

УДК 504.064:504.3.054

**РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ЗАГРЯЗНЯЮЩИХ ВЕЩЕСТВ
В ПРИЗЕМНОМ СЛОЕ АТМОСФЕРЫ НА ОСНОВЕ СХЕМ «КАБАРЕ»****¹Чистяков А.Е., ¹Белова Ю.В., ²Проценко Е.А., ²Яковенко И.В.**¹*Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону,
e-mail: cheese_05@mail.ru, yvbelova@yandex.ru;*²*Таганрогский институт имени А.П. Чехова Ростовского государственного экономического
университета (РИНХ), Таганрог, e-mail: eapros@rambler.ru*

Растущая антропогенная нагрузка отрицательно влияет на состояние воздушной среды, что влечет необходимость постоянного мониторинга качества воздуха и степени воздействия на состояние приземного слоя атмосферы. Целью работы является изучение влияния лесных насаждений на распространение загрязняющих веществ (ЗВ) в приземном слое атмосферы. Для численного моделирования процесса переноса ЗВ воздушными потоками ранее была предложена модель, учитывающая многообразие факторов: наличие лесных насаждений, изменчивость давления, плотности и температуры, наличие многокомпонентной примеси и др. Для аппроксимации оператора конвекции в данной работе построена схема, полученная в результате линейной комбинации центральной разностной схемы и схемы «кабаре». Использование схем «кабаре» позволило разработать математическую модель, обладающую свойством устойчивости для более широкого класса задаваемых входных параметров. Построенные алгоритмы реализованы в виде программного комплекса, позволяющего определять влияние наличия растительности на распределение ЗВ под действием восходящих потоков воздуха. Разработанные модель, алгоритмы, ее реализующие, построенный комплекс программ позволили выполнить численные эксперименты по моделированию распространения ЗВ в приземном слое атмосферы при наличии лесных массивов. Изучено влияние наличия растительности на распределение ЗВ под действием восходящих потоков воздуха: примеси под действием восходящих потоков воздуха поднимаются вверх в области лесных насаждений. Исследовано влияние ширины области лесных насаждений на поля скорости движения воздушной среды и концентрации примеси. Анализ результатов численных экспериментов позволяет сделать вывод, что на распределение ЗВ в многокомпонентной воздушной среде наиболее существенное влияние оказывает плотность растительности, незначительное влияние – ширина зоны лесных массивов.

Ключевые слова: многокомпонентная примесь, распространение загрязняющих веществ, численное моделирование

**PROBLEM SOLUTION OF POLLUTANTS' DISTRIBUTION IN THE ATMOSPHERE
UNDERGROUND LAYER BASED ON THE «CABARE» SCHEMES****¹Chistyakov A.E., ¹Belova Yu.V., ²Protsenko E.A., ²Yakovenko I.V.**¹*Don State Technical University, Rostov-on-Don, e-mail: cheese_05@mail.ru, yvbelova@yandex.ru;*²*Taganrog Institute named after A.P. Chekhov Rostov State Economic University (RINH), Taganrog,
e-mail: eapros@rambler.ru*

The growing anthropogenic load adversely affects the state of the air environment, which necessitates constant monitoring of air quality and the degree of impact on the state of the surface layer of the atmosphere. The aim of the work is to study the influence of forest plantations on the distribution of pollutants in the surface layer of the atmosphere. For the numerical modeling of the process of transferring air pollutants to air, a model was proposed that takes into account a variety of factors: the presence of forest plantations, the variability of pressure, density and temperature, the presence of a multicomponent impurity, etc. To approximate the convection operator in this paper, we construct a scheme obtained as a result of a linear combination of the central difference scheme and the «cabaret» scheme. The use of cabaret schemes allowed the development of a mathematical model that has the property of stability for a wider class of input parameters. The constructed algorithms are implemented in the form of a software package that allows to determine the influence of the presence of vegetation on the distribution of pollutants under the influence of ascending air currents. The developed model, the algorithms that implement it, and the complex of programs constructed allowed the numerical experiments to simulate the propagation of pollutants in the surface layer of the atmosphere in the presence of forest massifs. The influence of the presence of vegetation on the distribution of pollutants under the action of ascending air currents is studied: impurities under the influence of ascending air currents rise upwards in the area of forest plantations. The influence of the width of the forest plantations area on the air velocity and impurity concentration fields is studied. An analysis of the results of numerical experiments allows us to conclude that the distribution of pollutants in a multicomponent air environment is most significantly affected by the density of vegetation, and insignificantly influenced by the width of the zone of forest massifs.

Keywords: multicomponent admixture, distribution of pollutants, numerical modeling

Растущая антропогенная нагрузка отрицательно влияет на состояние приземного слоя атмосферы. В условиях современной действительности избежать поступления

загрязняющих веществ (ЗВ) в воздушную экосистему невозможно. В настоящее время проводится широкий круг теоретических исследований по загрязнению атмосферно-

го воздуха, основанных непосредственно на решении дифференциальных уравнений, задачи такого типа довольно сложные и с практической точки зрения очень значимы. В работах, посвященных данным проблемам, математическая постановка недостаточно универсальна.

Материалы и методы исследования

На перенос примесей в атмосфере оказывают значительное влияние ветровой режим и температурная стратификация приземного слоя атмосферы, а также метеорологические условия. Анализ и прогноз рассеивания ЗВ в атмосфере необходим для рационального размещения жилых районов и предприятий, производственные отходы которых влияют на здоровье и комфортные условия проживания. Задачи, посвященные анализу атмосферного воздуха, требуют большого объема исходных данных и сложных математических методов решения. В связи с ростом антропогенного воздействия на экосистемы актуальной задачей исследований является совершенствование математических моделей, предназначенных для оценки состояния воздушной среды. Эффективным путем решения указанной проблемы является математическое моделирование, позволяющее численно рассчитывать поля распространения ЗВ при различных ширине и плотности лесных массивов в приземном слое атмосферы. Использование комплекса взаимосвязанных математических моделей изменчивости газового и аэрозольного состава атмосферы дает возможность предсказать возможные перспективы развития эко-

системы и последствия при разработке проектов застройки, озеленения и т.д.

Значимыми факторами развития воздушных экосистем являются аэродинамические процессы, определяющие перенос ЗВ и перемешивание воздушной среды.

Математическая модель процесса распространения примеси, представленная в работах [1, 2], дает теоретическое его описание, учитывает ряд физических факторов, влияющих на перенос примеси, и позволяет предсказать его ход и последствия.

В представленной модели рассеяние примеси учитывает турбулентность, распространение тепла и влажности, наличие лесных массивов, данные дополнительные условия образуют систему и начинают воздействовать как единая совокупность. Разрабатываемые модели также учитывают наличие лесных насаждений. Использование схем «кабаре» позволило авторам настоящей работы разработать математическую модель, обладающую свойством устойчивости для более широкого класса задаваемых входных параметров [3].

Комплекс моделей, использованных для описания движения воздушной среды, и распространение в ней примеси, представлен на рис. 1. Исходные уравнения модели отражены в таблице.

В таблице φ_i – объемные доли i -й фаз: воздуха, воды в газообразном состоянии, газа на источнике, воды в жидком состоянии, сажи, v_j – проекции вектора скорости движения воздушной среды на оси Ox_j , $j = 1, 2, 3$; λ – коэффициент теплопроводности, R – универсальная газовая постоянная, T – температура газовой фазы, Q – тепловая энергия, μ – коэффициент турбулентной диффузии, ρ – плотность, M – молярная масса, I – функция-источник, P – давление [4].

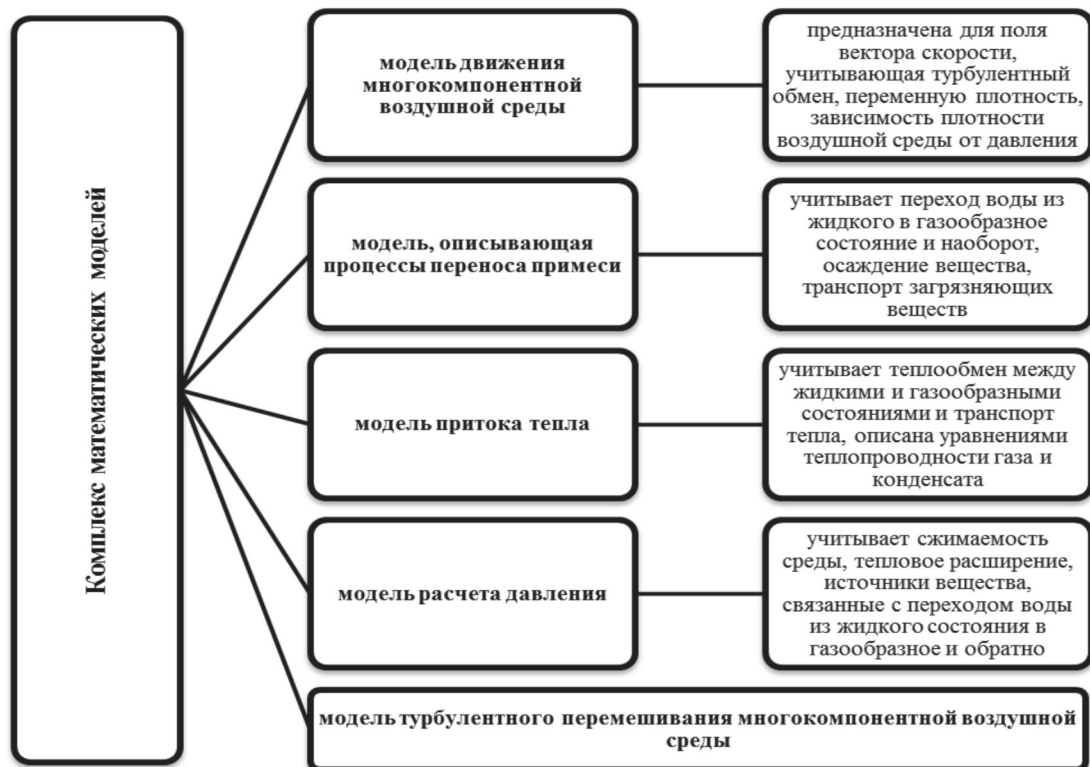


Рис. 1. Элементы комплекса взаимосвязанных моделей

Исходные уравнения модели

Уравнение движения (уравнение Навье – Стокса)	$\frac{dv_j}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_j} + \text{div}(\mu \text{grad}(v_j)) - g_i$
Уравнение неразрывности (транспорта вещества)	$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v}) = \text{div}(\mu \text{grad}(\rho)) + I_\rho$
Уравнение состояния (аналог уравнения Менделеева – Клапейрона)	$P = \sum_i \rho_i RT / M_i$
Уравнение транспорта примеси	$\frac{d\phi_i}{dt} = \text{div}(\mu \text{grad}(\phi_i)) + I_\phi$
Уравнение притока тепла	$\frac{dQ}{dt} = \text{div}(\mu \text{grad}(Q)) + \text{div}(\lambda \text{grad}(T)) + I_Q$
Уравнение модели турбулентности	$v_{SGS} = (C_s \Delta)^2 S$

Для аппроксимации разработанной модели использован разностный метод [5–6]. Сопоставление результатов моделирования с натурными данными показало, что погрешность расчетов для предложенной модели составляет 10–15 % [1].

В случае если число Пекле меньше двух, наиболее эффективными являются центрально-разностные схемы. При решении прикладных задач применение данных схем влечет за собой увеличение размеров сеток и, как следствие, существенный рост трудоемкости. Также для решения подобного класса задач можно внедрять в схемы диссипатив-

ные слагаемые, что влечет за собой существенное падение точности решения и данный подход крайне нежелателен. В качестве примера схемы, обладающей диссипативными членами, можно назвать схему «левый уголок». Для преодоления данных проблем была разработана схема «кабаре», которая обладает свойством устойчивости и недиссипативности. Для оператора конвекции использована схема, полученная в результате линейной комбинации центральной разностной схемы и схемы «кабаре».

Рассмотрим нестационарное уравнение конвекции-диффузии [6, 7]

$$\frac{\partial q}{\partial t} + u \frac{\partial q}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 q}{\partial x^2}, \quad (1)$$

где $t \in [0, T]$, $x \in [0, L]$, $q(0, x) = q^0(x)$, $q(t, 0) = q(t, L) = 0$, $u = \text{const}$.

Для аппроксимации оператора конвекции будем использовать схему, полученную в результате линейной комбинации центральной разностной схемы и схемы «кабаре»

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left(\frac{q_i^{n+1} - q_i^n}{\tau} + u \frac{q_{i+1}^n - q_{i-1}^n}{2h} - \mu \frac{q_{i+1}^n - 2q_i^n + q_{i-1}^n}{h^2} \right) \\ & + \frac{q_i^{n+1} - q_i^n}{2\tau} + \frac{q_{i-1}^n - q_{i-1}^{n-1}}{2\tau} + u \frac{q_i^n - q_{i-1}^n}{h} - \mu \frac{q_{i+1}^n - 2q_i^n + q_{i-1}^n}{h^2} = 0; \\ & \frac{q_i^{n+1} - q_i^n}{\tau} + \frac{q_{i-1}^n - q_{i-1}^{n-1}}{2\tau} + u \frac{q_{i+1}^n + 4q_i^n - 5q_{i-1}^n}{4h} - 3\mu \frac{q_{i+1}^n - 2q_i^n + q_{i-1}^n}{2h^2} = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

На рис. 2 представлены решения модельной задачи с начальными условиями $q^0(x) = h(20 - x)$, где $h(x)$ – функция Хэвисайда (1 – точное решение задачи переноса, 2 – численное решение на основе разностной схемы (2), 3 – численное решение задачи переноса на основе схемы «левый уголок»).

Рассмотрим двумерное уравнение конвекции-диффузии

$$\frac{\partial q}{\partial t} + u \frac{\partial q}{\partial x} + v \frac{\partial q}{\partial y} = \mu \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 q}{\partial y^2}, \quad (3)$$

где $t \in [0, T]$, $x \in [0, L_x]$, $y \in [0, L_y]$, $q(0, x, y) = q^0(x, y)$, $q(t, 0, y) = q(t, L_x, y) = 0$, $q(t, x, 0) = q(t, x, L_y) = 0$.

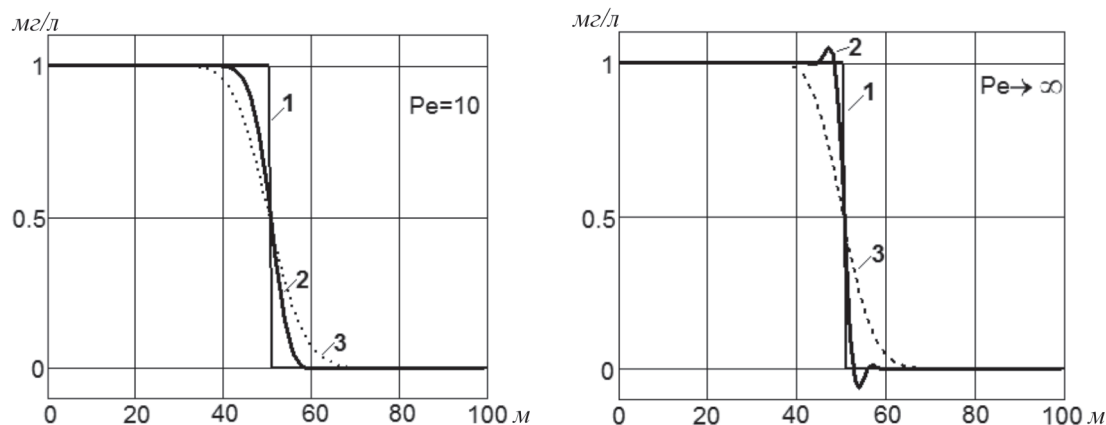


Рис. 2. Решения модельной задачи: 1 – точное решение задачи переноса; 2 – численное решение на основе предложенной разностной схемы при различных значениях чисел Пекле; 3 – численное решение задачи переноса на основе «против» потока

Покроем область определения равномерной расчетной сеткой

$$\omega = \omega_x \times \bar{\omega}_x \times \bar{\omega}_y,$$

где

$$\bar{\omega}_x = \{x_i | x_i = ih_x, i = 0, 1, \dots, N, Nh_x = L_x\}, \bar{\omega}_y = \{y_i | y_i = ih_y, i = 0, 1, \dots, N, Nh_y = L_y\},$$

$$\omega_\tau = \{t_j | j = 0, 1, \dots\}, \tau = t_{n+1} - t_n = const.$$

Схема (2) для уравнения (3) будет иметь вид

$$\begin{aligned} & \frac{q_{i,j}^{n+1/2} - q_{i,j}^n}{\tau} + \psi_{xL} \frac{q_{i-1,j}^{n-1/2} - q_{i-1,j}^{n-1}}{2\tau} + \psi_{xR} \frac{q_{i+1,j}^{n-1/2} - q_{i+1,j}^{n-1}}{2\tau} + \\ & + u \frac{q_{i+1,j}^n - q_{i-1,j}^n}{4h_x} + \psi_{xL} u \frac{q_{i,j}^n - q_{i-1,j}^n}{h_x} + \psi_{xR} u \frac{q_{i+1,j}^n - q_{i,j}^n}{h_x} = \frac{3}{2} \mu \frac{q_{i+1,j}^n - 2q_{i,j}^n + q_{i-1,j}^n}{h_x^2}; \\ & \frac{q_{i,j}^{n+1} - q_{i,j}^{n+1/2}}{\tau} + \psi_{yL} \frac{q_{i,j-1}^n - q_{i,j-1}^{n-1/2}}{2\tau} + \psi_{yR} \frac{q_{i,j+1}^n - q_{i,j+1}^{n-1/2}}{2\tau} + \\ & + v \frac{q_{i,j+1}^{n+1/2} - q_{i,j-1}^{n+1/2}}{4h_y} + \psi_{yL} v \frac{q_{i,j}^{n+1/2} - q_{i,j-1}^{n+1/2}}{h_y} + \psi_{yR} v \frac{q_{i,j+1}^{n+1/2} - q_{i,j}^{n+1/2}}{h_y} = \frac{3}{2} \mu \frac{q_{i,j+1}^{n+1/2} - 2q_{i,j}^{n+1/2} + q_{i,j-1}^{n+1/2}}{h_y^2}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\psi_{xL} = 1, \psi_{xR} = 0$ при $u > 0$ и $\psi_{xL} = 0, \psi_{xR} = 1$ при $u < 0$; $\psi_{yL} = 1, \psi_{yR} = 0$ при $v > 0$ и $\psi_{yL} = 0, \psi_{yR} = 1$ при $v < 0$.

Результаты исследования и их обсуждение

Разработанная модель, алгоритмы, ее реализующие, построенный комплекс программ позволили выполнить численные эксперименты по моделированию распространения ЗВ в приземном слое атмосферы при наличии лесных массивов. Изучено влияние наличия растительности на распределение ЗВ под действием восходящих потоков воздуха. Исходные данные: плотность воздушной среды $1,29 \text{ кг/м}^3$; плотность выброса $1,4 \text{ кг/м}^3$; температура окружающей среды 20°C ; температура выброса 120°C ;

скорость течения воздушной среды 1 м/с в направлении прибрежной зоны; удельная мощность выброса 5 л/с ; скорость движения воздушной среды на левой границе 1 м/с ; коэффициент проницаемости воздушной средой растительного покрова 50% ; высота растительного покрова 30 м , ширина области растительного покрова 50 м [5]. Палитрой показана концентрация примеси. Выполнены численные эксперименты по моделированию движения загрязняющих веществ при наличии лесных насаждений (рис. 2) и при их отсутствии (рис. 3). Область лесных насаждений обозначена прямоугольником.



Рис. 3. Поле концентраций примеси с учетом растительности



Рис. 4. Поле концентраций примеси

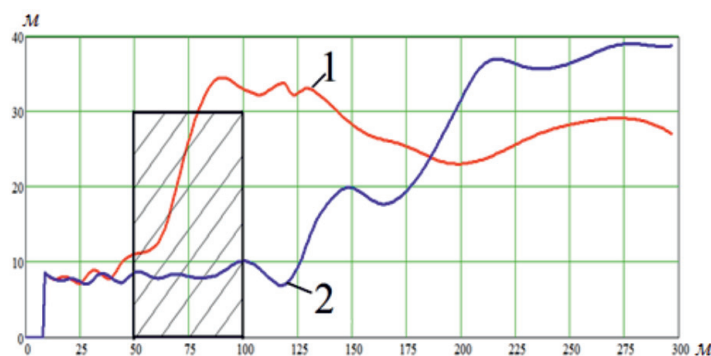


Рис. 5. Траектории распространения загрязняющих веществ

Градация цвета иллюстрирует концентрацию примеси. Анализ рис. 3 и 4 позволяет сделать вывод, что наличие лесных насаждений влияет на распределение загрязняющих веществ. Примеси под действием восходящих потоков воздуха поднимаются вверх в области лесных насаждений. На рис. 5 представлено движение воздушной среды в случае наличия лесных насаждений. Градацией цвета по-

казана интенсивность движения воздушной среды.

Рисунок иллюстрирует поле скорости движения воздушной среды в случае наличия лесных насаждений и вихревые структуры течения воздушной среды, расположенные за областью лесных насаждений по направлению движения ветра. Скорость движения воздушной среды усиливается в отдельных областях в три раза.

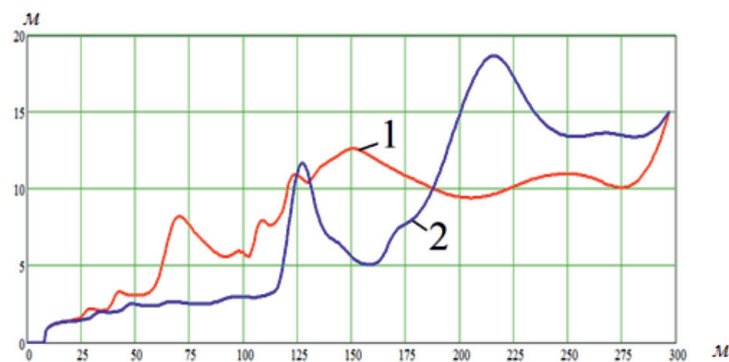


Рис. 6. Ширина трубок тока

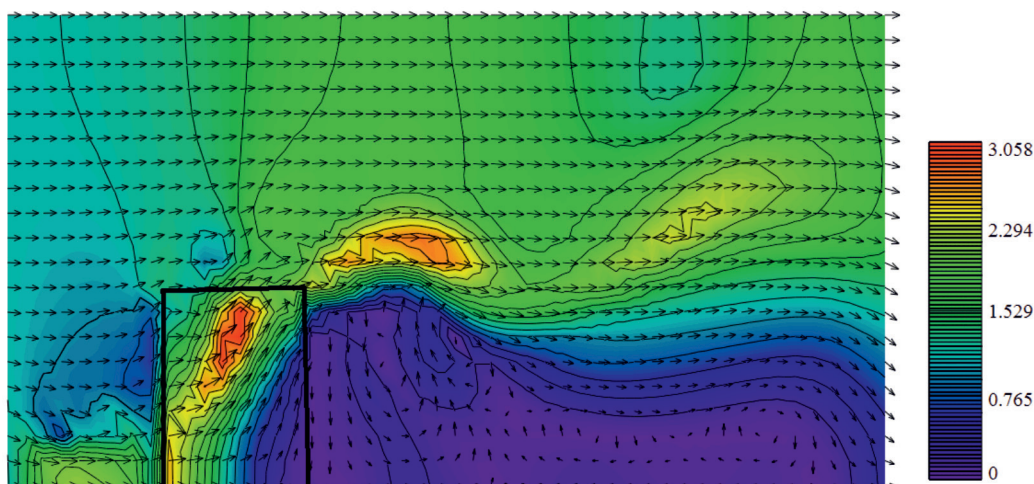


Рис. 7. Движения воздушной среды в случае наличия лесных насаждений

Рис. 5 демонстрирует уменьшение ширины трубки тока в области лесных насаждений. На рис. 6 представлено поле скорости движения воздушной среды в случае наличия лесных насаждений. Палитрой показана интенсивность движения воздушной среды.

Наличие лесных насаждений влияет на распределение загрязняющих веществ. Примеси под действием восходящих потоков воздуха поднимаются вверх в области лесных насаждений. На рис. 5 показаны траектории распространения загрязняющих веществ: 1 – наличие полупроницаемой области, 2 – отсутствие полупроницаемой области. На рис. 6 приведены зависимости ширины трубок тока, по которым распространяются загрязняющие вещества в случае наличия полупроницаемой области и ее отсутствия.

Рис. 7 иллюстрирует вихревые структуры течения воздушной среды, расположенные за областью лесных насаждений по направлению движения ветра. Скорость движения воздушной среды усиливается

в отдельных областях в три раза. Далее исследовалось влияние ширины области лесных насаждений на поля скорости движения воздушной среды и концентрации примеси.

Выводы

Предложенные методы математического моделирования движения воздушных потоков позволяют оценить влияние лесных насаждений на распространение ЗВ в приземном слое атмосферы и изменение коэффициента турбулентного обмена. Разработанная модель учитывает переход воды из жидкого в газообразное состояние, осаждение вещества, транспорт примеси и тепла, теплообмен между жидкими и газообразными состояниями.

Научная новизна представленных результатов состоит в том, что для аппроксимации оператора конвекции использована схема, полученная в результате линейной комбинации центральной разностной схемы и схемы «кабаре». Использование схем

«кабаре» позволяет повысить условия применимости разработанной модели. Построенные алгоритмы реализованы в виде программного комплекса, позволяющего определять влияние наличия растительности на распределение ЗВ под действием восходящих потоков воздуха. Разработанная модель, алгоритмы, ее реализующие, построенный комплекс программ позволили выполнить численные эксперименты по моделированию распространения ЗВ в приземном слое атмосферы при наличии лесных массивов. Преимущество модели движения воздушной среды – возможность учета влияния лесных массивов и турбулентного перемешивания в уравнении неразрывности среды.

Работа выполнена при поддержке РНФ (проект № 17-11-01286).

Список литературы

1. Сухинов А.И. Математическая модель распространения примеси в приземном слое атмосферы прибрежной зоны и ее программная реализация / А.И. Сухинов, Д.С. Хачунц, А.Е. Чистяков // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2015. – Т. 55, № 7. – С. 1238–1254.
2. Сухинов А.И. Задача движения многокомпонентной воздушной среды с учетом парообразования и конденсации / А.И. Сухинов, Д.С. Хачунц // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2013. – № 4 (141). – С. 81–86.
3. Головизнин В.М. Схема кабаре – алгоритм нового поколения в вычислительной гидродинамике // Современные проблемы математического моделирования, обработки изображений и параллельных вычислений 2017 (СПММО-ИИПВ-2017): труды Междунар. науч. конф. (пос. Дивноморское, 4–11 сентября 2017 г.) Том I; Донской гос. техн. ун-т. – Ростов-н/Д.: ООО «ДГТУ-Принт», 2017. – С. 113–121.
4. Хачунц Д.С. Математическое моделирование процессов переноса загрязняющих веществ в многокомпонентной воздушной среде в прибрежной зоне: автореф. дис. ... к.ф.-м.н.: 05.13.18. – Таганрог, 2013. – 20 с.
5. Проценко Е.А. Модель и алгоритмы решения задачи о транспорте наносов // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2009. – № 8 (97). – С. 71–75.
6. Чистяков А.Е. Разработка адаптивного метода минимальных поправок для решения системы сеточных уравнений с оператором специального вида / А.Е. Чистяков, А.И. Сухинов, И.Ю. Кузнецова, С.В. Проценко, И.В. Яковенко // Фундаментальные исследования. – 2016. – № 11–4. – С. 746–751.
7. Protsenko S., Sukhinova T. Mathematical modeling of wave processes and transport of bottom materials in coastal water areas taking into account coastal structures // MATEC Web Conf. Vol. 132, 2017 XIII International Scientific-Technical Conference «Dynamic of Technical Systems» (DTS-2017). DOI <https://doi.org/10.1051/mateconf/201713204002>.

References

1. Suhinov A.I. Matematicheskaja model rasprostraneniya primesi v prizemnom sloe atmosfery pribrezhnoj zony i ee programmaja realizacija / A.I. Suhinov, D.S. Hachunc, A.E. Chistjakov // Zhurnal vychislitelnoj matematiki i matematicheskoi fiziki. 2015. T. 55, no. 7. pp. 1238–1254.
2. Suhinov A.I. Zadacha dvizhenija mnogokomponentnoj vozduшной sredy s uchetoм paroobrazovaniya i kondensacii / A.I. Suhinov, D.S. Hachunc // Izvestija JuFU. Tehnicheskie nauki. 2013. no. 4 (141). pp. 81–86.
3. Goloviznin V.M. Shema kabare algoritm novogo pokolenija v vychislitelnoj gidrodinamike // Sovremennye problemy matematicheskogo modelirovaniya, obrabotki izobrazhenij i parallelnyh vychislenij 2017 (SPMMOIIPV-2017): trudy Mezhdunar. nauch. konf. (pos. Divnomorskoe, 4–11 sentjabrja 2017 g.) Tom I; Donskoj gos. tehn. un-t. Rostov-n/D.: OOO «DGTU-Print», 2017. pp. 113–121.
4. Hachunc D.S. Matematicheskoe modelirovanie processov perenosa zagriznjajushhih veshhestv v mnogokomponentnoj vozduшной srede v pribrezhnoj zone: avtoref. dis. ... k.f.-m.n.: 05.13.18. Taganrog, 2013. 20 p.
5. Procenko E.A. Model i algoritmy reshenija zadachi o transporte nanosov // Izvestija JuFU. Tehnicheskie nauki. 2009. no. 8 (97). pp. 71–75.
6. Chistjakov A.E. Razrabotka adaptivnogo metoda minimalnyh popravok dlja reshenija sistemy setochnykh uravnenij s operatorom specialnogo vida / A.E. Chistjakov, A.I. Suhinov, I.Ju. Kuznecova, S.V. Procenko, I.V. Jakovenko // Fundamentalnye issledovaniya. 2016. no. 11–4. pp. 746–751.
7. Protsenko S., Sukhinova T. Mathematical modeling of wave processes and transport of bottom materials in coastal water areas taking into account coastal structures // MATEC Web Conf. Vol. 132, 2017 XIII International Scientific-Technical Conference «Dynamic of Technical Systems» (DTS-2017). DOI <https://doi.org/10.1051/mateconf/201713204002>.