

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВНЕШНИХ МАСШТАБОВ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

Гладких В.А., Невзорова И.В., Одинцов С.Л.

Институт оптики атмосферы им. В.Е. Зуева СО РАН, Томск, e-mail: glvl@iao.ru

В статье рассмотрены методические вопросы определения внешних масштабов температурной и ветровой турбулентности при измерениях в приземном слое атмосферы. За основу взята методика, основанная на анализе структурных функций изучаемых метеорологических величин. При этом предполагается, что форма структурных функций в области «инерционного интервала турбулентности» может отличаться от обычно предполагаемой степенной зависимости от аргумента с показателем степени $2/3$ (закон Колмогорова – Обухова « $2/3$ »). На конкретных примерах показаны возможные отличия рассчитываемых внешних масштабов турбулентности с использованием классического «закона $2/3$ » и с использованием более точного определения формы структурной функции на текущем интервале обработки. Обсуждаются различия в оценках внешних масштабов турбулентности, связанные с процедурой выделения турбулентных составляющих исследуемых метеорологических величин из исходных (в общем, случайных и нестационарных) выборок. Демонстрируется, что для более адекватного выделения турбулентных составляющих (и более точного оценивания внешних масштабов турбулентности) следует использовать вычитание из исходных выборок не выборочных средних, как это обычно делается, а скользящих средних, полученных на интервалах обработки. На основе результатов обработки экспериментальных данных проиллюстрировано изменение статистики внешних масштабов турбулентности в зависимости от применяемых методик обработки. Применение изложенной в статье «уточненной» методики определения внешних масштабов турбулентности существенно сужает области их вариации. Обращается внимание на то, что при использовании «уточненной» методики эмпирические гистограммы внешних масштабов турбулентности температуры воздуха и трех компонентов вектора ветра стремятся к логарифмически нормальному закону распределения.

Ключевые слова: атмосфера, структурные функции, внешний масштаб турбулентности

METHODICAL ASPECTS OF DETERMINATION OF THE OUTER SCALES OF TURBULENCE

Gladkikh V.A., Nevzorova I.V., Odintsov S.L.

V.E. Zuev Institute of Atmospheric Optics SB RAS, Tomsk, e-mail: glvl@iao.ru

The paper considers methodical issues concerning determination of the outer scales of temperature and wind turbulence at variations in the atmospheric surface layer. The used technique is based on the analysis of structure functions of meteorological parameters under study. It is assumed that the form of the structure functions in the inertial range of turbulence may differ from the usually used $2/3$ power dependence (Kolmogorov – Obukhov $2/3$ law). Possible differences in the outer scales of turbulence calculated with the classical $2/3$ law and with the more accurate determination of the form of the structure function at a current processing range are demonstrated with particular examples. Differences in estimates of the outer scales of turbulence associated with the procedure of separation of turbulent components of the studied meteorological parameters from rough (generally, random and nonstationary) samples are discussed. It is demonstrated that for the more adequate separation of turbulent components (and more accurate estimation of the outer scales of turbulence) not the sample averages should be subtracted from rough samples, as usually, but moving averages obtained at processing ranges. The results of processing of experimental data are used to illustrate the changes in statistics of the outer scales of turbulence for different processing techniques applied. The use of the improved technique for determination of the outer scales of turbulence decreases significantly their variability range. It should be noted that when the improved technique is applied, empirical histograms of the outer scales of turbulence of the air temperature and three components of the wind vector tend to the lognormal distribution law.

Keywords: atmosphere, structure function, outer scale

При решении широкого круга задач физики атмосферы и метеорологии необходимо иметь данные о состоянии приземного (в пределах нескольких десятков метров от подстилающей поверхности) слоя атмосферы. В частности, требуется учитывать различные характеристики турбулентных составляющих как температурного, так и ветрового поля. С этой целью обычно используются модельные представления этих характеристик. При этом модели базируются в основном на тех эмпирических данных, которые получены в условиях «классической» («кол-

могоровской») турбулентности. Однако реальные условия, для которых необходимо решение задач турбулентного теплообмена в приземном слое, могут существенно отличаться от «идеальных» [1–3]. Важным параметром при решении этих задач служат масштабы турбулентности температурного поля T и компонентов вектора ветра (продольной U , поперечной V и вертикальной W составляющих). Внешний масштаб турбулентности температурного поля помимо задач физики атмосферы активно используется и в других областях, например в теоре-

тических [4, 5] и прикладных [6–8] проблемах распространения оптических волн в атмосфере. Для оценки масштабов применяются разнообразные методики. В ряде случаев эти методики специально подбираются для решения конкретных задач. Примером может служить обзорная статья [9], ориентированная на решение проблем, связанных с астрономическими наблюдениями. В своих исследованиях мы ориентировались на методику определения внешних масштабов через структурные функции метеорологических величин. Эту методику можно отнести к разряду «классических», поскольку результаты параметризации структурных функций (включая оценки масштабов турбулентности) являются основой многочисленных практических приложений. Однако неучет некоторых деталей ее применения может привести к существенным неточностям определения внешних масштабов.

Цель исследования: уточнение методики определения внешних масштабов турбулентности, основанной на анализе структурных функций исследуемых метеорологических величин.

Материалы и методы исследования

Структурная функция (СФ) какого-либо скалярного метеорологического параметра X может быть записана в виде [10]

$$D_X(\vec{R}, \vec{r}) = \left\langle \left[X(\vec{R}) - X(\vec{R} + \vec{r}) \right]^2 \right\rangle, \quad (1)$$

где \vec{R} обозначает точку в пространстве, а $\vec{R} + \vec{r}$ – другую (произвольную) точку, отстоящую от первой на расстоянии $r = |\vec{r}|$. Угловые скобки обозначают усреднение по ансамблю реализаций. В случае, если параметр X относится к классу однородных (локально однородных) и изотропных полей, СФ $D_X(r)$ будет зависеть только от модуля сдвига r . Для векторных величин, таких как вектор ветра, следует сформировать структурный тензор, подобный (1), но составленный из компонентов этого вектора. Однако данный аспект проблемы мы не будем рассматривать, поскольку в дальнейшем анализируются отдельные компоненты вектора ветра, выступающие как скалярные величины и формирующие СФ вида (1). Полагая далее, что условия существования СФ метеорологической величины X , заданные в [10], выполнены, запишем ее «классическую» параметризацию в виде

$$D_X(r) = C_X^2 r^\mu, \quad (2)$$

где C_X^2 – структурная характеристика величины X . Размерность C_X^2 должна согласо-

вываться с размерностью X^2 и множителя r^μ . Параметризация (2), согласно [10], справедлива для пространственных «сдвигов» r в диапазоне $l_X \ll r \ll L_X$, где l_X и L_X – соответственно внутренний и внешний масштабы турбулентности («инерционный интервал турбулентности»). Вне этого интервала СФ будет иметь иной вид. Важно отметить, что для существования СФ в форме (2) показатель степени μ должен находиться в диапазоне $0 < \mu < 2$ [10]. «Классическим» значением, следующим из общей теории турбулентности Колмогорова – Обухова, считается $\mu = 2/3$. В случае однородности поля X структурная функция $D_X(r)$ при значениях $r \gg L_X$ будет стремиться к «насыщению» на уровне удвоенной дисперсии σ_X^2 величины X и имеет место соотношение [10]

$$D_X(r \rightarrow \infty) = 2\sigma_X^2 = C_X^2 L_X^\mu. \quad (3)$$

Если же поле X является локально однородным (например, со стационарными первыми приращениями), то «насыщения» $D_X(r)$ не будет [10]. Согласно (3), если известны значения σ_X^2 и C_X^2 , то внешний масштаб турбулентности L_X может быть определен по формуле

$$L_X = (2\sigma_X^2 / C_X^2)^\gamma, \quad (4)$$

где показатель степени $\gamma = 1/\mu$. Не приводя какого-либо дополнительного обзора литературы, отметим, что очень часто как в теоретических выкладках, так и при решении прикладных задач автоматически полагается, что СФ параметризуется в виде (2) и всегда $\mu = 2/3 \approx 0,667$ ($\gamma = 1,5$). Однако СФ метеорологических величин (температуры воздуха, компонентов вектора ветра) далеко не всегда могут быть аппроксимированы с помощью формулы (2). Проведенные нами исследования показали [11–13], что над территориями с усложненной текстурой подстилающей поверхности параметризация СФ в форме (2) является скорее исключением, чем правилом. Не вдаваясь в детали, которые можно узнать в [11–13], укажем, что было выделено три возможных типа СФ, одним из которых является формула (2). В обобщенном виде эти типы можно записать в форме

$$D_X(r) \approx C_X^2 r^\mu G(r), \quad (5)$$

где безразмерная функция $G(r)$ зависит от типа СФ и равна единице при $r = 1$ м для любого типа. Область существования СФ в форме (5) ограничивается некоторым сдвигом $r = r_{MX}$, при превышении которого формула (5) уже не обеспечивает хорошее качество аппроксимации эмпириче-

ской функции $D_X(r)$. Структурная функция в форме (5) также подразумевает переход к «насыщению» на уровне $2\sigma_X^2$ при сдвиге $r > L_X$.

С формальной точки зрения можно было бы положить выполнение равенства

$$D_X(r \rightarrow \infty) = 2\sigma_X^2 = C_X^2 L_X^\mu G(L_X) \quad (6)$$

и решить данное уравнение (в общем случае нелинейное) относительно L_X . Однако на данном этапе работы мы упростили постановку задачи и использовали для вычисления L_X соотношение вида (4), но с показателем степени k , соответствующим наклону касательной к структурной функции вида (5) в точке $r = 1$ м:

$$L_X = (2\sigma_X^2 / C_X^2)^k. \quad (7)$$

Нетрудно убедиться, что если СФ вида (5) имеет тип, соответствующий формуле (2), то выполняется равенство $\gamma = k$. Для двух других типов, введенных в [11, 13], $\gamma \neq k$. В этой связи одной из задач нашей работы являлось определение показателя степени k , расчет по формуле (7) масштаба L_X , вычисление масштаба L_{XC} по формуле (4) при $\mu = 2/3$, оценка различий L_X и L_{XC} . Вычисления осуществлялись на основе экспериментальных данных, полученных с помощью ультразвуковых метеостанций (УЗМ) «Метео-2» [14]. Место измерений – большая поляна, окруженная лесопосадками средней высоты (территория обсерватории «БЭК» ИОА СО РАН). Высота размещения измерителя УЗМ – 10 м. Для обработки использовались выборки величин X по времени в некоторой фиксированной точке пространства. Отсчеты при измерениях производились с частотой $f \sim 10$ Гц. Переход к пространственным координатам подразумевал гипотезу о «замороженной» турбулентности и осуществлялся с использованием формулы $r = \tau V_h$, где τ – сдвиг во времени при оценках структурной функции, а V_h – средняя скорость ветра на интервале обработки Δt . При этом минимальный сдвиг, с которого могла быть вычислена СФ, составлял $r_{\min} = V_h / f$. В этой связи в обработку не включались эпизоды, когда имели место случаи $V_h \geq 10$ м/с. На рис. 1 приведены примеры «эмпирических» структурных функций $D_T(r)$ температуры воздуха T , подчиняющихся параметризации (2) (или параметризации (5) при $G(r) \equiv 1$) в диапазоне $r \leq r_{MT}$. Вычисления $D_T(r)$ сделаны по выборкам длительностью $\Delta t = 10$ мин. При этом до вычисления СФ из исходных выборок температуры воздуха были удалены

скользящие средние данной величины (\tilde{T}), полученные с использованием «временного окна» с размером $\delta t = 2$ мин. Фактически, оценка $D_T(r)$ проводилась по выборкам случайной величины $T' = T - \tilde{T}$, которую мы полагали относящейся к классу стационарных случайных процессов. Такая же предварительная обработка делалась для всех исследовавшихся величин X . Более подробно об использовавшейся процедуре аппроксимации эмпирических структурных функций аналитическими выражениями можно узнать в [11, 13].

Графики функций $D_T(r)$ на рис. 1 обозначены цифрами (1, 2, 3). Уровни удвоенных дисперсий, на которых должны «насыщаться» эти СФ, обозначены как 1d, 2d, 3d. Прямые линии, обозначенные как 1k, 2k, 3k, соответствуют случаю «колмогоровской» турбулентности с показателем степени в формуле (2) $\mu = 2/3$. Пересечение данных линий с уровнями, равными удвоенным дисперсиям, отмечено крупными точками. Проекция точек на ось абсцисс дают масштабы турбулентности L_{TC} . Прямые линии, обозначенные как 1e, 2e, 3e, соответствуют аппроксимации эмпирических СФ с «реальным» показателем степени μ . Пересечение этих линий с уровнями, равными удвоенным дисперсиям, отмечено «открытыми» звездочками. Проекция положения звездочек на ось абсцисс дают «истинные» значения масштабов турбулентности L_T . Символами «Т» на графиках СФ обозначено завершение интервала, где справедлива аппроксимация (5). Им соответствуют сдвиги $r = r_{MT}$. Укажем также, что СФ под номером «1» имеет значение $\mu \approx 1,141$, под номером «2» – $\mu \approx 0,667$ («классическое» значение), под номером «3» – $\mu \approx 0,4$. Примеры, приведенные на рис. 1, поясняют ту задачу, которая была поставлена при выполнении данной работы. В частности, для СФ под номером «1» ошибка в оценке внешнего масштаба температурной турбулентности составляет примерно 102 м ($L_{TC} \approx 118$ м, $L_T \approx 16$ м). А для СФ под номером «3» – 3 м ($L_{TC} \approx 3$ м, $L_T \approx 6$ м). Понятно, что использование внешних масштабов турбулентности, вычисленных при «жестком» задании степени $\mu = 2/3$ ($\gamma = 1,5$) в формуле (4), может привести к значительным ошибкам в итоговых результатах. Без иллюстраций отметим, что аналогичная ситуация имеет место и для СФ компонентов вектора ветра.

Мы достаточно подробно изложили методические аспекты определения внешних

масштабов турбулентности в случае выполнения степенного закона (2) (или (5) при $G(r) \equiv 1$). Рассмотрим теперь случай, когда функция $G(r) \neq 1$ (кроме точки $r = 1$ м). Примеры структурных функций температуры воздуха такого типа приведены на рис. 2. Характерной в данном случае является «параболичность» формы СФ в логарифмических координатах в «инерционном интервале турбулентности», причем «параболичность» может быть как «выпуклой»

(график СФ под номером «1»), так и «вогнутой» (график СФ под номером «2»). Обозначения на рис. 2 имеют тот же смысл, что и на рис. 1:

а) цифры с индексом «d» относятся к уровням «насыщения» СФ, равным $2\sigma_T^2$;

б) цифры с индексом «e» помечают линии, касательные к СФ при $r = 1$ м;

в) индексом «k» помечены линии с наклоном, соответствующим «колмогоровскому» показателю степени $\mu = 2/3$.

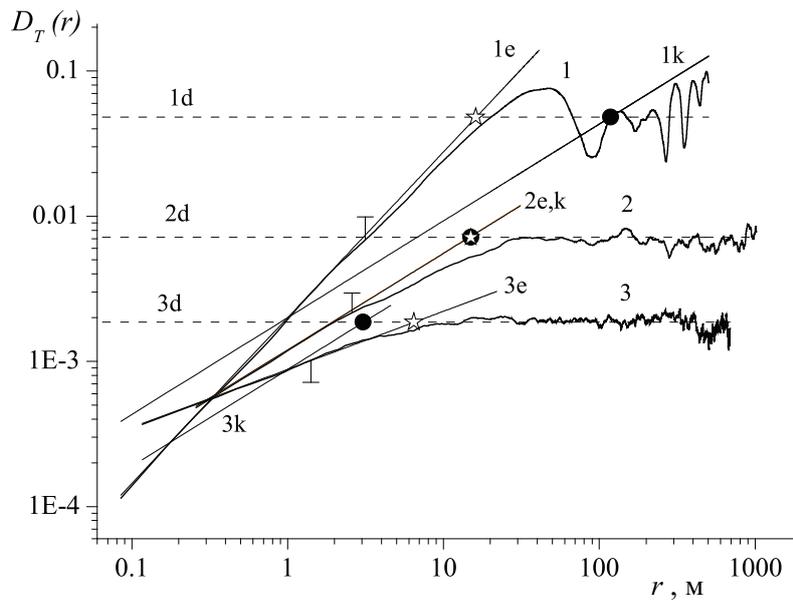


Рис. 1. Примеры структурных функций температуры воздуха, подчиняющихся в «инерционном интервале турбулентности» степенному закону (2)

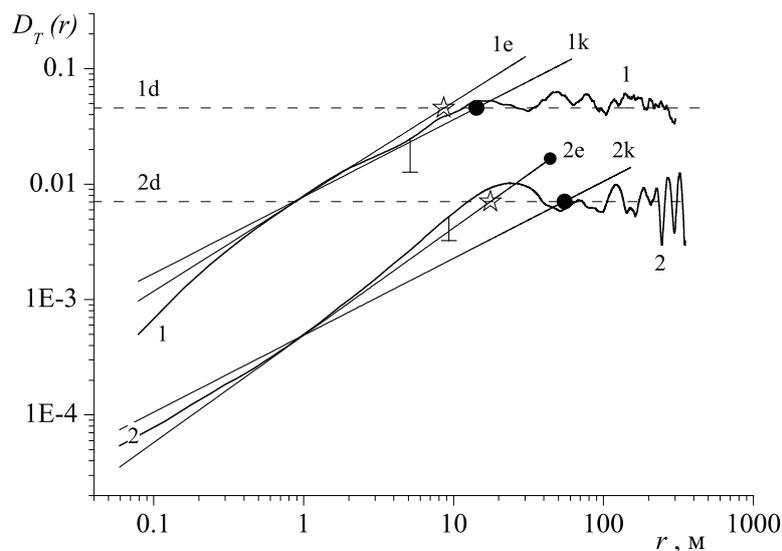


Рис. 2. Примеры структурной функции температуры воздуха, подчиняющейся в «инерционном интервале турбулентности» закону (5)

Координаты символов по оси абсцисс будут соответствовать внешним масштабам турбулентности L_T (звездочки) или L_{TC} (точки). Для СФ, помеченной цифрой «1», разность масштабов составляет примерно 5 м, а для СФ с номером «2» – около 34 м.

Приведенные на рис. 1 и 2 примеры достаточно убедительно демонстрируют возможность значительных ошибок в оценках внешних масштабов турбулентности при их определении на основе «колмогоровской» турбулентности (при которой всегда имеет место степенной закон (2) и $\mu \equiv 2/3$). В то же время вычисления масштабов по формуле (7) с использованием эмпирических («текущих») значений показателя степени k обеспечивают вполне адекватные оценки L_T в том числе для случаев, когда структурные функции описываются выражениями вида (5).

Считаем необходимым отметить еще один методический аспект, существенно влияющий на достоверность определения внешних масштабов турбулентности. Он связан с процедурой выделения турбулентных составляющих X' из исходных выборок X . Достаточно часто для получения X' используют формулу $X' = X - \bar{X}$, где \bar{X} – среднее арифметическое значение величины X на интервале обработки Δt . Однако даже на относительно коротких интервалах Δt нестационарность X может быть настолько значительной, что турбулентную составляющую X' нельзя отождествлять со стационарным случайным процессом и ис-

пользовать ее при вычислениях СФ и внешних масштабов турбулентности. Напомним, что в наших вычислениях для выделения турбулентных составляющих используется формула $X' = X - \bar{X}$, основанная на вычитании скользящего среднего \bar{X} , получаемого с применением «временного окна» δt . Для иллюстрации влияния методики выделения турбулентных составляющих приведем рис. 3, на котором показана суточная развертка масштабов L_T , рассчитанных по формуле (7) с применением оценок текущих значений показателя степени k , масштабов L_{TC} , рассчитанных по формуле (4) с $\gamma = 1,5$, и масштабов L_{TCP} опять-таки рассчитанных по формуле (4) при $\gamma = 1,5$, но с выделением турбулентной составляющей температуры с использованием выборочного среднего \bar{X} . Вычисления проведены при $\Delta t = 10$ мин и $\delta t = 2$ мин.

Результаты исследования и их обсуждение

Согласно результатам, приведенным на рис. 3, оценки L_{TCI} практически всегда существенно превосходят как L_T , так и L_{TC} . Поэтому мы полагаем, что достоверность оценок внешних масштабов турбулентности при выделении пульсационных составляющих с использованием выборочных средних не может быть обеспечена. Без иллюстраций укажем, что подобные результаты имеют место и для внешних масштабов турбулентности компонентов вектора ветра.

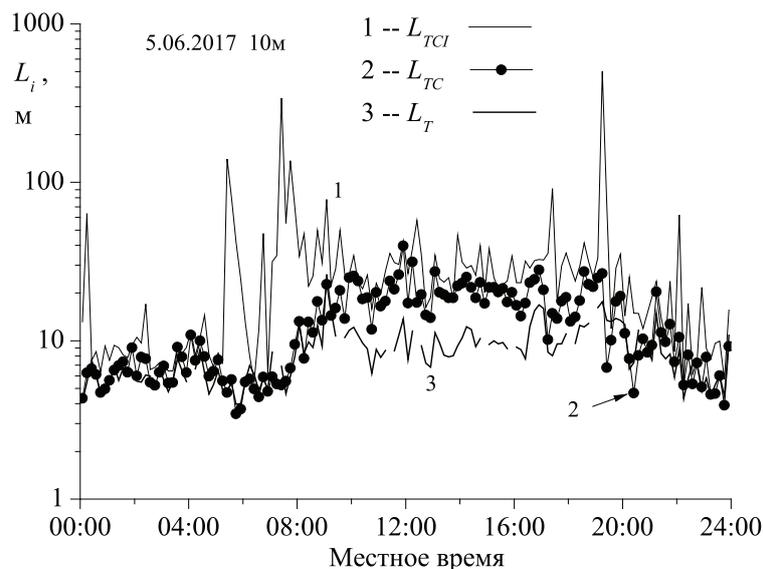


Рис. 3. Внешние масштабы температурной турбулентности, оцененные разными методиками по результатам измерений на высоте 10 м

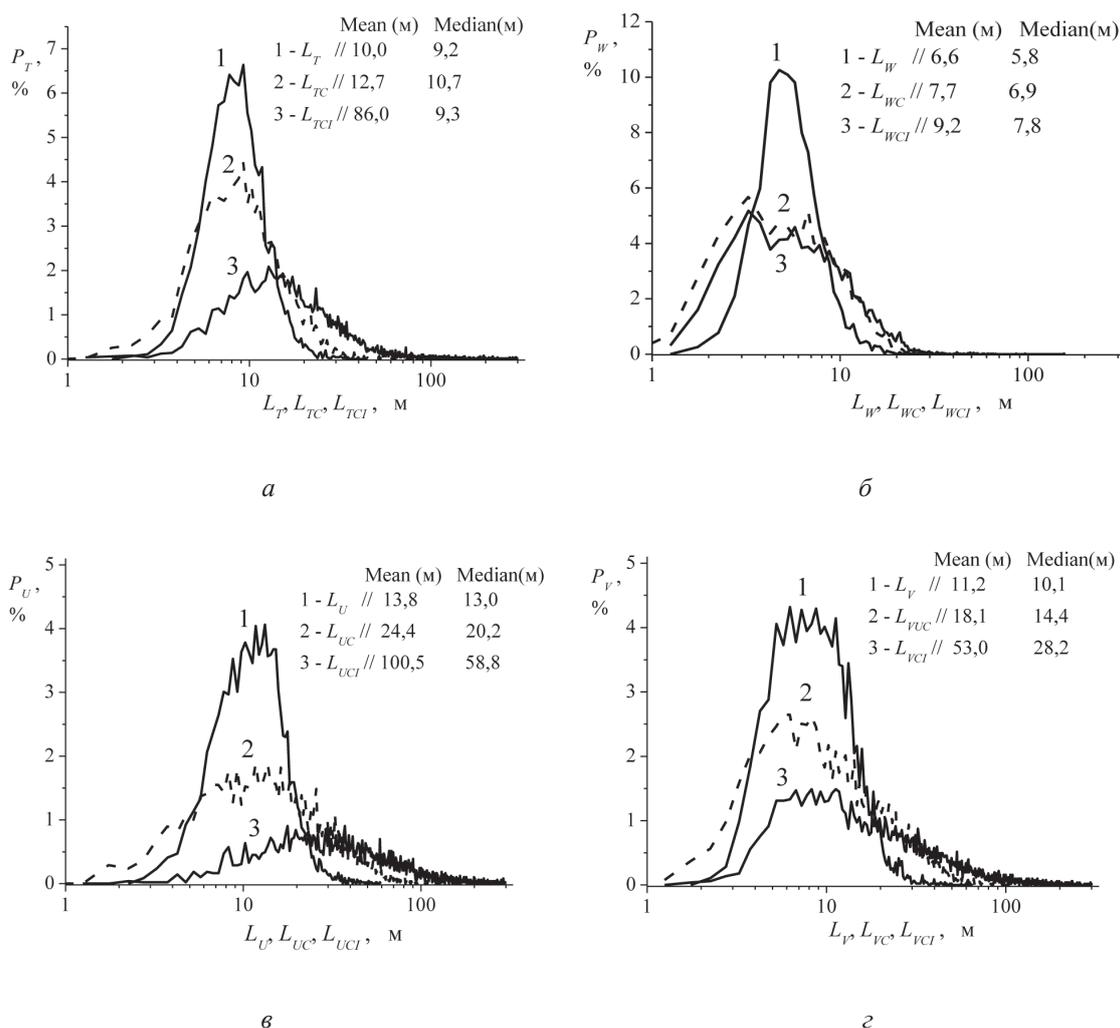


Рис. 4. Эмпирические гистограммы распределения внешних масштабов турбулентности температуры L_T , вертикальной L_W , продольной L_U и поперечной L_V составляющих вектора ветра

Отметим также наличие «пропусков» в развертке значений L_T . Они связаны с тем, что на отдельных интервалах времени средний квадрат разности исследуемой величины не мог быть аппроксимирован функцией вида (5) с заданной при вычислениях точностью. Требования, устанавливавшиеся при аппроксимации, были достаточно жесткими [11, 13]. При некотором ослаблении этих требований количество «пропусков» должно уменьшиться.

Пример на рис. 3 приводит к выводу, что значительные отклонения L_{TC} и L_{TCI} от L_T – это не отдельные случайные эпизоды, а нечто более системное. Подтвердить данный вывод может сравнение статистик L_X , L_{XC} и L_{XCI} полученных по достаточно большому объему экспериментальных данных. На рис. 4 показаны эмпирические гистограм-

мы распределения внешних масштабов всех рассматривавшихся метеорологических параметров P_X в процентном выражении, рассчитанные с шагом 0,5 м.

Использованы результаты измерений на высоте 10 м за июнь – июль 2017 г. в пункте наблюдения «БЭЖ», о котором уже говорилось ранее. Суммарная длительность наблюдений за два указанных месяца составила 851 час, что вполне достаточно для статистической обеспеченности гистограмм (5 105 интервалов по 10 минут с применением $\delta t = 2$ мин). На рисунках с гистограммами указаны также средние (mean) и медианные (median) значения внешних масштабов турбулентности L_X , L_{XC} и L_{XCI} за обработанный период времени. Очевидно, что статистика масштабов L_{XC} и L_{XCI} заметно отличается от статистики L_X особенно для продольной

и поперечной составляющих вектора ветра. Обратим внимание и на то, что статистика масштабов L_x стремится к логарифмически нормальному закону распределения.

Заключение

Подводя итог, можно сделать вывод, что для достоверной оценки внешних масштабов турбулентности какой-либо метеорологической величины необходимо по заданному для обработки интервалу времени выделить ее турбулентную составляющую с использованием вычитания из исходной выборки скользящего среднего. После этого следует рассчитать средний квадрат разности исследуемой величины при разных пространственных (временных) сдвигах и аппроксимировать полученную зависимость функцией вида (5) от минимального до максимально возможного сдвига (с заданной точностью). И только после этого приступать к оценкам внешних масштабов турбулентности. В упрощенном виде это обеспечивается формулой (7). Обсуждавшаяся в данной статье методика определения внешних масштабов турбулентности не является «универсальной». Существуют и другие способы определения L_x , например, через спектры величин X или их корреляционные функции. Сопоставление результатов оценок L_x разными методиками также вызывает определенный интерес и представляет перспективную задачу.

Список литературы

1. Белоцерковский О.М. Турбулентность: новые подходы / О.М. Белоцерковский, А.М. Опарин, В.М. Чечёткин. – М.: Наука, 2003. – 286 с.
2. Атмосферная когерентная турбулентность / В.В. Носов [и др.] // Оптика атмосферы и океана. – 2012. – Т. 25. № 09. – С. 753–759.
3. Причины проявления неколмогоровской турбулентности в атмосфере / В.П. Лукин [и др.] // Успехи современного естествознания. – 2014. – № 12–4. – С. 369–377.
4. О влиянии масштабов атмосферной турбулентности / В.П. Лукин [и др.] // Успехи современного естествознания. – 2015. – № 1–7. – С. 1179–1183.
5. Guesalaga A., Neichel B., Correia C.M., Butterley T., Osborn J., Masciadri E., Fusco T., Sauvage J.-F. On-line estimation of the wavefront outer-scale profile from adaptive optics telemetry // Monthly notices of the Royal astronomical Society, 2016, vol. 465. no. 2, pp. 1984–1994.
6. Dewan E.M., Grossbard N. The inertial range «outer scale» and optical turbulence // Environ. Fluid Mech, 2007. vol. 7. pp. 383–396.
7. Влияние подстилающего рельефа на дрожание астрономических изображений / В.В. Носов, В.П. Лукин, Е.В. Носов // Оптика атмосферы и океана. – 2004. – Т. 17. – № 04. – С. 361–368.
8. Особенности дрожания изображения оптического источника в случайной среде с конечным внешним масштабом / Л.А. Болбасова [и др.] // Оптика атмосферы и океана. – 2012. – Т. 25. № 10. – С. 845–851.
9. Ziad A. Review of the outer scale of the atmospheric turbulence // Proc. SPIE, 2016, vol. 9909, pp. 99091K-1-12.
10. Татарский В.И. Распространение волн в турбулентной атмосфере / В.И. Татарский. – М.: Наука, 1967. – 548 с.

11. Структурные функции температуры воздуха над неоднородной подстилающей поверхностью. Часть I. Типичные формы структурных функций / В.А. Гладких [и др.] // Оптика атмосферы и океана. – 2013. – Т. 26. – № 11. – С. 948–954.

12. Структурные функции температуры воздуха над неоднородной подстилающей поверхностью. Часть II. Статистика параметров структурных функций / В.А. Гладких [и др.] // Оптика атмосферы и океана. – 2013. – Т. 26. – № 11. – С. 955–963.

13. Структурные функции компонент вектора ветра над неоднородной подстилающей поверхностью / В.А. Гладких [и др.] // Оптика атмосферы и океана. – 2014. – Т. 27. – № 10. – С. 882–890.

14. Гладких В.А. Цифровая ультразвуковая метеостанция / В.А. Гладких, А.Э. Макиенко // Приборы. – 2009. – № 7. – С. 21–25.

References

1. Belotserkovskii O.M., Oparin A.M., Chechetkin V.M. Turbulentnost': novye podkhody. [Science]. Moscow, Nauka, 2003, 288.
2. Nosov V.V., Kovadlo P.G., Lukin V.P., Torgaev A.V. Atmospheric coherent turbulence [Atmosferaia kogerentnaia turbulentnost']. Optika atmosfery i okeana – Atmospheric and Oceanic Optics, 2012, no. 09, pp. 753–759.
3. Lukin V.P., Nosov V.V., Nosov E.V., Torgaev A.V. The reasons of nonkolmogorov's turbulence in atmosphere [Prichiny proiavleniia nekolmogorovskoi turbulentnosti v atmosfere]. Uspekhi sovremennogo estestvoznaniia – Advances in current natural sciences, 2014, vol. 4, no. 12, pp. 369–377.
4. Lukin V.P., Nosov V.V., Nosov E.V., Torgaev A.V. Influence of atmospheric turbulence scale [O vliianii mashtabov atmosfernoii turbulentnosti]. Uspekhi sovremennogo estestvoznaniia – Advances in current natural sciences, 2015, vol. 7, no. 1, pp. 1179–1183.
5. Guesalaga A., Neichel B., Correia C.M., Butterley T., Osborn J., Masciadri E., Fusco T., Sauvage J.-F. On-line estimation of the wavefront outer-scale profile from adaptive optics telemetry. Monthly notices of the Royal astronomical Society, 2016, no. 2, pp. 1984–1994.
6. Dewan E.M., Grossbard N. The inertial range outer scale and optical turbulence. Environ. Fluid Mech, 2007, no. 7, pp. 383–396.
7. Nosov V.V., Lukin V.P., Lukin V.P., Nosov E.V. Effect of the underlying terrain on jitter of astronomic images [Vlianie podstilaiushchego rel'efa na drozhanie astronomicheskikh izobrazhenii]. Optika atmosfery i okeana – Atmospheric and Oceanic Optics, 2004, no. 4, pp. 361–368.
8. Bol'basova L.A., Kovadlo P.G., Lukin V.P., Nosov V.V., Torgaev A.V. Peculiarities of flutter of the optical source images in casual ambience with final outer scale [Osobennosti drozhaniiia izobrazheniia opticheskogo istochnika v sluchainoi srede s konechnym vneshnim mashtabom]. Optika atmosfery i okeana – Atmospheric and Oceanic Optics, 2012, no. 10, pp. 845–851.
9. Ziad A. Review of the outer scale of the atmospheric turbulence. Proc. SPIE, 2016, no. 9909, pp. 99091K-1-12.
10. Tatarskii V.I. Rasprostranenie voln v turbulentnoi atmosfere [Propagation in a Turbulent Atmo_ sphere]. Moscow, Nauka, 1967, 548.
11. Gladkikh V.A., Nevzorova I.V., Odintsov S.L., Fedorov V.A. Structure functions of air temperature over an inhomogeneous underlying surface. Part I. Typical forms of structure functions [Strukturnye funktsii temperatury vozdukha nad neodnorodnoi podstilaiushchei poverkhnost'iu. Chast' I. Tipichnye formy strukturykh funktsii]. Optika atmosfery i okeana – Atmospheric and Oceanic Optics, 2013, no. 11, pp. 948–954.
12. Gladkikh V.A., Nevzorova I.V., Odintsov S.L., Fedorov V.A. Structure functions of air temperature over an inhomogeneous underlying surface. Part II. Statistics of structure functions [Strukturnye funktsii temperatury vozdukha nad neodnorodnoi podstilaiushchei poverkhnost'iu. Chast' II. Statistika parametrov strukturykh funktsii]. Optika atmosfery i okeana – Atmospheric and Oceanic Optics, 2013, no. 11, pp. 955–963.
13. Gladkikh V.A., Nevzorova I.V., Odintsov S.L., Fedorov V.A. Structure functions of wind velocity [Strukturnye funktsii komponent vektora vetra nad neodnorodnoi podstilaiushchei poverkhnost'iu]. Optika atmosfery i okeana – Atmospheric and Oceanic Optics, 2014, no. 10, pp. 882–890.
14. Gladkikh V.A., Makienko A.E. Digital ultrasonic weather station [Tsifrovaia ul'trazvukovaia meteostantsiia]. Pri-bory – Pribory, 2009, no. 7, pp. 21–25.