

УДК 556

ОБОСНОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ И АРХИТЕКТУРЫ МНОГОСЛОЙНЫХ ПЕРСЕПТРОНОВ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ЛЕДОВИТОСТИ ОЗЕР

Баклагин В.Н.

*Институт водных проблем Севера – обособленное подразделение ФГБУН Федерального исследовательского центра «Карельский научный центр Российской академии наук»,
Петрозаводск, e-mail: slava.baklagin@mail.ru*

В статье приведен метод прогнозирования ледовитости озер многослойными перцептронами на основе исторических данных о ледовитости озер на примере Онежского озера. Данный метод имеет преимущества по сравнению с традиционными методами для определения ледовитости озер, в частности применение термогидродинамических моделей: гибкость в адаптации к конкретным озерам, не требуется сбора большого количества разнообразной исходной информации. В качестве исходных материалов в работе использован суточный ряд ледовитости Онежского озера за период 2004–2017 гг., полученный анализом спутниковых данных о ледовой обстановке северного полушария планеты с пространственным разрешением 4 км. На основе корреляционного анализа данного ряда обоснованы параметры входных сигналов многослойных перцептронов для прогнозирования ледовитости озер и сформированы обучающие и контрольные выборки. Результаты обучения многослойных перцептронов для прогнозирования ледовитости Онежского озера показали, что наименьшие средние значения среднеквадратических ошибок за последнюю тренировочную эпоху имеют перцептроны с архитектурами: 3–2–1 – в фазу замерзания ($\overline{MSE} = 0,0155$), 3–6–1 – в фазу вскрытия ($MSE = 0,0105$). Тестированием на контрольных выборках доказано, что многослойные перцептроны позволяют осуществлять более адекватное и надежное прогнозирование ледовитости Онежского озера (среднеквадратическая ошибка прогноза: 0,0076) в сравнении со статистическими методами прогнозирования, такими как линейная регрессия, скользящее среднее, авторегрессионные анализы первого и второго порядков. Показано, что абсолютные отклонения прогнозируемых перцептронами и фактических значений ледовитости при значительном изменении ледовитости за короткое время ($> 0,1/\text{день}$) также являются не всегда удовлетворительными ($\Delta > 0,2/\text{день}$).

Ключевые слова: фаза замерзания, фаза вскрытия, Онежское озеро, обучающая выборка, статистические методы

SELECTION OF PARAMETERS AND ARCHITECTURE OF MULTILAYER PERCEPTRONS FOR PREDICTING ICE COVERAGE OF LAKES

Baklagin V.N.

Karelian Research Centre Russian Academy of Sciences, Petrozavodsk, e-mail: slava.baklagin@mail.ru

The paper presents a method for predicting ice coverage of lakes by means of multilayer perceptrons. This approach is based on historical data on the ice coverage of lakes taking Lake Onega as an example. This method has advantages over traditional methods for determining ice cover of lakes, in particular, the use of thermohydrodynamic models: flexibility in adaptation to specific lakes, it is not required to collecting of a large amount of diverse input information. The daily time series of ice coverage of Lake Onega for 2004–2017 was collected by means of satellite data analysis of snow and ice cover of the Northern Hemisphere. Input signals parameters for the multilayer perceptrons aimed at predicting ice coverage of lakes are based on the correlation analysis of this time series. The results of training of multilayer perceptrons showed that perceptrons with architectures of 3–2–1 within the Freeze-up phase (arithmetic mean of the mean square errors for training epoch $\overline{MSE} = 0,0155$) and 3–6–1 within the Break-up phase ($MSE = 0,0105$) have the least mean-squared error for the last training epoch. Tests within the holdout samples prove that multilayer perceptrons give more adequate and reliable prediction of the ice coverage of Lake Onega (mean-squared prediction error $MSPE = 0.0076$) comparing with statistical methods such as linear regression, moving average, autoregressive analyses of the first and second order. Therefore the coverage changes significantly within a short period of time ($> 0,1/\text{day}$) the absolute deviations predicted by perceptrons from the actual values of ice coverage are not always satisfactory as well ($\Delta > 0,2/\text{day}$).

Keywords: Freeze-up phase, Break-up phase, Lake Onega, training sample, statistical methods

В настоящее время разработаны тематические модели, которые широко используются для воспроизведения термогидродинамики озер, такие как POM, NEMO [1], ECOM, ELCOM и другие [2–4], в том числе и для моделирования ледовых явлений. Однако перечисленные модели сложны и не обладают достаточной гибкостью в адаптации к конкретным озерам, а также требуют сбора большого количе-

ства разнообразной исходной информации, что затрудняет их использование при моделировании и прогнозировании ледовитости озер.

Для прогнозирования временных рядов, в том числе показателя ледовитости озер, могут применяться статистические методы, основанные на применении вероятностных моделей, таких как регрессионные, авторегрессионные (ARIMAX, ARHCH), экс-

понижения и другие [5]. Данные методы просты, поскольку для их применения не нужно математическое описание происходящих физических процессов в озере. Однако перечисленные методы не предназначены для моделирования нелинейных процессов, поскольку дают большие погрешности. Поэтому они являются непригодными для прогнозирования ледовитости озер.

Для решения задач, связанных с прогнозированием нелинейных процессов, хорошие результаты на основе некоторой обучающей выборки показывают искусственные нейронные сети [6]. Преимуществами данного метода является гибкость, адаптивность, простота применения, высокая точность прогноза.

В связи с этим целью данного исследования является обоснование параметров многослойных перцептронов (являются частным случаем искусственной нейронной сети прямого распространения) для прогнозирования ледовитости озер на примере Онежского озера. Основными задачами исследования являются:

1. Формирование обучающих и контрольных выборок на основе суточных рядов показателей ледовитости Онежско-

го озера за периоды 2004–2016 гг. и 2016–2017 гг. соответственно.

2. Выбор оптимальной архитектуры и параметров многослойных перцептронов для прогнозирования ледовитости Онежского озера и их обучение.

3. Тестирование обученных перцептронов, а также статистических методов прогнозирования на контрольных выборках в сравнении с фактическими значениями ледовитости.

Материалы и методы исследования

Ледовый режим озер, как правило, состоит из трех фаз: замерзание, ледостав, вскрытие, на каждой из которых динамика значений ледовитости имеет свои особенности (рост, снижение или стагнация значений). В данном исследовании рассматривались две фазы ледового режима: замерзание и вскрытие, поскольку в фазу ледостава площадь ледовых образований практически не изменяется. Причем обоснование параметров перцептронов для прогнозирования ледовитости осуществлялось отдельно для каждой рассматриваемой фазы ледового режима. Это позволило существенно оптимизировать процесс обучения каждого перцептрона.

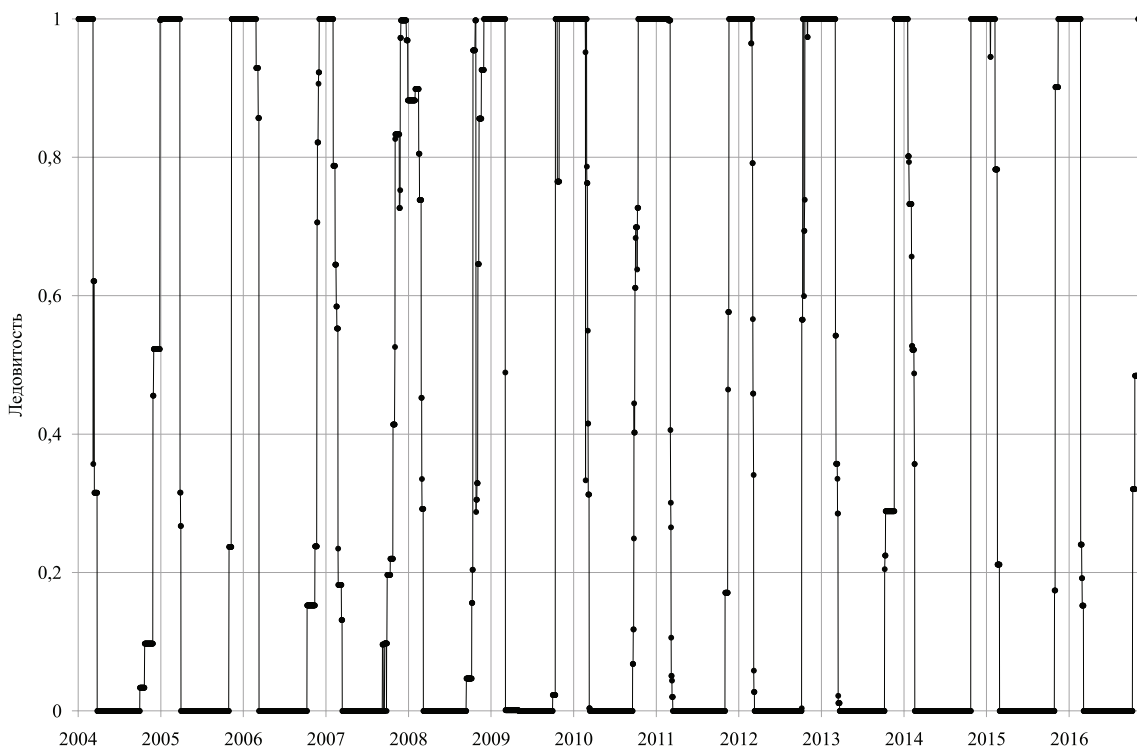


Рис. 1. Ледовитость Онежского озера по данным спутниковых наблюдений за период 2004–2017 гг.

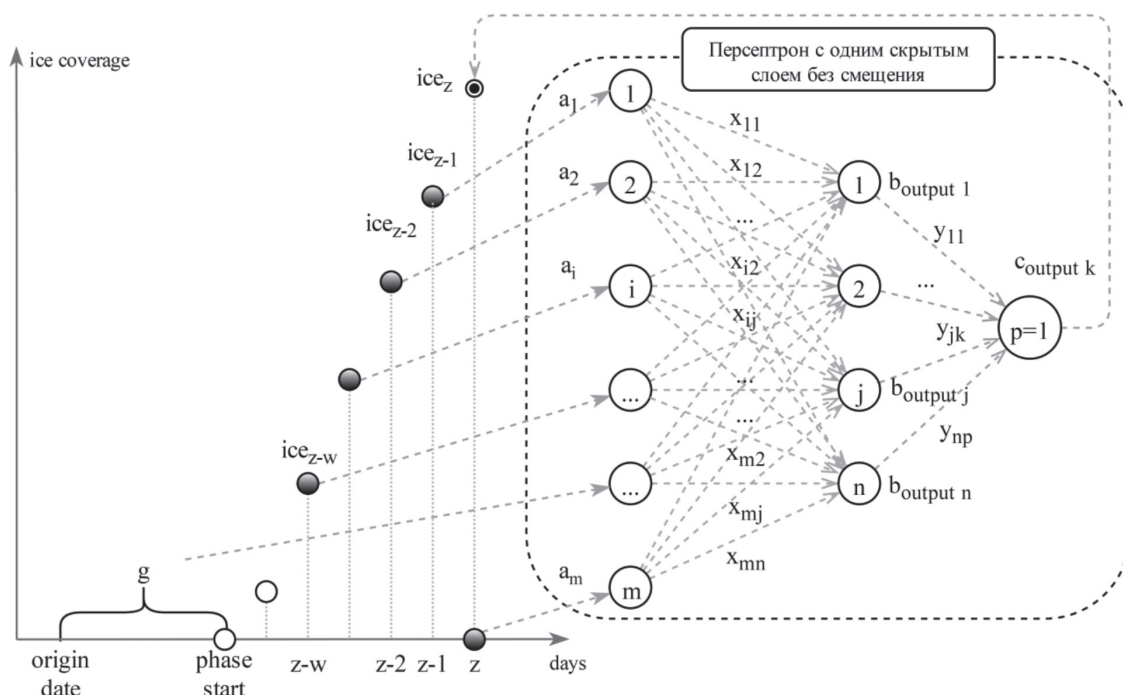


Рис. 2. Схема применения многослойного персептрона для прогнозирования ледовитости озера на основе предшествующих значений

В качестве натурной основы для получения суточных рядов показателей ледовитости Онежского озера использован банк данных спутниковых наблюдений (платформы AQUA, TERRA, NOAA – 14,15,16,17,18, GOES – 9,10,11,13 и др.) о ледовой обстановке северного полушария с пространственным разрешением 4 км. Наблюдения в данном режиме ведутся с 2004 г. по настоящее время с временным шагом – 1 день (<http://nsidc.org/data/G02156>). В результате автоматизированного анализа [7] используемых спутниковых данных с идентификацией координат акватории Онежского озера рассчитаны значения ледовитости за каждый день периода 2004–2017 гг. (рис. 1), а также разделены по фазам ледового режима.

По рис. 1 можно заключить, что Онежское озеро ежегодно полностью покрывается льдом и полностью освобождается от него, в связи с чем поведение функции ледовитости от времени $f_{ice}(t)$ имеет циклический характер с предельными значениями от 0 до 1. Такое поведение функции $f_{ice}(t)$ позволяет избежать нормирования входных и выходных сигналов персептронов, обусловленных значениями ледовитости озера.

Общий алгоритм работы персептронов для прогнозирования ледовитости озера

В настоящем исследовании использовались многослойные персептроны с одним скрытым слоем без смещения (рис. 2). Архитектура таких персептронов представлена тремя слоями: входной слой с числом нейронов (m), скрытый слой с числом нейронов (n) и выходной слой с числом нейронов (p).

Работа многослойных персептронов заключается в передаче сигналов от нейронов предыдущего слоя к нейронам последующего посредством синаптических связей, которые имеют определенные веса, разные для каждой пары нейронов. Общий алгоритм работы нейронной сети данного типа заключается в следующем (рис. 2):

1. На входные нейроны поступает сигнал $a = [a_1, a_2, \dots, a_i, \dots, a_m]$. Посредством установленных весов синаптических связей сигналы от каждого входного нейрона преобразуются, суммируются и подаются в нейроны скрытого слоя в качестве входного сигнала: $b_{input j} = \sum_{i=1}^m a_i \cdot x_{ij}$, где x_{ij} – вес синаптической связи между i -м нейроном входного слоя и j -м нейроном скрытого слоя, $i = 1..m$, $j = 1..n$.

2. В каждом нейроне скрытого слоя сигнал преобразуется посредством активационной функции $b_{output\ j} = f_a(b_{input\ j})$. Аналогичным образом сигналы от нейронов скрытого слоя преобразуются, суммируются и подаются нейронам последующего (выходного) слоя: $c_{input\ k} = \sum_{j=1}^n b_{output\ j} \cdot y_{jk}$, где y_{jk} – вес синаптической связи между j -м нейроном скрытого слоя и k -м нейроном выходного слоя, $k = 1..p$.

3. В каждом нейроне выходного слоя сигнал преобразуется активационной функцией: $c_{output\ k} = f_a(c_{input\ k})$. Далее результат интерпретируется.

Алгоритм и параметры обучения многослойных персептронов для прогнозирования ледовитости озер

Обучение многослойных персептронов в данном исследовании осуществлялось методом обратного распространения ошибки с использованием учителя [8]. Метод обратного распространения ошибки предполагает использование некоторой обучающей выборки, состоящей из набора тренировочных сетей (входных и соответствующих им выходных сигналов). При этом для обучения формируются тренировочные эпохи, которые включают тренировочные сетки данной выборки, перемешанные случайным образом для каждой эпохи. Процесс обучения персептронов осуществляется в несколько тренировочных эпох, для каждой из которых выполняется несколько итераций. Число итераций соответствует числу тренировочных сетей, входящих в состав тренировочной эпохи. Каждая итерация включает в себя следующие процедуры:

1. Из тренировочной эпохи выбирается тренировочный сет, который состоит из массива входных сигналов $a = [a_1, a_2, \dots, a_i, \dots, a_m]$ и массива целевых значений (учителя) $t = [t_1, t_2, \dots, t_k, \dots, t_p]$.

2. Для каждого нейрона выходного слоя рассчитываются значения выходного сигнала $c_{output\ k}$, а также локальный градиент по формуле $\sigma_k = e_k \cdot f'_a(c_{input\ k})$, где e_k – сигнал ошибки, вычисляется по формуле: $e_k = t_k - c_{output\ k}$. Помимо этого вычисляется величина корректировки веса синаптической связи: $\delta y_{jk} = \alpha \cdot \sigma_k \cdot b_{output\ j}$, где α – скорость обучения персептрона.

3. Для каждого нейрона скрытого слоя рассчитывается локальный градиент по формуле: $\sigma_j = f'_a(b_{input\ j}) \cdot \sum_{k=1}^p \sigma_k \cdot y_{jk}$, а также

величина корректировки веса синаптической связи: $\delta x_{ij} = \alpha \cdot \sigma_j \cdot a_{output\ i}$.

4. Вес каждой синаптической связи персептрона изменяется за счет прибавления соответствующего корректировочного значения: $x_{ij}^{new} = x_{ij}^{old} + \delta x_{ij}$, $y_{ij}^{new} = y_{ij}^{old} + \delta y_{ij}$.

После прохождения каждого тренировочного сета в процессе обучения персептрона рассчитывалась среднеквадратическая ошибка отклика по отношению к учителю MSE . Для каждой тренировочной эпохи рассчитывалось среднее арифметическое значение среднеквадратических ошибок \overline{MSE} . Критерием останова обучения являлось условие [6]:

$$\frac{|\overline{MSE}_{ep} - \overline{MSE}_{ep-1}|}{\overline{MSE}_{ep-1}} \cdot 100\% \leq 0,01\%,$$

где ep – номер текущей тренировочной эпохи.

Скорость обучения α выбрана опытным путем: $\alpha = 0,001$.

Начальные веса синаптических связей нейронов выбирались случайным образом из равномерного распределения с математическим ожиданием, равным 0, и дисперсией, которая определяется формулой [8]:

$$D = \frac{1}{\sqrt{s}},$$

где s – количество синаптических связей нейрона.

С учетом формулы дисперсии равномерного распределения:

$$D = \frac{(u - v)^2}{12},$$

где u, v – соответственно верхняя и нижняя границы интервала, а также с учетом того, что математическое ожидание равно 0, интервал имеет следующий

вид: $\left[-\sqrt{\frac{3}{\sqrt{s}}}; +\sqrt{\frac{3}{\sqrt{s}}} \right]$.

Формирование обучающих и контрольных выборок

Тренировочные сетки в виде входных и соответствующих им выходных сигналов формировались в обучающие выборки отдельно для фаз замерзания и вскрытия на основе суточного ряда показателя ледовитости Онежского озера за период 2004–2016 гг.

Наряду с обучающими выборками формировались контрольные выборки отдельно для фаз замерзания и вскрытия, которые также включали входные и соответствующие им выходные сигналы, основанные на суточном ряде показателя ледовитости Онежского озера за период 2016–2017 гг.

В настоящем исследовании в качестве входных сигналов принимались значения

ледовитости, предшествующие прогнозируемому значению ice_z , где z – порядковый номер дня с момента начала рассматриваемой фазы ледового режима, на который выполняется прогноз (рис. 2). Корреляционный анализ суточного ряда показателя ледовитости Онежского озера за период 2004–2016 гг. показал сильную связь (коэффициент парной корреляции $r = 0,7–0,92$) между значениями ice_{z-d} и ice_z , где d – число дней, предшествующее прогнозируемому дню ($d = 1–9$). Также установлено, что порядковый номер дня с момента начала рассматриваемой фазы ледового режима является так же значимым фактором (сила корреляционной связи составляет: в фазу заморзания $r = 0,32…0,9$, в фазу вскрытия $r = -0,55…-0,96$). Помимо этого установлено, что длительность временного интервала g между некой фиксированной датой *origin date* и началом фазы *phase start* (рис. 2) имеет значимую корреляционную связь с длительностью фазы: для фазы заморзания $r = -0,56$, для фазы вскрытия $r = -0,94$. В данном исследовании фиксированная дата *origin date* соответствует самому раннему за период 2004–2016 гг. началу фазы ледового режима Онежского озера: для фазы заморзания – 9 ноября, для фазы вскрытия – 28 февраля.

При этом для оптимальной работы персептронов все входные сигналы должны быть нормализованы в промежутке $[0; 1]$. Значения ледовитости удовлетворяют условию нормализации, а входной сигнал, соответствующий порядковому номеру дня от момента начала рассматриваемой фазы ледового режима z , в данном исследовании нормировался соотношением

$$h_z = \begin{cases} \frac{z}{l}, z \leq l \\ 1, z > l \end{cases},$$

где l – максимальное значение длительности рассматриваемой фазы ледового режима за имеющийся временной период, в днях (для фаз заморзания и вскрытия Онежского озера за период 2004–2016 гг. составляет 80 и 71 день соответственно).

Входной сигнал, соответствующий длительности временного интервала g , также нормировался соотношением

$$h_g = \begin{cases} \frac{g}{q}, g \leq q \\ 1, g > q \\ 0, g < 0 \end{cases},$$

где q – максимальное значение длительности временного интервала g для рассматриваемой фазы за имеющийся временной период (для фаз заморзания и вскрытия Онежского озера за период 2004–2016 гг. составляет 56 и 81 день соответственно).

Таким образом, массив входных сигналов имеет вид

$$a_z = [ice_{z-w}, \dots, ice_{z-2}, ice_{z-1}, h_z, h_g],$$

где ice – значение ледовитости озера; w – количество значений ледовитости, предшествующих прогнозируемому значению и подаваемых на вход искусственной нейронной сети (рис. 2). В данном исследовании w принималось равным 1, поскольку согласно эвристическим рекомендациям по улучшению работы сети, входные переменные должны быть не коррелированы [8]. В случае же с предшествующими значениями присутствует сильная корреляционная связь между значениями ice_{z-d-1} и ice_{z-d} ($r > 0,9$).

Массив выходных сигналов содержит прогнозируемое значение ледовитости на соответствующий день с момента начала фазы z и имеет вид

$$c_z = [ice_z].$$

Выбор параметров и архитектуры многослойных персептронов

Активационная функция подбиралась опытным путем. Наилучшие результаты при обучении персептронов показала функция гиперболического тангенса $f_a = \varphi \cdot \tanh(\beta x)$ с параметрами $\varphi = 1,7159$, $\beta = 2/3$.

Количество нейронов входного слоя в данном исследовании определялось соотношением: $m = w + 2 = 3$. Количество нейронов выходного слоя обусловлено одним прогнозируемым значением ледовитости: $p = 1$. Количество нейронов скрытого слоя устанавливалось экспериментально в несколько шагов. На первом шаге обучался персептрон с наиболее простой архитектурой (3–2–1). На каждом последующем шаге обучался персептрон, который имел на один скрытый нейрон больше, чем персептрон на предыдущем шаге. При этом на каждом шаге рассчитывалось значение MSE для последней тренировочной эпохи. Если на текущем шаге данное значение было меньше, чем на предыдущем шаге, то выполнялся следующий шаг, в противном случае – процедура выбора оптимальной архитектуры персептрона заканчивалась, при этом выбирался

перцептрон, обучавшийся на предыдущем шаге. На рис. 3 представлены графики зависимости MSE от номера тренировочной эпохи для перцептронов с разным количеством нейронов в скрытом слое.

Наименьшие значения MSE в последней тренировочной эпохе при обучении показали перцептроны с архитектурами: 3–2–1 – в фазу замерзания ($MSE = 0,0155$), 3–6–1 – в фазу вскрытия ($MSE = 0,0105$). Данные перцептроны были выбраны для тестирования на контрольных выборках.

Результаты исследования и их обсуждение

Результаты тестирования перцептронов с архитектурами 3–2–1 и 3–6–1 на контрольных выборках в сравнении с фактическими значениями представлены на рис. 4, а также показаны результаты прогнозирования различными статистическими методами: линейная регрессия, скользящее среднее, авторегрессии первого и второго порядков.

Статистический анализ результатов тестирования (среднеквадратическая ошибка прогнозируемых и фактических значений MSE , среднее значение абсолютных отклонений прогнозируемых и фактических значений MAD , максимальное абсолютное отклонение прогнозируемых и фактических значений Δ_{max}) различных методов прогнозирования ледовитости на контрольных выборках представлен в таблице.

Более достоверный прогноз ледовитости перцептронов на обеих контрольных выборках по отношению к статистическим методам подтверждается наименьшим значением MSE (таблица). Однако следует отметить, что на обеих контрольных выборках значения MAD у статистических методов ниже, чем для перцептронов. Это связано

с тем, что на интервалах линейного поведения функции ледовитости от времени $f_{ice}(t)$ статистические методы могут давать более точный прогноз, чем перцептроны (абсолютные отклонения прогнозируемых статистическими методами от фактических значений $\Delta \approx 0$). В особенности это актуально в случае, когда площадь ледовых образований остается постоянной. Однако на интервалах нелинейного поведения функции $f_{ice}(t)$ на обеих контрольных выборках статистические методы давали гораздо большие ошибки, чем перцептроны. Об этом свидетельствуют максимальные значения абсолютных отклонений прогнозируемых и фактических значений ледовитости Δ_{max} (таблица).

В целом можно заключить, что многослойные перцептроны позволяют осуществить более адекватное и надежное прогнозирование значений ледовитости озер, чем статистические методы, особенно когда функция $f_{ice}(t)$ ведет себя нелинейно, что является типичной ситуацией в большинстве случаев для озер. При этом на интервалах нелинейного поведения функции $f_{ice}(t)$ статистические методы дают неприемлемые ошибки прогноза ($\Delta > 0,3$).

Также следует отметить, что абсолютные отклонения прогнозируемых перцептронами и фактических значений ледовитости при значительном изменении ледовитости за короткое время ($>0,1/\text{день}$) также являются не всегда удовлетворительными ($\Delta > 0,2/\text{день}$). Для решения этой проблемы необходимо исследовать дополнительные факторы, влияющие на показатель ледовитости озер, такие как, например, температура воздуха, воды, скорость ветра. Включение этих факторов в число входных сигналов перцептронов значительно расширит их функционал.

Результаты тестирования методов прогнозирования ледовитости на контрольных выборках

Методы прогнозирования	Фаза замерзания			Фаза вскрытия			Общие MSE
	MSE	MAD	Δ_{max}	MSE	MAD	Δ_{max}	
Перцептроны	0,0108	0,065	0,439	0,0015	0,027	0,116	0,0076
Линейная регрессия	0,0117	0,051	0,459	0,0017	0,026	0,123	0,0083
Скользящее среднее	0,0130	0,033	0,516	0,0023	0,024	0,152	0,0094
Авторегрессия первого порядка	0,0136	0,035	0,516	0,0025	0,026	0,152	0,0099
Авторегрессия второго порядка	0,0145	0,038	0,516	0,0028	0,028	0,152	0,0107

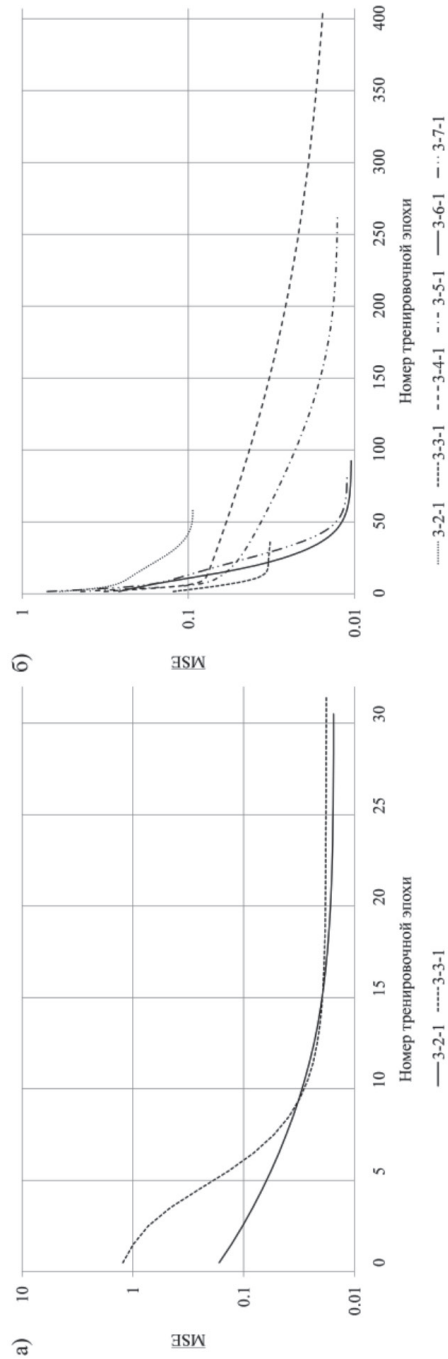


Рис. 3. Графики зависимости \overline{MSE} от номера тренировочной эпохи при обучении для перцептронов с разным количеством нейронов в скрытом слое: а) фаза заморзания; б) фаза вскрытия

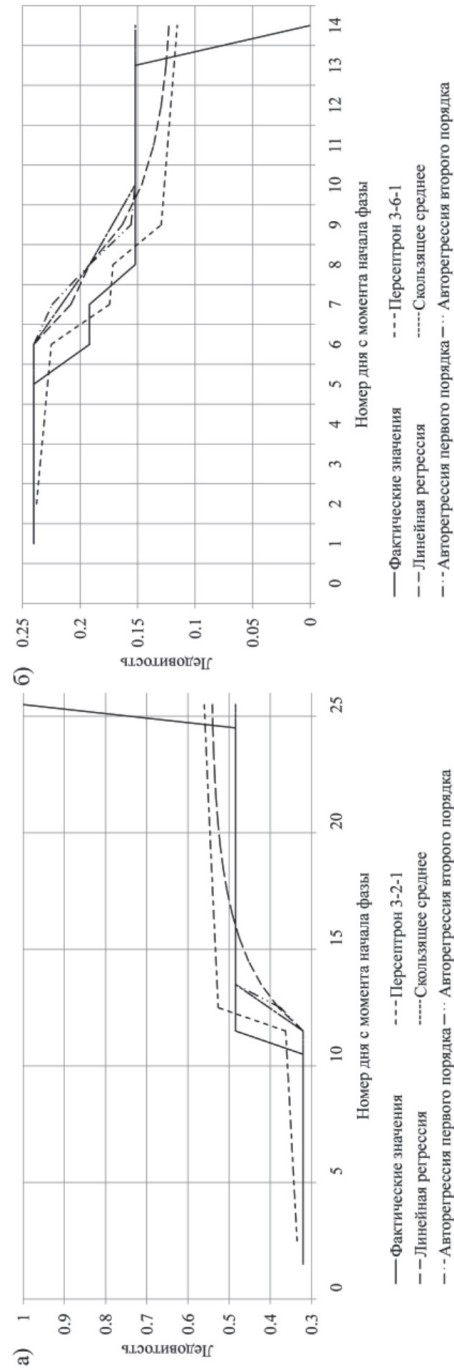


Рис. 4. Прогнозируемые и фактические значения ледовитости Онежского озера за период 2015–2016 гг. (контрольные выборки): а) фаза заморзания; б) фаза вскрытия

Выводы

В данном исследовании обоснованы параметры и архитектура многослойных перцептронов для прогнозирования ледовитости Онежского озера в фазы замерзания и вскрытия. Экспериментально показано, что для прогнозирования ледовитости Онежского озера оптимальным является применение перцептронов с архитектурами: 3–3–1 – в фазу замерзания и 3–6–1 – в фазу вскрытия. Эти перцептроны показали адекватные результаты при тестировании на контрольных выборках: среднеквадратические ошибки составляют 0,0108 и 0,0015 в фазы замерзания и вскрытия соответственно. В результате тестирования в целом по всем контрольным выборкам было установлено, что по сравнению со статистическими методами перцептроны имеют меньшее значение среднеквадратической ошибки прогноза ($MSE = 0,0076$), а также меньшее значение максимального абсолютного отклонения ($\Delta_{\max} = 0,439$). В связи с этим можно заключить, что перцептроны позволяют более адекватно прогнозировать показатель ледовитости озер, чем статистические методы.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента РФ для поддержки молодых российских ученых МК-3379.2018.5.

Список литературы

1. Madec G. NEMO ocean engine // Note du Pole de modelisation, Institut Pierre-Simon Laplace (IPSL), France, 2008. – No 27. – 150 p.
2. Dallimore C., Hodges B.R., Imberger J. Coupling an Underflow Model to a Three Dimensional Hydrodynamic Model // J. Hydraulic Engineering. – 2003. – P. 748–757.
3. Menshytkin V.V., Rukhovets L.A., Filatov N.N. Ecosystem modeling of freshwater lakes (Review): 1. Hydrody-

namics of lakes // Water Resources. – 2013. – V. 40, Issue 6. – P. 606–620.

4. Menshytkin V.V., Rukhovets L.A., Filatov N.N. Ecosystem modeling of freshwater lakes (Review): 2. Models of freshwater lake's ecosystem // Water Resources. – 2014. – V. 41, Issue 1. – P. 32–45.

5. George E.P. Box, Gwilym M. Jenkins, Gregory C. Reinsel, Greta M. Ljung. Time series analysis: Forecasting and Control (5th Edition). – John Wiley & Sons, Inc., Indianapolis, 2015. – 712 p.

6. Howard B. Demuth, Mark H. Beale, Orlando De Jess, Martin T. Hagan. Neural Network Design (2nd Edition). – Martin T. Hagan, Oklahoma, 2014. – 800 p.

7. Баглагин В.Н. Совершенствование метода дешифрирования космических снимков больших озер на классы «вода» – «лед» // Современные проблемы науки и образования. – 2015. – № 2. URL: <http://www.science-education.ru/ru/article/view?id=23900> (дата обращения: 15.03.2018).

8. Simpn Haykin. Nueral Network: A Comprehensive Foundation (2nd Edition) – Pearson Education, Inc., London, 1999. – 823 p.

References

1. Madec G NEMO ocean engine. France, Note du Pole de modelisation, Institut Pierre-Simon Laplace (IPSL), 2008, 150 p.

2. Dallimore C., Hodges B.R., Imberger J. Coupling an Underflow Model to a Three Dimensional Hydrodynamic Model. J. Hydraulic Engineering, 2003, no. 10, pp. 748–757.

3. Menshytkin V.V., Rukhovets L.A., Filatov N.N. Ecosystem modeling of freshwater lakes (Review): 1. Hydrodynamics of lakes. Water Resources, 2013, no. 6, pp. 606-620.

4. Menshytkin V.V., Rukhovets L.A., Filatov N.N. Ecosystem modeling of freshwater lakes (Review): 2. Models of freshwater lake's ecosystem. Water Resources, 2014, no. 1, pp. 32-45.

5. George E.P. Box, Gwilym M. Jenkins, Gregory C. Reinsel Time series analysis: Forecasting and Control. Indianapolis, John Wiley and Sons, Inc., 2015, 712 p.

6. Howard B. Demuth, Mark H. Beale, Orlando De Jess, Martin T. Hagan Neural Network Design. Oklahoma, Martin T. Hagan, 2014, 800 p.

7. Baklagin V.N. Improvement of methods of satellite image interpretation large lakes in «water»-«ice» classes [Soвершенствование метода дешифрирования космических снимков больших озер на классы «вода»-«лед»]. Sovremennyye problemy nauki i obrazovaniia – Modern problems of science and education, 2015, vol. 3, no. 2. available at: <http://www.science-education.ru/ru/article/view?id=23900>. (accessed 15.03.2018).

8. Simpn Haykin Nueral Network: A Comprehensive Foundation. London, Pearson Education, Inc., 1999, 823 p.