

УДК 621.644.07

**ТЕПЛОВОЙ РАСЧЕТ РЕЗЕРВУАРОВ НА МНОГОЛЕТНЕМЕРЗЛЫХ
ГРУНТАХ. ОПТИМИЗАЦИЯ МЕТОДИКИ ВЫБОРА РАЗМЕРОВ
РАСЧЕТНОЙ ОБЛАСТИ ДЛЯ СНИЖЕНИЯ КРАЕВЫХ ЭФФЕКТОВ****Марков Е.В., Пульников С.А.***ФГБОУ ВО «Тюменский государственный нефтегазовый университет»,
Тюмень, e-mail: markov.ev@mail.ru, spulnikov@mail.ru*

На сегодняшний день обеспечение устойчивости резервуаров в условиях многолетнемерзлых грунтов является актуальной задачей проектирования. Выбор конструкции фундамента резервуара должен подтверждаться тепловым расчетом, который обычно выполняется на ЭВМ с использованием численных методов решения дифференциального уравнения теплопроводности. Использование численных методов расчета сопровождается возникновением краевых эффектов, которые снижают точность. Показаны основные недостатки существующего подхода к определению размеров расчетной области, отвечающих необходимой точности решения. Предложены аналитические выражения оценки величины краевых эффектов. Эти выражения использованы при составлении номограмм и методики для определения оптимальной глубины расчетной области в зависимости от требуемой точности решения, предполагаемой глубины и радиуса ореола оттаивания. Получена формула для расчета оптимального радиуса массива грунта по известной глубине.

Ключевые слова: многолетнемерзлый грунт, резервуар, стационарное уравнение теплопроводности в цилиндрических координатах, уравнение Лапласа, граничные условия, краевые эффекты, ряды Фурье – Бесселя, функция Грина для полупространства в цилиндрической системе координат, оптимальный размер расчетной области

**TERMAL CALCULATION OF TANKS ON THE PERMAFROST.
OPTIMISATION OF THE COMPUTATIONAL DOMAIN SELECTION PROCESS
FOR FRINGE EFFECT REDUCTION****Markov E.V., Pulnikov S.A.***Tyumen State Oil and Gas University, Tyumen, e-mail: markov.ev@mail.ru, spulnikov@mail.ru*

Today the tank's stability on the permafrost is actual problem in designing. The choice of the foundation construction must be confirmed by thermal calculation, which are usually making on the computer and with using of numerical methods to find the solution of heat transfer differential equation. Using of the numerical methods is accompanied by fringe effects, which reduce the accuracy. The main limitation of current approach for finding the size of the computational domain for necessary accuracy has been shown. Analytical expression for estimation of the fringe effects has been proposed. This expression has been used for creating new nomograms and method for finding the optimal depth of computational domain depending on necessary accuracy, estimated depth and radius of thawing halo. The expression for the calculation optimal computational domain radius has been found.

Keywords: permafrost, tank, stationary heat transfer equation in cylindrical coordinate system, Laplace's equation, boundary condition, fringe effect, Fourier – Bessel series, Green's function for half-space in cylindrical coordinate system, optimal size of the computational domain

Резервуарный парк является одним из наиболее ответственных объектов в нефтяной отрасли. Обеспечение устойчивости и безаварийной эксплуатации в условиях многолетнемерзлых грунтов (ММГ) часто осложняется необходимостью хранения продуктов при положительной температуре. Техногенное тепловое воздействие приводит к оттаиванию ММГ в основании и развитию неравномерных осадок. В подобных условиях особенно актуален вопрос о повышении достоверности прогнозных тепловых расчетов ореолов оттаивания ММГ, т.к. именно тепловой расчет является определяющим в выборе конструкции фундамента резервуара.

На сегодняшний день задача прогнозирования глубины ореолов оттаивания

решается численными методами [1, 3–5, 7–14]. Однако время решения таких задач нелинейно зависит от точности решения (кубическая зависимость для двумерных задач и 4-я степень для трехмерных при использовании явных схем метода конечных разностей). К тому же численные методы не позволяют учитывать неограниченность размеров грунтового массива в основании резервуара в связи с математическими ограничениями. Последнее обстоятельство приводит к появлению краевых эффектов, которые искажают расчетное температурное поле вблизи границ расчетной области (под расчетной областью будем понимать грунтовой массив, в котором ощущается тепловое влияние резервуара). Это заставляет выбирать размер расчетной области

настолько большим, чтобы величина краевых эффектов была меньше предельно допустимой погрешности расчета. Процесс поиска подходящего размера расчетной области состоит из этапов по последовательному его увеличению. Если на очередном этапе по увеличению размера расчетной области температура перестала изменяться на величину большую, чем предельно допустимая погрешность, значит, искомый размер расчетной области найден, а краевые эффекты достаточно малы. Описанный процесс имеет ряд существенных недостатков:

1. Требуются значительные временные затраты, возрастающие на каждом этапе.

2. Поиск размера массива грунта указанным путем в условиях дефицита времени может привести к выбору неоптимальных его геометрических параметров (под оптимальным размером массива грунта здесь и далее будем понимать такой размер, который обеспечивает заданную точность решения при наименьшей площади).

Данная статья посвящена совершенствованию методики поиска оптимального размера массива грунта. Приведенная ниже методика позволяет найти оптимальный размер массива грунта исходя из необходимой точности решения.

Наиболее простым способом определения величины краевых эффектов является сравнение двух решений для одной задачи. В одном из решений краевые эффекты присутствуют, а в другом отсутствуют.

Сначала найдем решение задачи, в которой краевые эффекты присутствуют. Расчетная схема приведена на рис. 1.

В общем случае процесс изменения температурного режима основания и образования ореолов оттаивания является нестационарным. Однако наибольшее тепловое влияние на ММГ достигается в конце срока службы резервуара. К этому времени температурный режим основания стабилизируется, а краевые эффекты достигают максимального значения. Это позволяет решать задачу об определении

краевых эффектов в стационарной постановке на основании линейного дифференциального уравнения теплопроводности в цилиндрической системе координат (уравнение Лапласа):

$$\frac{d^2 V}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} + \frac{d^2 V}{dz^2} = 0. \quad (1)$$

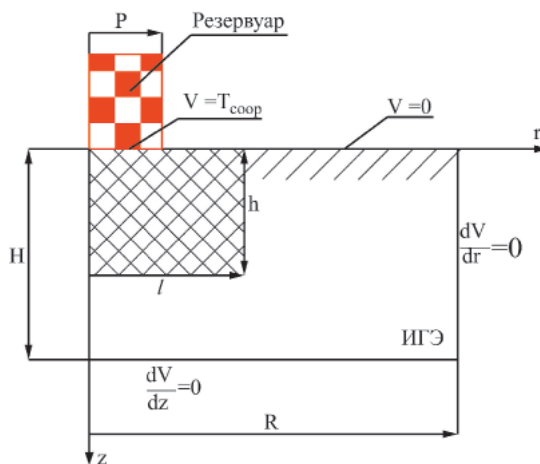


Рис. 1. Расчетная схема для определения температуры под резервуаром:

$T_{сооп}$ – температура на границе контакта резервуар-грунт, °C;

P – радиус резервуара, м;

H – глубина моделируемого массива грунта, м;

R – радиус моделируемого массива грунта, м;

h – предполагаемая глубина ореола оттаивания;

l – предполагаемый радиус ореола оттаивания;

ИГЭ – инженерно-геологический элемент

Граничные условия для расчетной схемы на рис. 1:

$$\left. \frac{dV}{dz} \right|_{z=H} = 0; \quad (2)$$

$$\left. \frac{dV}{dr} \right|_{r=R} = 0; \quad (3)$$

$$V = \begin{cases} T_{сооп}, & r < P; \\ 0, & r > P. \end{cases} \quad (4)$$

Решение для рассматриваемого случая хорошо известно. Оно представляет собой ряд Фурье – Бесселя [6]:

$$V_1 = T_{сооп} \frac{P^2}{R^2} + \sum_{n=1}^{\infty} T_{сооп} \frac{2PJ_1(a_n^1 P/R) J_0(a_n^1 r/R) \cosh(a_n^1 (H-z)/R)}{a_n^1 R (J_0(a_n^1))^2 \cosh(a_n^1 H/R)}, \quad (5)$$

где $J_v(x)$ – функция Бесселя первого рода, v -го порядка, вещественного аргумента; a_n^v – n -й положительный корень функции Бесселя первого рода, v -го порядка, вещественного аргумента.

Мы получили выражение (5)–(6), для температуры в ограниченном цилиндрическом массиве грунта с теплым резервуаром на поверхности. Теперь необходимо решить ту же задачу для неограниченного массива грунта $R \rightarrow \infty$, $H \rightarrow \infty$, т.е. для случая с отсутствием краевых эффектов. Для этого применим теорию функций Грина для полупространства $z > 0$ в цилиндрической системе координат [2] с учетом аксиальной симметрии задачи и граничного условия (4):

$$V_2 = T_{coop} \frac{z}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi_0 \int_0^P \frac{r_0}{(r_0^2 + r^2 - 2 \cdot r \cdot r_0 \cdot \cos(\varphi_0) + z^2)^{3/2}} dr_0. \quad (6)$$

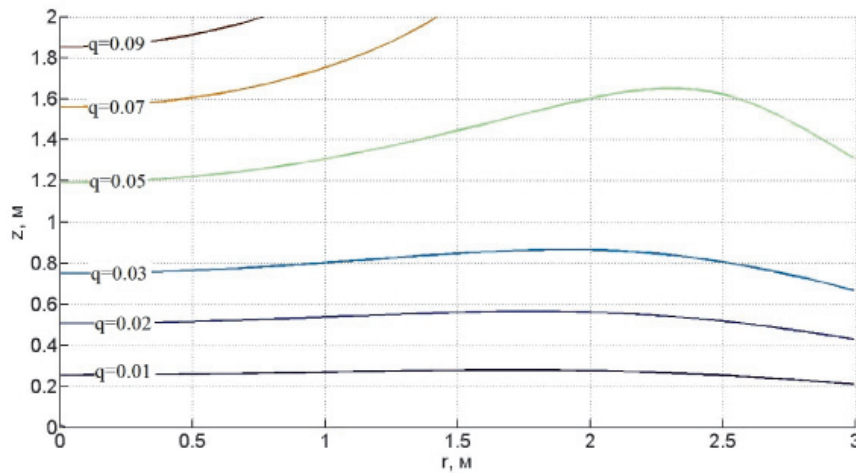


Рис. 2. Изолинии величины ΔW . Расчет выполнен для случая $H = 2$ м, $R = 3$ м, $P = 1$ м

Теперь, когда известны формулы, определяющие распределение температур как для случая с краевыми эффектами (5), так и без них (6), можно рассчитать их приведенную разницу, которая и будет представлять приведенную величину краевых эффектов:

$$\Delta W = |V_2 - V_1| / T_{coop}. \quad (7)$$

На рис. 2 изображен график приведенной величины краевых эффектов, рассчитанный по формулам (5)–(7).

Из графика видна характерная особенность краевых эффектов – на поверхности они отсутствуют, т.к. граничные условия первого рода (4) – совпадают. При увеличении глубины краевые эффекты монотонно увеличиваются, достигая максимального значения на максимальной глубине. А значит, при вычислении краевых эффектов достаточно проверять отклонения на нижней границе.

С использованием формул (5)–(7) были составлены номограммы и методика, которые позволяют найти оптимальный размер расчетной области, исходя из требуемой точности расчета и предполагаемой глубины ореолов оттаивания. Далее приведена последовательность действия читателя при использовании предлагаемой методики:

1. Сбор исходных данных:

ΔT_{max} – необходимая точность решения, °С;

ΔT_{coop} – модуль разности температуры сооружения и температуры грунта на глубине нулевых годовых амплитуд, °С;

h_{max} – максимальная глубина, на которой необходимо обеспечить заданную точность решения ΔT_{max} (соответствует предполагаемой глубине ореола оттаивания), м;

l_{max} – максимальный радиус, на котором необходимо обеспечить заданную точность решения ΔT_{max} (соответствует предполагаемому радиусу ореола оттаивания), м;

P – радиус резервуара, м.

2. Расчет безразмерных величин:

$q = \frac{\Delta T_{max}}{T_{coop}}$ – приведенная точность расчета;

$h = \frac{h_{max}}{P}$ – приведенная максимальная глубина, на которой необходимо обеспечить заданную точность решения q .

$l = \frac{l_{max}}{P}$ – приведенный максимальный радиус, на котором необходимо обеспечить заданную точность решения q .

3. Нахождение безразмерной минимальной глубины массива грунта H : используя

номограммы (рис. 3–5), необходимо найти величины h , l и q . Откладывая перпендикуляр от оси h вертикально вверх, необходимо найти точку пересечения с изолинией q . От найденной точки откладывается перпендикуляр влево до пересечения с осью $\ln H$.

4. Расчет абсолютной глубины массива грунта:

$H_{\text{абс}} = P \cdot H$ – минимальная глубина массива грунта, которая обеспечит заданную точность решения ΔT_{max} , м.

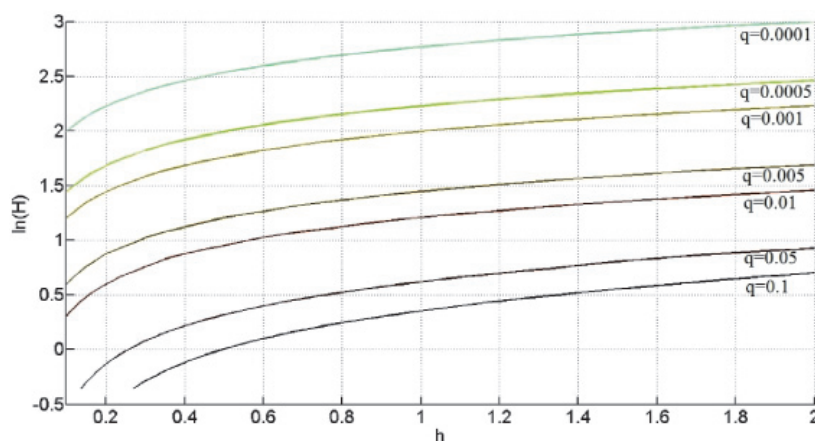


Рис. 3. Номограмма для определения оптимальной глубины расчетной области H для случая $h \in [0, 1; 2]$, $l = 1$

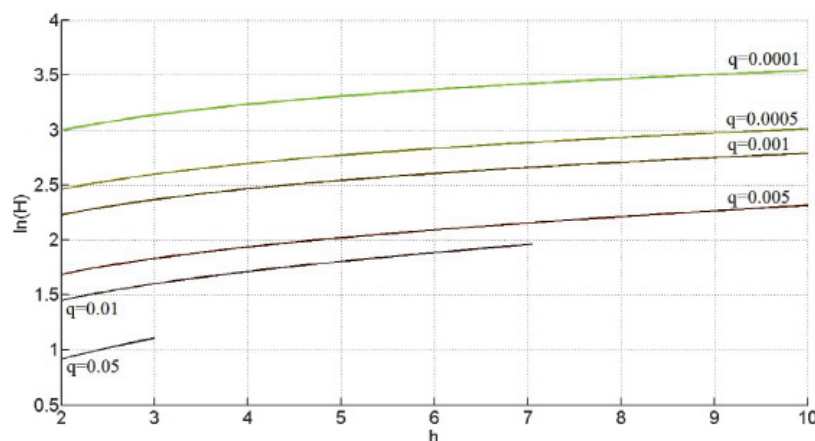


Рис. 4. Номограмма для определения оптимальной глубины расчетной области H для случая $h \in [2; 10]$, $l = 1$

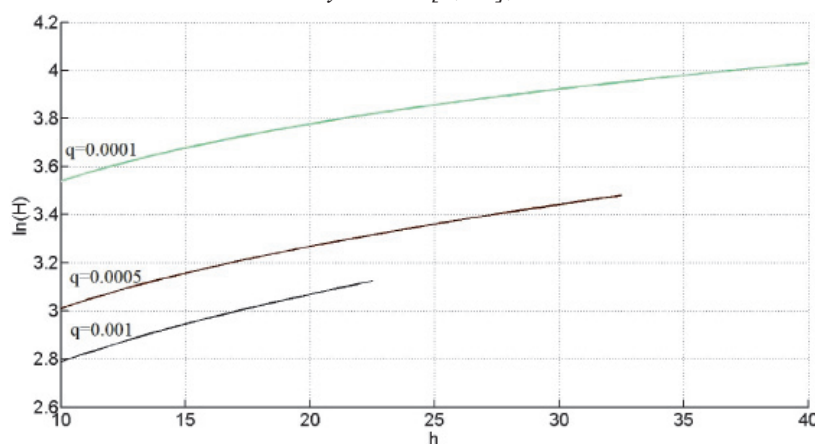


Рис. 5. Номограмма для определения оптимальной глубины расчетной области H для случая $h \in [10; 40]$, $l = 1$

5. Определение оптимального радиуса массива грунта:

$$L_{abc} = P \cdot H \cdot \left(1,15 \cdot \left(\frac{0,6714}{H} \right)^{1,75} + 1,3266 \right). \quad (8)$$

Формула (8) позволяет найти оптимальный радиус массива грунта. Она действительна в диапазоне $H \in [0,7; +\infty]$.

Выводы

Найдены аналитические выражения для распределения температуры под резервуаром в однородном ограниченном и неограниченном массивах грунта с учетом аксиальной симметрии. Рассчитаны величины краевых эффектов, по которым составлены номограммы и методика для определения оптимальной глубины расчетной области в зависимости от требуемой точности решения и предполагаемой глубины и радиуса ореола оттаивания. Получена формула для расчета оптимального радиуса массива грунта по известной глубине.

Список литературы

1. Алескерова З.Ш., Пульников С.А., Сысоев Ю.С., Казакова Н.В. Оценка эффективности геотехнического мониторинга магистральных газопроводов по качеству продуцируемой информации // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2015. – № 3. – С. 81–86.
2. Араманович И.Г., Левин В.И. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1969.
3. Вагнер В.В., Пульников С.А., Кушнир С.Я. Распределение стрелы прогиба арочного выброса по длине подземного газопровода // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2008. – № 4. – С. 101–105.
4. Горковенко А.И., Вагнер В.В., Пульников С.А. Результаты исследований взаимодействий вибронгруженных магистральных подземных газопроводов с окружающими грунтами // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2007. – № 4. – С. 73–77.
5. Карнаухов М.Ю., Лазарев С.А., Пульников С.А., Сысоев Ю.С. Исследование процесса формирования эксплуатационного положения протяженных участков МГ Уренгой – Челябинск в сложных гидрогеологических условиях // Газовая промышленность. – 2015. – № S724 (724). – С. 53–58.
6. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. – М.: Наука, 1964.
7. Кушнир С.Я., Пульников С.А., Малюшин Н.А., Сенев Д.М. Пространственная устойчивость подземных магистральных трубопроводов // Проблемы сбора, подготовки и транспорта нефти и нефтепродуктов. – 2012. – № 1. – С. 51–56.
8. Кушнир С.Я., Пульников С.А., Серебренников А.А., Сенев Д.М. Устойчивость призм обвалования подземных магистральных нефтегазопроводов // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2010. – № 4. – С. 65–70.
9. Кушнир С.Я., Пульников С.А., Сысоев Ю.С., Карнаухов М.Ю. Аналитическая задача определения удлинения газопровода в области аркообразования // Проблемы сбора, подготовки и транспорта нефти и нефтепродуктов. – 2011. – № 4. – С. 74–80.
10. Марков Е.В., Пульников С.А., Гербер А.Д. Проблема задания граничных условий при моделировании теплового взаимодействия «горячих» трубопроводов с многолетнемерзлыми грунтами // Фундаментальные исследования. – 2015. – № 2–10. – С. 2106–2110.
11. Марков Е.В., Пульников С.А., Гербер А.Д. Расчет температурного режима многолетнемерзлых грунтов с учетом радиационного излучения в инфракрасной области спектра и термического сопротивления снежного покрова // Фундаментальные исследования. – 2015. – № 11–1. – С. 100–104.
12. Марков Е.В., Пульников С.А., Казакова Н.В. Особенности задания граничных условий третьего рода на поверхности многолетнемерзлого грунта при моделировании его теплового взаимодействия с «горячим» трубопроводом в программе comsol multiphysics 4.3b // Фундаментальные исследования. – 2015. – № 11–2. – С. 287–291.
13. Марков Е.В., Пульников С.А., Сысоев Ю.С. Анализ типовых методик расчета глубины протаивания вечноммерзлых грунтов под трубопроводами // Современные проблемы науки и образования. – 2015. – № 1. – С. 142.
14. Пульников С.А., Сысоев Ю.С., Лазарев С.А. Влияние теплового режима подземного магистрального газопровода на его пространственные деформации в сложных геологических условиях // Нефть и газ западной Сибири: материалы Международной научно-технической конференции, посвященной 50-летию Тюменского индустриального института. – 2013. – С. 52–56.