

УДК 550.387

ПЕРИОДИЧЕСКИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПОЛЯ, ПРИМЕНЯЕМЫЕ В ЭЛЕКТРОРАЗВЕДКЕ МАГНИТНЫХ ГОРНЫХ РУД

Урусова Б.И., Узденова Ф.А., Лайпанов У.М.

ФГБОУ ВО «Карачаево-Черкесский государственный университет имени У.Д. Алиева»,
Карачаевск, e-mail: urusova50@mail.ru

Предметом исследования данной работы являются периодические электромагнитные волны с целью их применения в электроразведке полезных ископаемых, в частности для выявления магнитных горных руд. Методом использования ряда Фурье, члены которого представляли собой гармонические колебания с частотами, кратными основной, с амплитудами и фазами, различными для каждого члена и зависящими от характера разлагаемой функции, вычислили амплитуды и фазы магнитных полей. А также, используя теорему о наложении полей, рассмотрели каждую гармоническую составляющую в отдельности в зависимости величины M от времени, определили круговые колебания как результат сложения двух взаимно перпендикулярных колебаний с одинаковыми амплитудами и с разностью фаз $\pi/2$. Во всех остальных случаях получили уравнение с определенным решением. Определена величина вектора H как сумма двух колебаний: одного с нулевой фазой и амплитудой, равной вещественной части $|M_0|$, и другого – отличающегося от первого по фазе $\pi/2$ с амплитудой, равной мнимой части M_0 . Вычислены необходимые условия максимума и минимума для вектора M , а также определена его величина и направление. Определены фазы для составляющей большой и малой оси соответственно. Используя полученные данные и измеряя электромагнитные величины во всех точках в любой момент времени, определили местонахождение полезных ископаемых, в частности магнитных горных руд. В горно-разведывательной отрасли не всегда удается применять традиционные методы для выявления местонахождения магнитных горных руд в силу различных причин, поэтому впервые нам удалось предложить простой оригинальный метод в электроразведке полезных ископаемых.

Ключевые слова: электромагнитное поле, гармонические и линейные колебания, амплитуда, фаза, частота, ряд Фурье, условие максимума и минимума, комплексная величина, электроразведка, магнитная горная руда

PERIODIC ELECTROMAGNETIC FIELD USED IN ELECTROMAGNETICS MAGNETIC MINE ORES

Urusova B.I., Uzdenova F.A., Laypanov U.M.

Karachay-Cherkess State University named after U.D. Aliyev, Karachaevsk, e-mail: urusova50@mail.ru

The subject of the study of this work is periodic electromagnetic waves, for the purpose of their application in the electrical exploration of minerals, in particular for the detection of magnetic rock ores. By using the Fourier series, where the members, which were harmonic oscillations with frequencies multiple of the main and with amplitudes and phases different for each member and depending on the nature of the decomposed function, calculated the amplitudes and phases of magnetic fields. The method of using the Fourier series, whose members were harmonic oscillations with frequencies multiple of the main, as well as with amplitudes and phases, according to the difference in nature of the decomposed function, calculated the amplitudes and phases of magnetic fields. And also, using the theorem on the imposition of fields considered each harmonic component separately depending on the value of M on time, determined the circular oscillations, as a result of the addition of two mutually perpendicular oscillations with the same amplitudes and phase difference $\pi/2$. In all other cases, we obtained an equation with a certain solution. The value of the vector H is determined as the sum of two oscillations, one with zero phase and amplitude equal to the real part $|M_0|$ and the other different from the first phase $\pi/2$ and with an amplitude equal to the imaginary part M_0 . The necessary conditions for the maximum and minimum for the vector M are calculated, and its magnitude and direction are determined. The phases for the component of the major and minor axes are determined, respectively. Using the obtained data and measuring the electromagnetic values at all points at any time the location of minerals, in particular magnetic rock ores is determined. In the mining and exploration industry, it is not always possible to use traditional methods to identify the location of magnetic mountain ores for various reasons, so for the first time we were able to offer a simple original method in the electrical exploration of minerals.

Keywords: electromagnetic field, harmonic and linear oscillations, amplitude, phase, frequency, Fourier series, maximum and minimum conditions, complex value, electrical prospecting, magnetic ore

В горно-разведывательной отрасли не всегда удается применять традиционные методы для выявления местонахождения магнитных горных руд в силу удаленности объектов исследования, сложности и экономической дороговизны, неоднородности состава и т.д. [1; 2]. Поэтому к настоящему времени в Карачаево-Черкесской Республике (КЧР) не исследованы магнитные горные породы.

Для магнитных горных пород как предмета исследований условия образования

в них различных намагнитченностей являются весьма специфичными.

Наряду с этим следует учитывать также «немагнитные» внешние воздействия, оказывающие решающее влияние на приобретение различных видов намагнитченностей.

Все это вместе приводит к возникновению особых видов намагнитченностей, отличных от идеальной.

Целью данной работы является получение периодических электромагнитных полей, для того чтобы выявить местонахо-

дение полезных ископаемых, в частности магнитных руд (КЧР).

Материалы и методы исследования

Для достижения данной цели разложили периодическую функцию в ряд Фурье, члены которого представляют собой гармонические колебания с частотами, кратными основной, и с амплитудами и фазами, различными для каждого члена и зависящими от характера разлагаемой функции.

Далее, используя теорему о наложении полей, рассмотрели каждую гармоническую составляющую в отдельности в зависимости величины M от времени:

$$M = M_0 \cos(2\pi f t + \delta), \quad (1)$$

где f – частота колебаний;
 δ – начальная фаза.

Решение задачи заключается в нахождении M_0 и δ как функций координат в комплексном виде:

$$\bar{M} = M_0 e^{i2\pi f t} = R_e \bar{M} + \lim \bar{M}, \quad (2)$$

где $M = R_e \bar{M}$ или $M = \lim \bar{M}$.

Тогда уравнения для переменного поля являются линейными и однородными:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot} H &= \frac{4\pi}{c} D + \frac{4\pi}{c} I, \operatorname{rot} E = -\frac{1}{c} B, \\ \operatorname{div} B &= 0, \operatorname{div} D = 0, \\ D &= \frac{4\pi}{c} E, B = \mu H, I = \delta E. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Величину \bar{M} в уравнении (2) использовали в виде:

$$\begin{aligned} \bar{M} &= |\bar{M}_0| e^{i\delta} e^{i2\pi f t} = \\ &= |\bar{M}_0| [\cos(2\pi f t + \delta) + i \sin(2\pi f t + \delta)], \quad (4) \end{aligned}$$

где $|\bar{M}_0| = M_0$ – вещественная часть.

Полученную формулу (4) подставляли в систему уравнений (3), отделяя вещественную часть от мнимой, а также учитывая комплексные величины и дифференцируя по t , получили:

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot} H &= \frac{4\pi}{c} (i2\pi f t D + I), \operatorname{rot} E = -\frac{i2\pi}{c} f B, \\ \operatorname{div} B &= 0, \operatorname{div} D = 0. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

И на основании (4) имеем:

$$\begin{aligned} M_0 \cos(2\pi f t + \delta) &= M_0 \cos \delta 2\pi f t - \\ &- M_0 \sin \delta 2\pi f t = M_0 \cos \delta 2\pi f t + \\ &+ M_0 \sin \delta \cos\left(2\pi f t + \frac{\pi}{2}\right). \quad (6) \end{aligned}$$

Формула (6) является суммой двух колебаний, одного с нулевой фазой и амплитудой, равной вещественной части $|\bar{M}_0|$, и другого – отличающегося от первого по фазе $\frac{\pi}{2}$ и с амплитудой, равной мнимой части M_0 .

Далее рассмотрели, как меняется величина и направление вектора M , имеющего составляющие:

$$\left. \begin{aligned} M_x &= M_{0x} \cos(\omega t + \delta_x) = R_e \overline{M_{0x}} e^{i\omega t} \\ M_y &= M_{0y} \cos(\omega t + \delta_y) = R_e \overline{M_{0y}} e^{i\omega t} \\ M_z &= M_{0z} \cos(\omega t + \delta_z) = R_e \overline{M_{0z}} e^{i\omega t} \end{aligned} \right\}, \quad (7)$$

где $\omega = 2\pi f$ – круговая частота;

$\overline{M_{0x}}, \overline{M_{0y}}, \overline{M_{0z}}$ – комплексные амплитуды.

Результаты исследования и их обсуждение

Разлагая $\overline{M_{0x}}, \overline{M_{0y}}, \overline{M_{0z}}$ на вещественные и мнимые части, получили:

$$\left. \begin{aligned} \overline{M_{0x}} &= \alpha_x + i\beta_x \\ \overline{M_{0y}} &= \alpha_y + i\beta_y \\ \overline{M_{0z}} &= \alpha_z + i\beta_z \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

или

$$\left. \begin{aligned} M_x &= \alpha_x \cos \omega t - \beta_x \sin \omega t \\ M_y &= \alpha_y \cos \omega t - \beta_y \sin \omega t \\ M_z &= \alpha_z \cos \omega t - \beta_z \sin \omega t \end{aligned} \right\}, \quad (9)$$

где

$$\alpha_x = \left| \sqrt{\alpha_x^2 + \beta_x^2} \right|;$$

$$\alpha_y = \left| \sqrt{\alpha_y^2 + \beta_y^2} \right|;$$

$$\alpha_z = \left| \sqrt{\alpha_z^2 + \beta_z^2} \right|;$$

$$\cos \delta_x = \frac{\alpha_x}{\left| \sqrt{\alpha_x^2 + \beta_x^2} \right|};$$

$$\sin \delta_x = \frac{\beta_x}{\left| \sqrt{\alpha_x^2 + \beta_x^2} \right|}.$$

Из последних формул следует, что

$$\operatorname{tg} \delta_x = \frac{\beta_x}{\alpha_x}. \quad (10)$$

Обозначая

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \alpha_x \alpha_y \alpha_z, \\ \beta &= \beta_x \beta_y \beta_z \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

и на основании формулы (9) можно переменный вектор M рассмотреть как сумму двух векторов:

$$M_1 = \alpha \cos \omega t, \quad (12)$$

$$M_2 = -\beta \sin \omega t, \quad (13)$$

где M_1 и M_2 представляют собой линейные колебания с одинаковой частотой, но с разностью фаз $\frac{\pi}{2}$.

Известно, что два линейных колебания разных направлений, фаз и амплитуд, но одинаковой частоты при сложении дают эллиптическое колебание. Единичный вектор нормали этой плоскости равен:

$$n = \frac{[\beta \alpha]}{||[\beta \alpha]||}. \quad (14)$$

Если в формуле (14) $\alpha = 0$ и $\beta = 0$ мы имеем неопределенность, если $\alpha \parallel \beta$, то имеем линейное колебание.

Квадрат векторов M из (9) равно:

$$M^2 = \alpha^2 \cos^2 \omega t + \beta^2 \sin^2 \omega t - (\alpha\beta) \sin 2\omega t. \quad (15)$$

Учитывая в формуле (15), что

$$\left. \begin{aligned} \cos^2 \omega t &= \frac{1 + \cos 2\omega t}{2} \\ \sin^2 \omega t &= \frac{1 - \cos 2\omega t}{2} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

получили:

$$M^2 = \frac{1}{2} [(\alpha^2 + \beta^2) + (\alpha^2 - \beta^2) \cos 2\omega t - 2(\alpha\beta) \sin 2\omega t]. \quad (17)$$

Далее, приравнявая $\frac{dM}{dt} = 0$, получили:

$$\frac{d}{dt} M^2 = -\omega [(\alpha^2 - \beta^2) \sin 2\omega t + 2(\alpha\beta) \cos 2\omega t] = 0. \quad (18)$$

Если $\alpha^2 = \beta^2$ и $(\alpha\beta) = 0$ одновременно, то имеем круговые колебания, как результат сложения двух взаимно перпендикулярных колебаний с одинаковыми амплитудами и с разностью фаз $\frac{\pi}{2}$. Во всех остальных случаях уравнение (18) имеет определенное решение [3]:

$$\operatorname{tg} 2\omega t_0 = \frac{2(\alpha\beta)}{\beta^2 - \alpha^2}. \quad (19)$$

Необходимым условием максимума является:

$$\left(\frac{d^2 M^2}{dt^2} \right)_{t=t_0} = -2\omega^2 [(\alpha^2 - \beta^2) \cos 2\omega t_0 - 2(\alpha\beta) \sin 2\omega t_0] < 0. \quad (20)$$

Из формулы (20) определяли:

$$\left. \begin{aligned} \cos 2\omega t_0 &= -\frac{(\beta^2 - \alpha^2)}{\sqrt{(\beta^2 - \alpha^2)^2 + 4(\beta\alpha)^2}} \\ \sin 2\omega t_0 &= -\frac{2\alpha\beta}{\sqrt{(\beta^2 - \alpha^2)^2 + 4(\beta\alpha)^2}} \end{aligned} \right\}. \quad (21)$$

Тогда получим для M_{\max}^2 выражение:

$$M_{\max}^2 = \frac{1}{2} \left[(\alpha^2 - \beta^2) + \sqrt{(\beta^2 - \alpha^2)^2 + 4(\beta\alpha)^2} \right]. \quad (22)$$

Обозначая величину большой полуоси через m , получили:

$$m = \sqrt{\frac{(\alpha^2 + \beta^2) - \sqrt{(\beta^2 - \alpha^2)^2 + 4(\beta\alpha)^2}}{2}}. \quad (23)$$

А малую полуось, обозначая через m' и учитывая, что $2\omega t'_0 = 2\omega t_0 \pm \pi$, получили:

$$m' = \sqrt{\frac{(\alpha^2 + \beta^2) + \sqrt{(\beta^2 - \alpha^2)^2 + 4(\beta\alpha)^2}}{2}}. \quad (24)$$

Для удобства вычисления допустили:

$$\begin{aligned} (\beta^2 - \alpha^2)^2 + 4(\beta\alpha)^2 &= (\beta^2 - \alpha^2)^2 + 4\alpha^2\beta^2 \cos^2(\widehat{\alpha\beta}) = (\beta^2 - \alpha^2)^2 + \\ + 4\alpha^2\beta^2 \cos^2(\widehat{\alpha\beta}) - 4\alpha^2\beta^2 \sin^2(\widehat{\alpha\beta}) &= (\beta^2 - \alpha^2)^2 - 4\alpha^2\beta^2 \sin^2(\widehat{\alpha\beta}) = (\beta^2 + \alpha^2)^2 - 4(\alpha\beta)^2. \end{aligned} \quad (25)$$

Аналогично можно вычислить и другие элементы, определяющие пространственные колебания.

Таким образом, определив $\alpha_x, \beta_x, \alpha_y, \beta_y$ в плоскости XY, получили колебания с составляющими:

$$\left. \begin{aligned} M_x &= \alpha_x \cos \omega t - \beta_x \sin \omega t, \\ M_y &= \alpha_y \cos \omega t - \beta_y \sin \omega t. \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

Тогда:

$$M^2 = M_x^2 + M_y^2 = (\alpha_x^2 + \beta_x^2) \cos^2 \omega t + (\beta_x^2 + \beta_y^2) \sin^2 \omega t - (\alpha_x \beta_x + \alpha_y \beta_y) \sin 2\omega t, \quad (27)$$

$$\left. \begin{aligned} T &= \beta_x^2 + \beta_y^2 + \alpha_x^2 + \alpha_y^2, \\ B &= \beta_x^2 + \beta_y^2 - \alpha_x^2 - \alpha_y^2, \\ Q &= 2(\alpha_x \beta_x + \alpha_y \beta_y). \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

С учетом последней формулы выражение (27) принимает вид:

$$M^2 = \frac{1}{2} (T - P \cos 2\omega t - Q \sin 2\omega t). \quad (29)$$

Условие максимума для выражения (29) имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dM^2}{dt} &= \omega(P \sin 2\omega t - Q \cos 2\omega t) = 0, \\ \frac{d^2M^2}{dt^2} &= 2\omega^2(P \cos 2\omega t + Q \sin 2\omega t) < 0, \end{aligned} \right\} (30)$$

Первое условие дает нам:

$$\operatorname{tg} 2\omega t_0 = \frac{Q}{P}. \quad (31)$$

А второе показывает, что для максимума взяли решение соответствующее:

$$\left. \begin{aligned} \cos 2\omega t_0 &= -\frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}}, \\ \sin 2\omega t_0 &= -\frac{Q}{\sqrt{P^2 + Q^2}}. \end{aligned} \right\} (32)$$

Подставляя формулы (32) и (31) в (29), получили:

$$M_{\min}^2 = \frac{1}{2} \left(T + \sqrt{P^2 + Q^2} \right). \quad (33)$$

Выражение (33) есть фаза для составляющей большой оси:

$$\delta_p = -\omega t_0, \quad (34)$$

а фаза для малой оси соответственно равна:

$$\delta_q = -\omega t_0 \pm \frac{\pi}{2}. \quad (35)$$

Причем если вектор обходит эллипс против часовой стрелки, то по оси z имеет знак (+), а в противоположном направлении соответственно знак (-) [4].

Измеряя электромагнитные величины, можно вычислить поле по формуле (9) во всех измеренных точках в любой момент времени [5–6].

Исследования показали, что одна и та же среда по отношению к полям различной частоты характеризуется различными параметрами, являющимися функциями частоты. А присутствие нескольких частот дает наложение полей, поэтому мы пользовались фильтрами частот.

Полученную математическую модель мы использовали на практике для выявления новых месторождений полезных ископаемых на природных объектах КЧР, методом электрического зондирования.

В избранном регионе устанавливали: автокомпенсатор электроразведки (АЭ-72), батарею, две катушки с проводом для разноса питающих электродов, и на расстоянии 2 м друг от друга заземляли два приемных провода (MN). А вдоль линии (MN) заземляли питающие электроды (AB) на расстоянии 3 м от центра и измеряли величину тока в питающей линии и напряжения на питающих приемных электродах (рис. 1).

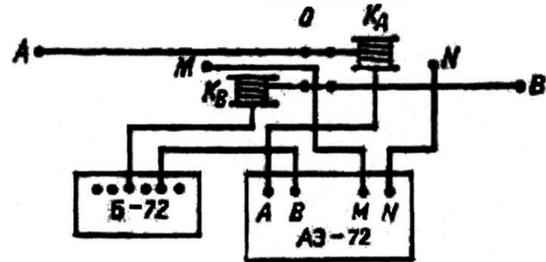


Рис. 1. Схема установки электрического зондирования

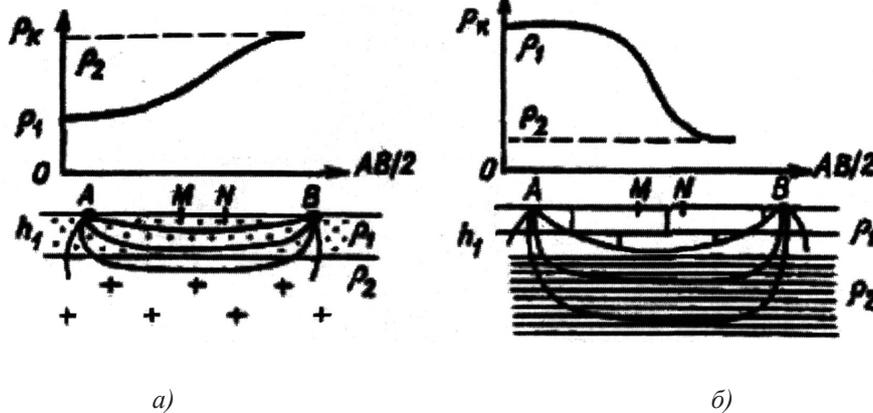


Рис. 2. Двухслойные кривые электрического зондирования с $\rho_1 < \rho_2$ (а) и с $\rho_1 > \rho_2$ (б)

Результаты исследования регионов КЧР

№ п/п	Регион	№ образцов	Возраст породы	Название породы
1	Верхне-Маринский, Карачаевский район, КЧР	3/1066	$\gamma\pi PZ_3$	Железняк
2	Правобережье р. Марухи, Зеленчукский район, КЧР	2/1033	$\gamma\pi PZ_3$	Гранит-аплит
3	Уруп-Власинчихинский комплекс, Зеленчукский район, КЧР	9/1051	$vPR-PZ_1$	Карбонат
4	Учкуланское ущелье, Карачаевский район, КЧР	19/1047	PZ_1, Kr	Габбро

И по формуле:

$$\rho_k = k \frac{\Delta U}{I},$$

где $k = 0,1\pi \frac{AM \cdot AN}{MN}$ – коэффициент установки, определяли ρ_k .

Увеличивая разность питающих электродов, последовательно в геометрической прогрессии и для каждого разнота рассчитывали ρ_k и строили кривые электрического зондирования (рис. 2). После переносили аппаратуру, оборудование на новую точку – и так для каждого региона проводили измерения. Результаты исследования регионов КЧР приведены в таблице.

Выводы

– Впервые исследованы и получены периодические электромагнитные поля для выявления полезных ископаемых, в частности магнитных горных пород (КЧР).

– Определены круговые колебания электромагнитных волн как результат сложения двух взаимно перпендикулярных колебаний с одинаковыми амплитудами и с разностью фаз $\pi/2$.

– Определена величина вектора магнитного поля H как сумма двух колебаний, одного с нулевой фазой и амплитудой, равной вещественной части $|M_0|$, и другого, отличающегося от первого по фазе $\pi/2$ с амплитудой, равной мнимой части M_0 .

– Вычислены необходимые условия максимума и минимума для вектора M , а также определена его величина и направление.

– При помощи полученной математической модели выявлены полезные ископаемые в горных регионах КЧР.

Список литературы / References

1. Трухин В.И., Максимочкин В.И. Магнетизм горных пород земной коры и особенности эволюции Земли // Вестник Московского университета. Серия 3. Физика. Астрономия. 2008. № 1. С. 68–72.

Trukhin V.I., Maksimochkin V.I. Magnetism of rocks of crust and feature of evolution of Earth // Vestnik Moskovskogo universiteta. Seriya 3. Fizika. Astronomiya. 2008. № 1. P. 68–72 (in Russian).

2. Редозубов А.А., Виноградов А.М., Ратушняк А.Н. Специальный курс электроразведки: учебное пособие. Екатеринбург, 2010. 416 с.

Redozubov A.A. Vinogradov A.M., Ratushnyak A.N. Special course of electroinvestigation: manual. Yekaterinburg, 2010. 416 p. (in Russian).

3. Тарасов Л.В. Земной магнетизм. Долгопрудный: Изд. дом «Интеллект», 2012. 184 с.

Tarasov L.V. Earth magnetism. Dolgoprudny: Izd. dom «Intellekt», 2012. 184 p. (in Russian).

4. Давыдов В.В. Физика: механика, электричество и магнетизм: учебное пособие. Новосибирск: НГТУ, 2017. 168 с.

Davydkov V.V. Physics: mechanics, electricity and magnetism: manual. Novosibirsk: NGTU, 2017. 168 p. (in Russian).

5. Urusova B.I. The theoretical explanation of the magnetic viscosity of mining ores. Materials of the XII International scientific and practical conferece «Fundamental and applied science 2016», October 30 – November 7, 2016. V.16. Physics. Mathematics. Sheffield Science and Education LTD.

6. Урусова Б.И. Физика магнитных явлений горных пород. СПб.: Изд. Инфо-да, 2010. 124 с.

Urusova B.I. Physics of magnetic phenomena of rocks. Saint-Petersburg: Izd. Info-da, 2010. 124 p. (in Russian).