

СТАТЬИ

УДК 528.21

**РАЗРАБОТКА МОДЕЛИ ГЕОИДА НА ТЕРРИТОРИИ ЕГИПТА
ПРИ КОМПЛЕКСНОМ ИСПОЛЬЗОВАНИИ НАЗЕМНЫХ И ГЛОБАЛЬНЫХ
НАВИГАЦИОННЫХ СПУТНИКОВЫХ СИСТЕМ ДАННЫХ**^{1,2}Елшеви М.А.¹Университет Аль-Азхар, Каир;²Государственный университет по землеустройству, Москва, e-mail: miamoelshevy@gmail.com

Сегодня концепция модернизации геодезических сетей включает определение модели геоида. Почти все геодезические работы в Египте, особенно определение местоположения, выполняются с использованием глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС). Тем не менее для большинства геодезических и инженерных изысканий геометрическое нивелирование по-прежнему является основным методом определения высоты реперов. По сравнению с методами ГНСС эта технология довольно дорога. Из-за широкого использования ГНСС в Египте требуется модель геоида для преобразования геодезических высот в ортометрические, особенно в промышленных и стратегических областях Египта. В результате построение модели геоида с сантиметровой точностью для территории Египта значительно улучшит возможности измерений ГНСС и сэкономит материальные ресурсы и время. В этом исследовании метод среднеквадратической коллокации был использован в качестве технического метода для создания египетской национальной модели геоида. Выбор лучшей глобальной модели геоида в областях, при отсутствии данных очень важен. В работе использовались глобальные модели EGM2008 и XGM2019e_2159. Дополнительно модель высоты Shuttle Radar Topography Mission (SRTM30_PLUS) использовалась для коррекции остаточного рельефа местности. Для лучшей корреляции на основе расстояния между данными было определено, что идеальное сферическое расстояние составляет 10 угловых минут. Согласно результатам, внешняя точность модели геоида была со среднеквадратичной погрешностью (СКП) равна 0,08 м по сравнению с независимыми ГНСС/нивелирования пунктами. Модель XGM2019e_2159 показала лучшие результаты в Египте, чем модель EGM2008, с точки зрения удаления длинноволновых компонентов из аномалий силы тяжести.

Ключевые слова: среднеквадратическая коллокация, ковариационная функция, ГНСС/нивелирование, региональная модель геоида, техника удаления-восстановления, глобальные модели геоида

**DEVELOPMENT OF A GEOID MODEL IN EGYPT WITH THE INTEGRATED
USE OF GROUND AND GLOBAL NAVIGATION SATELLITE SYSTEMS DATA**^{1,2}Elshevy M.A.¹Al-Azhar University, Cairo;²State University of Land Use Planning, Moscow, e-mail: miamoelshevy@gmail.com

Today, the concept of modernization of geodetic networks includes the definition of a geoid model. Almost all geodetic work in Egypt, particularly positioning, is done utilizing Global Navigation Satellite Systems (GNSS). Nonetheless, for most geodetic and engineering surveys, geometric leveling is still the primary approach for estimating the heights of benchmarks. When compared to GNSS methods, this technology is quite expensive. Due to the widespread use of GNSS in Egypt, a geoid model is required to convert geodetic heights to orthometric heights, especially in the industrial and strategic areas of Egypt. As a result, building a geoid model with centimeter accuracy for the territory of Egypt will significantly improve the capabilities of GNSS measurements and save material resources and time. In this study, the least-squares collocation approach was employed as a technical method for creating an Egyptian national geoid model. Selecting the best global geoid model in areas where data is not available is very important. The global models EGM2008 and XGM2019e_2159 were used. Additionally, the Shuttle Radar Topography Mission (SRTM30_PLUS) elevation model was used to correct the residual terrain. For better correlation based on data spacing, the ideal spherical distance has been determined to be 10 arc minutes. According to the results, the external accuracy of the geoid model was with a standard deviation of 0.08 m when compared to independent GNSS/leveling points. The XGM2019e_2159 model performed better in Egypt than the EGM2008 model in terms of removing long-wave components from gravity anomalies.

Keywords: least-squares collocation, covariance function, GNSS/levelling, regional geoid model, local geoid model, remove-restore technique, global geoid models

Появление спутниковых систем глобального позиционирования оказало огромное влияние на геодезию и инженерные приложения. Высоты, полученные с помощью глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС), отличаются от традиционно получаемых ортометрических высот, которые задаются относительно гео-

ида. В результате точное определение местного геоида имеет решающее значение для геодезических приложений. Форма геоида была предметом ряда работ и исследований во всем мире [1–4].

Различные геодезические сети в Египте не охватывали всю территорию, а были сосредоточены в таких важных и населенных

районах, как дельта и долина Нила и побережье Египта. Распределение по территории Египта гравиметрических и ГНСС/нивелирования пунктов неравномерно и содержит пробелы как показано на рис. 1. Следовательно, для Египта и подобных регионов надежная модель геоида с точки зрения пространственного разрешения и точности должна быть определена с использованием доступной гравиметрической информации в сочетании с высотами геоида из ГНСС/нивелирования пунктов [5].

Одна из стандартных процедур моделирования локального гравитационного поля основана на сочетании метода удаления-восстановления и метода среднеквадратической коллокации [6]. Принцип удаления-восстановления – одна из самых известных стратегий, используемых для определения регионального и местного гравитационного поля. Он основан на предположении, что гравитационные сигналы можно разделить на длинноволновую, среднюю и коротковолновую составляющие. Длинноволновая составляющая может быть правильно учтена с помощью глобальных моделей гравитационного поля Земли (ГПЗ), которые оцениваются с использованием спутниковых наблюдений и наземных гравиметрических данных [7]. Удаление эффекта ГПЗ соответствует высокочастотной фильтрации данных. На этом этапе редукции гравитационные сигналы, обусловленные средней корой, верхней мантией и длинноволновым топографическим сигналом, удаляются из наблюдаемых значений. После сокращения для глобальной модели, помимо средних частот, в остаточных данных все еще присутствуют высокочастотные компоненты. В основном они связаны с высокочастотными особенностями топографии, которые не могут быть надлежащим образом описаны глобальными моделями [8]. Остаточный топографический сигнал удаляется из наблюдаемых данных путем вычисления так называемой модели остаточного рельефа (RTM). Остаточные данные, полученные путем применения редукции для глобальной модели и соответствующей RTM, содержат только промежуточные длины волн, которые будут использоваться для моделирования локального гравитационного поля. Обычно они имеют среднее значение, близкое к нулю, и стандартное отклонение, которое значительно меньше стандартного отклонения нередуцированных данных. К этим сокращенным данным можно подходящим обра-

зом применить совместное использование, чтобы получить оценки локальных характеристик гравитационного поля. Окончательная высота геоида затем получается путем восстановления модели геопотенциала и эффектов RTM, которые добавляются к этой локальной остаточной составляющей.

Цели данной работы: 1) оценка использования глобальных моделей EGM2008 и XGM2019e_2159 для удаления длинноволновых компонентов из аномалий силы тяжести в свободном воздухе; 2) разработка методики построения модели геоида на территории Египта путем интеграции наземных и ГНСС данных.

Материалы и методы исследования

Область исследования и измерения

Распределение гравиметрических данных неравномерно по Египту со значительными пробелами, особенно в восточных и западных пустынях. Наборы данных, используемые в исследовании, включают: 1378 гравиметрических пунктов (Δg) с СКП $\pm 0,2$ мГал со средним расстоянием между пунктами 10 км; 455 ГНСС/нивелирования пунктов и погрешность определения высот геоида в этих пунктах не превышает 2 см, со средним расстоянием между пунктами 5 км; глобальные модели геоида (EGM2008 и XGM2019e_2159); цифровая модель рельефа SRTM30_PLUS. На рис. 1 показаны распределение пунктов гравиметрических и ГНСС/нивелирования. Для вычисления модели геоида использовался программный комплекс GRAVSOFIT.

Методика исследования

1. Процесс Удаления:

Первым шагом является вычисление аномалий силы тяжести в свободном воздухе (Δg_{Fa}) и высот геоида (ζ) для наблюдаемых локальных геодезических данных вместе с соответствующими значениями, связанными с Глобальной моделью геоида. На этом этапе использовалась программа GEOEGM. Затем длинноволновые компоненты гравитационного поля Земли удаляются из Δg_{Fa} с помощью сигнала ГПЗ ($\Delta g_{ГПЗ}$). В этом исследовании использованы глобальные модели EGM2008 и XGM2019e_2159 для представления глобальных вариаций или длин волн гравитационного поля Земли. Кроме того, очень коротковолновые составляющие гравитационного сигнала (Δg_{RTM}) вычислены и удалены с использованием метода остаточной модели рельефа (RTM).

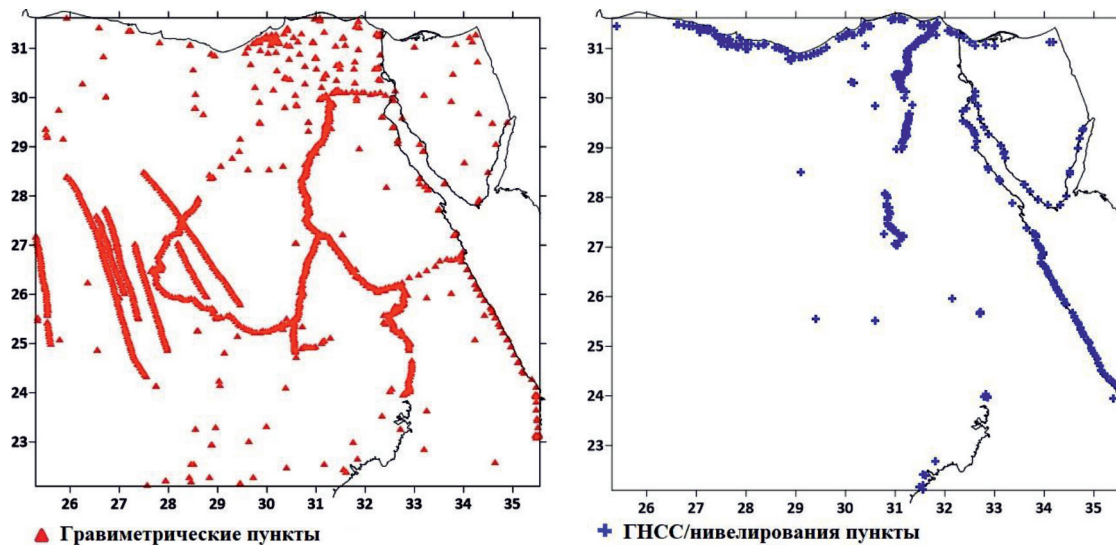


Рис. 1. Распределение пунктов гравиметрических и ГНСС/нивелирования

На этом этапе среднее значение сетки получается простым усреднением с помощью программы TCGRID. Эта сетка используется позже, когда вклад RTM вычисляется с помощью программы TC. На этом этапе обработки данных входным файлом является набор данных о высоте $30'' \times 30''$, который соответствует ЦМР SRTM, покрывающей территорию Египта. В конце шага удаления, остаточные аномалии силы тяжести ($\Delta g_{\text{ост}}$) и остаточные высоты геоида ($\zeta_{\text{ост}}$), получаются согласно по уравнениям (1) и (2):

$$\Delta g_{\text{ост}} = \Delta g_{Fa} - \Delta g_{\text{ГПЗ}} - \Delta g_{\text{RTM}} \quad (1)$$

$$\zeta_{\text{ост}} = \zeta_{\text{ГНСС/нив}} - \zeta_{\text{ГПЗ}} - \zeta_{\text{RTM}} \quad (2)$$

2. Процесс Вычисления

Вычисление эмпирической и аналитической ковариационной функции

На этом этапе $\Delta g_{\text{ост}}$ использовалось для вычисления эмпирической ковариационной функции с помощью программы EMPCOV. Глобальная ковариационная функция, используемая на методе коллокации, равна тройному интегралу:

$$\text{COV}(P, Q) = \frac{1}{8\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{2\pi} T(P)T(Q) d\alpha \cos\phi d\phi d\lambda, \quad (3)$$

где α – азимут между P и Q и ϕ, λ – координаты P . Точка Q имеет фиксированное сферическое расстояние от P . Обратите внимание, что это глобальное выражение и будет зависеть от радиальных расстояний r , и r'

точек P и Q соответственно и сферического расстояния (ψ) между двумя точками.

В локальной области мы неявно будем рассматривать все данные за пределами области как имеющие те же статистические характеристики, что и данные в области, чтобы мы могли оценить ковариационную функцию гравитационной аномалии, взяв сумму произведений данных в сгруппированной области в соответствии с интервалом $\Delta\psi$ сферического расстояния (также обозначаемым размером интервала выборки):

$$\psi_i - \Delta\psi/2 \leq \psi \leq \psi_i + \Delta\psi/2. \quad (4)$$

Эти два интервала могут быть объединены, так что интервал выборки становится удвоенным. Следовательно, вычисленная ковариация равна

$$\text{COV}_{\text{est}}(\psi_i, r_m, r_m) = \frac{1}{M} \sum_{n=1}^M \Delta g(P) \Delta g(Q), \quad (5)$$

где M – количество продуктов из i -го интервала выборки, а r_m – средняя высота. Ковариация будет использоваться в расчетах для обозначения средней высоты.

Определение параметров аналитических ковариационных функций

Если обнаружены отклонения степени гравитационной аномалии, то можно также найти потенциальные отклонения степени. Однако для ковариационной функции также необходимо определить бесконечно много величин. Решением этой проблемы является использование так называемой модели дис-

персии степеней, то есть функциональной взаимосвязи между степенью и дисперсией степени. Чернинг и Рапп (1974) вывели три различные модели, которые можно использовать. Основное различие связано с тем, стремятся ли (потенциальные) дисперсии степеней к нулю, например, n^{-2} , n^{-3} или n^{-4} . Лучшая модель относится к типу 2 [9]:

$$\sigma_n^2 = \frac{A}{(n-1)(n-2)(n+B)} \left(\frac{R_B}{R} \right)^{2n+2}, \quad (6)$$

где R_B – радиус сферы Бьерхаммара, A – константа в единицах $(\text{m/s})^4$, а B – целое число. Если используется расширение серии сферических гармоник, B обычно принимается равным небольшому числу, например 4, тогда как в исходной работе оно принималось равным 24, чтобы можно было смоделировать низкую степень и дисперсию степеней соответственно. Эта модель одновременно является Воспроизводящим Кernels в Гильбертовом пространстве функций, гармонических вне сферы Бьерхаммара. Используемая полная модель:

$$\text{COV}(\psi, r, r') = \alpha \sum_{n=2}^N (\sigma_i^{\text{err}})^2 \left(\frac{\bar{R}^2}{rr'} \right)^{n+1} P_n(\cos \psi) + \sum_{n=N+1}^{\infty} \frac{A}{(n-1)(n-2)(n+4)} \left(\frac{R_B^2}{rr'} \right)^{n+1} P_n(\cos \psi). \quad (7)$$

Определение высот геоида по остаточным данным

Для использования метода средневзвешенной коллокации доступны все инструменты: остаточные данные и ковариационной модели. Остальное – установить нормальные уравнения и вычислить прогнозы и оценки ошибок. Это делается с помощью программы GEOCOL. Основная функция этой программы – вычисление

приближения к аномальному потенциалу Земли (T) с использованием метода коллокации. Программа GEOCOL (geocol17) запускается с выбранными гравиметрическими данными ($\Delta g_{\text{ост}}$) для прогнозирования высот геоида ($\delta \zeta_{\text{ост}}$) и сравнивает входные и прогнозируемые значения. Набор пунктов ГНСС/нивелирования использовался в процессе подгонки поверхности созданной модели к поверхности пунктов ГНСС/нивелирования, а остальные пункты использовались для оценки внешней точности модели.

3. Процесс Восстановления

На этом этапе влияние остаточной топографии с использованием программы ТС и вклад глобальной модели с помощью программы GEOEGM восстановлены и добавлены к прогнозируемой $\delta \zeta_{\text{ост}}$ в расчетных пунктах, чтобы получить окончательную высоту геоида (ζ_F) как

$$\zeta_F = \delta \zeta_{\text{ост}} + \zeta_{\text{ГПЗ}} + \zeta_{\text{RTM}}. \quad (8)$$

Результаты исследования и их обсуждение

Выбор наиболее совместимой глобальной гравитационной модели имеет большое влияние на вычисление геоид в районах, страдающих от отсутствия однородных и точных данных о гравитационных аномалиях. В этом исследовании были использованы глобальные модели EGM2008 и XGM2019e_2159 для удаления длинноволновых компонентов из аномалий силы тяжести в свободном воздухе.

1. Процесс Удаления

Данные табл. 1 показывают, что удаление длинноволновых компонентов ($\Delta g_{\text{ГПЗ}}$) из аномалий силы тяжести (Δg_{Fa}) приводит к существенному сглаживанию, о чем свидетельствует уменьшение СКП на 38% и 36% при использовании EGM2008 и XGM2019e_2159 соответственно.

Таблица 1

Статистика аномалий остаточной силы тяжести [мГал]

	Модель EGM2008				Модель XGM2019e_2159			
	Среднее	СКП	Мин.	Макс.	Среднее	СКП	Мин.	Макс.
Δg_{Fa}	-10.38	18.31	-67.69	110.72	-10.38	18.31	-67.69	110.72
$\Delta g_{\text{Fa}} - \Delta g_{\text{GGM}}$	0.85	11.63	-55.28	72.80	0.90	11.75	-28.68	31.16
$\Delta g_{\text{Fa}} - \Delta g_{\text{GGM}} - \Delta g_{\text{RTM}}$	1.63	11.93	-53.08	70.45	1.68	12.05	-27.38	34.28

2. Процесс Вычисления

$\Delta g_{\text{ост}}$ использовались в качестве входных данных для программы EMPCOV для вычисления эмпирической ковариационной функции. Для лучшей корреляции на основе расстояния между данными было определено, что идеальное сферическое расстояние (ψ) составляет 10 угловых минут. Фактическое моделирование эмпирически определенных значений выполняется с помощью программы COVFIT и было вычислено аналитическое представление для эмпирической ковариационной функции. При использовании программы COVFIT трем параметрам ковариации α , A и R_B сначала даются приблизительные значения, а затем с помощью итерационной нелинейной регулировки для определения окончательных параметров ковариационной функции (Knudsen, 1988). На рис. 2 показаны эмпирические и ана-

литические подобранные ковариационные функции EGM2008 и XGM2019e_2159.

Следующие параметры ковариации при использовании EGM2008 и XGM2019e_2159 были получены и применены в процессе коллокации: $RB = -5.586$ км и -3.088 км, Дисперсия силы тяжести на нулевой высоте 100.78 мГал² и 111.78 мГал², масштабный коэффициент дисперсии степени ошибки 1.00. Эти параметры использовались для расчета $\delta\zeta_{\text{ост}}$.

355 пунктов ГНСС/нивелирования использовались в процессе подгонки поверхности созданной модели к поверхности пунктов ГНСС/нивелирования, а 100 пунктов использовались для оценки внешней точности модели. Сравнение между прогнозируемыми остаточными высотами геоида $\delta\zeta_{\text{ост}}$ и $\zeta_{\text{ост}}$ в 355 пунктах ГНСС/нивелирования показано в табл. 2.



Рис. 2. Эмпирические и аналитические подобранные ковариационные функции

Таблица 2

Статистика прогнозируемых и наблюдаемых высоты геоида
в 355 пунктах ГНСС/нивелирования (использованы в процессе подгонки)

	Модель EGM2008				Модель XGM2019e_2159			
	Среднее	СКП	Макс.	Мин.	Среднее	СКП	Макс.	Мин.
Наблюдения (м)	-0.643	0.375	1.536	-1.707	-0.581	0.394	0.695	-1.532
Прогнозы (м)	-0.643	0.367	1.533	1.708-	-0.581	0.388	0.676	-1.531
Разница (м)	0.000	0.071	0.288	-0.350	0.000	0.060	0.246	-0.375

Результаты показывают различия между прогнозируемой и наблюдаемой высотой геоида с ошибкой около ± 7 см и ± 6 см при использовании EGM2008 и XGM2019e_2159 соответственно.

3. Процесс Восстановления

Остающийся шаг моделирования геоида включает: 1) восстановление эффекта остаточной топографии с помощью программы ТС; и 2) восстановление вклада глобальных ГПЗ EGM2008 и XGM2019e_2159 с помощью программы GEOEGM. Сетка точек ($5' \times 5'$) была извлечена из ЦМР SRTM30_PLUS для прогнозирования высот геоида в этих точках программой Select. Затем программа Fcomp использовалась для расчета окончательных высот геоида (ζ_F) для этих то-

чек сетки в соответствии с уравнением 8. Результаты модели геоида представлены на рис. 3 в виде трехмерных графиков распределения высот геоида при использовании EGM2008 и XGM2019e_2159 соответственно.

Оценка окончательной модели геоида

Чтобы проверить точность созданной модели геоида для территории Египта, высоты геоида из 100 пунктов ГНСС/нивелирования ($\zeta_{\text{ГНСС/нив}}$), которые не были включены в процесс моделирования геоида, сравнивались с соответствующей высотой геоида этих пунктов из модели (ζ_F). Результаты статистически проанализированы и представлены в табл. 3.

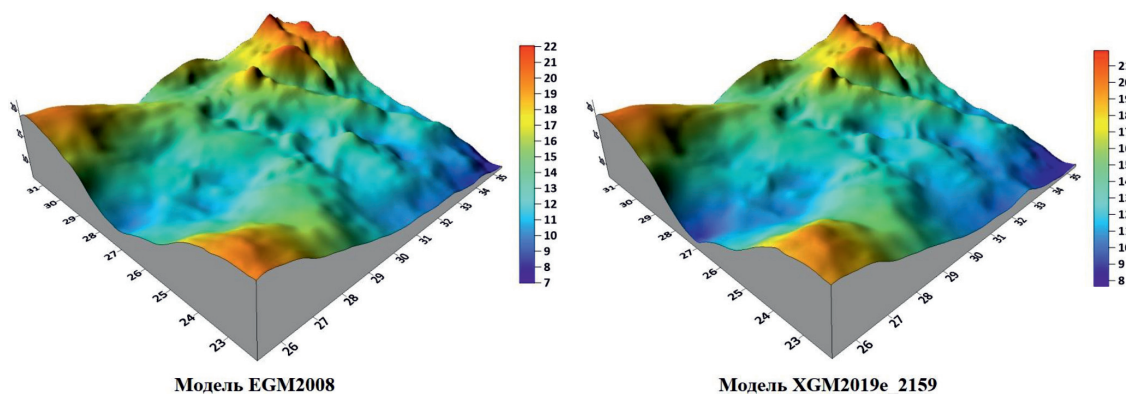


Рис. 3. Графическое представление ЦМГ для территории Египта

Таблица 3

Статистика прогнозируемых и наблюдаемых высот геоида
в 100 пунктах ГНСС/нивелирования (использованы для оценки внешней точности модели)

	Модель EGM2008				Модель XGM2019e_2159			
	Среднее	СКП	Макс.	Мин.	Среднее	СКП	Макс.	Мин.
Наблюдения (м)	-0.609	0.400	1.370	-1.225	-0.573	0.390	0.538	-1.257
Прогнозы (м)	-0.596	0.428	1.500	-1.252	-0.570	0.383	0.442	-1.175
Разница (м)	-0.014	0.107	0.209	-0.472	-0.003	0.079	0.195	-0.221

Результаты показывают различия между прогнозируемой и наблюдаемой высотой геоида с ошибкой около ± 11 см и ± 8 см при использовании EGM2008 и XGM2019e_2159 соответственно.

Заключение

Для Египта разработана новая национальная модель геоида с использованием интеграции имеющихся гравитационных аномалий и ГНСС данных. Чтобы выполнить решение задачи создания модели геоида на территории Египта, и был применен метод коллокации из-за способности использовать гетерогенные данные в качестве входных. Результаты показывают, что внешняя точность моделей геоида по сравнению с независимыми пунктами ГНСС/нивелирования составляла с СКП равно ± 11 см и ± 8 см при использовании EGM2008 и XGM2019e_2159 соответственно. Окончательная национальная модель геоида для всех территорий Египта представлена в виде цифровой модели геоида (ЦМГ) с сеткой точек ($5' \times 5'$). Модель XGM2019e_2159 показала лучшие результаты в Египте, чем модель EGM2008, с точки зрения удаления длинноволновых компонентов из аномалий силы тяжести. Количество и распределение гравиметрических и ГНСС/нивелирования пунктов в Египте недостаточно. Поэтому рекомендуется установить дополнительные пункты, чтобы заполнить недостающие пробелы в информации о гравитации. Следует продолжить усилия по моделированию геоида, чтобы создать национальную сантиметровую модель геоида, которая заменит традиционные, трудоемкие и дорогостоящие методы нивелирования.

Исследователь Елшеви М.А. финансируется за счет частичной стипендии Министрства высшего образования Арабской Республики Египет.

Список литературы / References

1. Ака Блаш Ульфред, Непоклонов В.Б. Оценка возможности использования геодезической сети для создания региональной модели геоида на территории Республики Кот д'Ивуар // Известия вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. 2017. Т. 61. № 3. С. 68–73.
2. Ака Блаш Ульфред, Непоклонов В.Б. Evaluation of the possibility to use the geodesic network for the creation of the geoid regional model in the territory of the Republic Côte d'Ivoire // Izvestiya Vuzov. Geodeziya i aerofotosyemka. 2017. V. 61. № 3. P. 68–73 (in Russian).
3. Непоклонов В.Б., Половнев О.В., Абакушина М.В. Таксономическая и дескриптивная идентификация моделей геоида // Известия вузов. Геодезия и аэрофотосъемка. 2018. Т. 62. № 1. С. 5–14. DOI: 10.30533/0536-101X-2018-62-1-5-14.
4. Непоклонов В.Б., Половнев О.В., Абакушина М.В. Taxonomic and descriptive identification of geoid models // Izvestiya Vuzov. Geodeziya i aerofotosyemka. 2018. V. 62. № 1. P. 5–14 (in Russian). DOI: 10.30533/0536-101X-2018-62-1-5-14.
5. Баранов В.Н., Елшеви М.А., Эль Мокдад Б.Р., Фунг Ч.Т. Исследования по созданию локальных моделей геоида для прибрежных территорий Египта // Успехи современного естествознания. 2021. № 1. С. 32–38. DOI 10.17513/use.37561.
6. Baranov V.N., Elshevi M.A., El Mokdad B.R., Fung T.T. Research on creating local geoid models for the coastal territories of Egypt // Uspekhi sovremennogo yestestvoznaniya. 2021. № 1. P. 32–38 (in Russian). DOI: 10.17513/use.37561.
7. Sobh M., Mansi A.H., Campbell S. and Ebbing J. Regional gravity field model of Egypt based on satellite and terrestrial data. Pure and Applied Geophysics. 2019. V. 176 (2). P. 767–786.
8. Smith D.A., Milber D.G. The GEOID96 high-resolution geoid height model for the United States. Journal of Geodesy. 1999. V. 73 (5). P. 219–236.
9. Sansò F., Sideris M.G. The local modelling of the gravity field by collocation. In Geoid Determination, Springer, Berlin, Heidelberg, 2013. P. 203–258.
10. Pavlis N.K., Holmes S.A., Kenyon S.C., Factor J.K. The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008). Journal of geophysical research: solid earth. 2012. V. 117 (B4). P. 1–38.
11. Forsberg R. Terrain effects in geoid computations. Lecture Notes, International School for the Determination and Use of Geoid. International Geoid Service, DIAR Politecnico Di Milano, Italy, 1994. P. 159–181.
12. Tscherning C.C., Rapp R.H. Closed covariance expressions for gravity anomalies, geoid undulations, and deflections of the vertical implied by anomaly degree variance models. Scientific Interim Report Ohio State University, 1974. P. 94.