования II класса, предусматривающие применение высокоточных цифровых нивелиров, укомплектованных кодовыми инвариантными рейками, позволяют реализовать программу нивелирования на станции, представленную на рисунке 3.

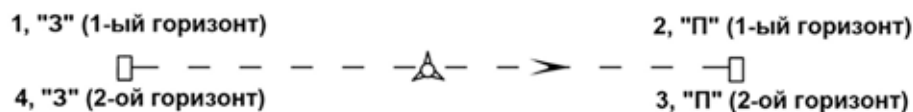
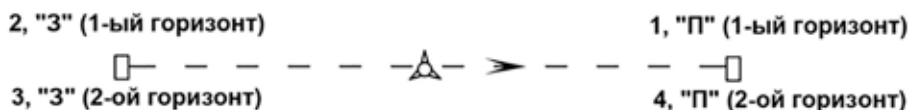
Нечетная станция нивелирования:**Четная станция нивелирования:**

Рис. 3. Реализация цифровым нивелиром программы нивелирования II класса на станции прямого нивелирного хода

Сопоставление программы нивелирования I класса на четной станции правой нивелировки (рис. 2) с программой нивелирования II класса на нечетной станции (рис. 3) указывает на их идентичность друг другу. В целом программа нивелирования I класса на станции отличается от программы нивелирования II класса лишь количеством измеренных превышений (4 и 2 соответственно). Следовательно, при равных внешних условиях нивелирования и допусках на процессы нивелирования, с учетом выражения (9), можно утверждать о равной точности результатов измерения превышений цифровым нивелиром на станции, выполненных по программам I и II классов. Также очевидным является тот факт, что увеличение допуска в n раз снижает точность многократно измеряемой величины превышений примерно в n раз.

Заключение

В результате проведенных теоретических исследований научно обосновано положение о возможности замены нивелирования I класса нивелированием II класса при использовании цифровых нивелиров в комплекте с кодовыми инвариными рейками и выполнении определенных условий.

К таким условиям относятся наложение предельно возможных по жесткости допусков в процессе реализации программы нивелирования на нивелирной станции при 2-кратном измерении превышения.

Замена нивелирования I класса нивелированием II класса резко повышает

оперативность повторного нивелирования при резком снижении затрат на его исполнение без снижения точности получаемых результатов.

Список литературы

1. Волков, Н.В. О размещении, выборе конструкций и глубины заложений нивелирных пунктов на геодинамических полигонах нефтегазовых месторождений // Известия вузов «Геодезия и аэрофотосъемка». 2017. № 5. С. 54-59.
2. Волков В.И., Волков Н.В. Условия эффективного применения геодезических методов на геодинамических полигонах нефтегазовых месторождений // Маркшейдерский вестник. 2018. № 2. С. 21-25.
3. Уставич Г.А., Шаульский В.Ф., Винокурова О.И. Разработка и совершенствование государственного нивелирования I, II, III и IV классов // Геодезия и картография. 2003. №3. С. 10-15.
4. Simonyan V.V., Labuznov A.V. Evaluation criteria of landslide stability. MATEC Web Conferences. 2018. V. 196. P. 03003. XXVII R-S-P Seminar 2018, Theoretical Foundation of Civil Engineering (27RSP).
5. Квятковская С.С., Кузьмин Ю.О., Никитин Р.С., Фаттахов Е.А. Анализ деформаций земной поверхности на Степановском ПХГ методами спутниковой и наземной геодезии // Вестник СГУГиТ. Т. 22. 2017. № 3. С. 34-39.
6. Нивелирование I и II классов (практическое руководство) / Главное управление геодезии и картографии при Совете Министров СССР. М.: Недра, 1982. 264 с.
7. Инструкция по нивелированию I, II, III и IV классов. Федеральная служба геодезии и картографии России: [ГКИНП (ГНТА)-03-010-02: введ. 1.02.2004]. М.: Картогеоцентр-Геодезиздат, 2004. 244 с.
8. Грунин А.Г., Кузьмин Ю.О., Фаттахов Е.А. Проблемные вопросы проектирования геодинамических полигонов на месторождениях УВ // Маркшейдерский вестник. 2014. № 6. С. 24-31.
9. Дерр В.Я. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для вузов. СПб.: Лань, 2021. 596 с.
10. Simonyan V.V., Shendyapina S.V. Calculating the accuracy of strain observations of high-rise buildings and structures using electronic total stations. E3S Web of Conferences 164. 02022 (2020). TRACEE. 2019. 9 p.