

УДК 551.465

**ФОРМИРОВАНИЕ ВЕРТИКАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ ВЕРХНЕГО СЛОЯ ОКЕАНА ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ УРАГАНА**

**Ксенофонов А.С., Москаленко Л.А.**

*ФГБОУ ВО «Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова»,  
Нальчик, e-mail: a\_ksenofontov@mail.ru*

Ураганы приносят неисчислимый моральный и огромный материальный ущерб. В работе рассмотрены вопросы моделирования реакции верхнего слоя океана на прохождение тропического циклона на примере урагана Элоиза. Для этих целей используется система нелинейных одномерных дифференциальных уравнений гидродинамики без учета адвекции и горизонтального турбулентного обмена. Модель замкнута оригинальной полуэмпирической гипотезой для масштаба турбулентности. Задача решена численно конечно-разностными методами. Полученные численные схемы абсолютно устойчивы и имеют второй порядок аппроксимации. Выполненная работа позволяет глубже изучить закономерности формирования и эволюции вертикальной термогидродинамической структуры океана в тропической зоне и указывает на возможность использования предлагаемой модели в ходе таких исследований. Результаты работы будут полезны специалистам по природопользованию, охране окружающей среды, судовождению.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, численные методы, верхний слой океана, масштаб турбулентности, воздействие урагана

**FORMATION VERTICAL STRUCTURE OF THE UPPER OCEAN UNDER THE INFLUENCE OF HURRICANE**

**Ksenofontov A.S., Moskalenko L.A.**

*Federal State Educational Institution of Higher Education «Kabardino-Balkarian State University named after Berbekov», Nalchik, e-mail: a\_ksenofontov@mail.ru*

Hurricanes bring incalculable moral and enormous material damage. The paper deals with the modeling of the upper ocean response to the passage of a tropical cyclone in the example of Hurricane Eloise. For these purposes the system of one-dimensional non-linear differential equations of hydrodynamics excluding advection and vertical turbulent exchange. Model closed original semi-empirical hypothesis for turbulence scale. The problem is solved numerically by finite difference methods. The numerical scheme is absolutely stable and have a second-order approximation. My work allows you to further explore the regularities of the formation and evolution of thermohydrodynamic vertical structure of the ocean in the tropical zone, and point to the possibility of using the proposed model in this research. The results will be useful for specialists in environmental management, environmental protection, navigation.

**Keywords:** mathematical modeling, numerical methods, the upper layer of the ocean, the scale of turbulence, the effects of the hurricane

Неисчислимый моральный и огромный материальный ущерб приносят ураганы. Особенно в прибрежных районах тропического и субтропического пояса. Тропические ураганы и циклоны (ТЦ) зарождаются в открытом океане. В зоне своего влияния они кардинально трансформируют структуру верхнего слоя океана. В свою очередь, температура поверхности воды и теплозапас верхнего слоя определяют мощность и траекторию движения ТЦ.

Разработанная в [2, 4] модель используется для изучения формирования вертикальной термогидродинамической структуры верхнего слоя океана в районе буя ЕВ-10 во время прохождения урагана Элоиза 21–27 сентября 1975 года [5]. Модель описывает изменения вертикального распределения средних значений характеристик стратифицированной среды и параметров мелкомасштабной турбулентности в приближении

горизонтальной однородности нелинейной системой одномерных дифференциальных уравнений гидродинамики, записанных без учета адвекции и горизонтального турбулентного обмена в виде

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( K_u \frac{\partial u}{\partial z} \right) + fv; \tag{1}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( K_u \frac{\partial v}{\partial z} \right) - fu; \tag{2}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( K_p \frac{\partial \rho}{\partial z} \right); \tag{3}$$

$$\frac{\partial b}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( K_b \frac{\partial b}{\partial z} \right) + K_u \psi^2 (1 - Rf) - \varepsilon; \tag{4}$$

$$K_u = \ell \sqrt{b} \cdot \overline{C_5} \frac{1 + \overline{C_3} C_\phi Ri}{\left[ 1 + \overline{C_2} C_\phi Ri \right] \left[ 1 + \overline{C_4} C_\phi Ri \right]}; \tag{5}$$

$$K_p = \ell \sqrt{b} \frac{\overline{C_1}}{1 + C_2 C_\varphi Ri}; \quad (6)$$

$$\ell = \min(\ell_{st}, \ell_{unst}); \quad (7)$$

$$\ell_{st} = \frac{c_1}{1 + \sqrt{Ri/Ri_c}} \sqrt{\frac{b}{Sh^2}};$$

$$\ell_{unst} = c_1 \int_0^{h(t)} \sqrt{bz} dz / \int_0^{h(t)} \sqrt{b} dz; \quad (8)$$

$$\varepsilon = b^{3/2} / \ell_t. \quad (9)$$

Здесь  $u, v$  – компоненты вектора скорости течения;  $\rho$  – плотность, как функция температуры и солёности морской воды;  $b$  – энергия турбулентности;  $\varepsilon$  – скорость вязкой диссипации;  $t$  – время;  $z$  – вертикальная координата, направленная от поверхности вглубь океана.  $Ri$  – градиентное число Ричардсона  $Ri = N^2 / \psi^2$ , где  $N^2$  – частота Вайясяля – Брента  $N^2 = g \rho_o (\partial \rho / \partial z)$ ;  $\psi^2$  – квадрат вертикального сдвига скорости  $\psi^2 = [(\partial u / \partial z)^2 + (\partial v / \partial z)^2]$ .

В уравнение (7) входит масштаб турбулентности  $\ell$ , который определен по комбинированной гипотезе (8) [2]. Скорость вязкой диссипации (9) определяется из гипотезы Колмогорова.

При моделировании турбулентных слоев трения особенно важно правильное и по возможности полное описание процессов вертикального турбулентного обмена с учетом стратификации морской воды, поскольку он является одним из основных механизмов быстрой перестройки верхнего слоя океана во время прохождения шторма. Выражения для вторых моментов компонентов скорости и плотности, выписанные в локально-равновесном приближении стратифицированного горизонтально-однородного течения (2), представляют собой гипотезу Буссинеска и в соответствии с К-замыканиями позволяют определить коэффициенты вертикального турбулентного обмена  $K_u$  и  $K_p$  в виде (5, 6). Для коэффициента турбулентного обмена  $K_b$  примем  $K_b = c_b K_u$ . Из-за отсутствия данных наблюдений считаем, что  $c_b = 0,73$ .

Краевая задача решается при следующих начальных и граничных условиях:

$$t = 0; u = u^o(z); v = v^o(z);$$

$$\rho = \rho^o(z); b = b^o(z);$$

$$z = 0; K_u \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{\tau_x}{\rho_o}; K_u \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{\tau_y}{\rho_o};$$

$$K_p \frac{\partial \rho}{\partial z} = -g \left( \frac{\beta_s}{\rho_o} P_s - \frac{\beta_T}{\rho_o c_{po}} P_T \right); K_b \frac{\partial b}{\partial z} = -P_b;$$

$$z = H; u = v = 0;$$

$$\partial \rho / \partial z = 0; \partial b / \partial z = 0. \quad (10)$$

Здесь  $\tau_x, \tau_y$  – составляющие касательного напряжения ветра на верхней границе водоема;  $P_T, P_s, P_b$  – потоки тепла, соли и энергии турбулентности из атмосферы в водную среду;  $\rho_o, c_{po}$  – характерное значение плотности и удельная теплоемкость жидкой среды;  $\beta_T, \beta_s$  – коэффициенты термического расширения и солёностного сжатия морской воды,  $H$  – глубина водоема. Для решения нестационарной задачи все потоки на верхней границе рассчитываются по стандартным методикам, приведенным в работе [1].

В силу нелинейности задача (1)–(4) с замыканиями (5)–(9) и краевыми условиями (10) решается численно конечно-разностными методами, для которых пока не существует общей теории сходимости приближенного решения к точному. Это требование удовлетворяется при использовании абсолютно устойчивых консервативных численных схем с высоким порядком аппроксимации производных по пространственной координате и времени.

Уравнения для плотности  $\rho$  и составляющих вектора скорости течения  $u, v$  рассчитывались хорошо зарекомендовавшим себя способом прогонки [3]. Сведение исходных уравнений к трехточечной схеме осуществляется бокс-методом, позволяющим искать решение в классе разрывных и высокоградиентных функций. Нелинейность диффузионных слагаемых из-за переменных коэффициентов вертикального турбулентного обмена вынуждает проводить их квазилинеаризацию путем явного задания значений коэффициентов из предыдущего шага. Возникающие вследствие этого погрешности численного решения могут быть компенсированы итерационным установлением с заданной точностью по всем коэффициентам вертикального турбулентного обмена.

Для интегрирования уравнений по времени используется схема второго порядка точности Кранка – Николсона:

$$\frac{\varphi^{j+1} - \varphi^j}{2\tau} + A \varphi^{j+1/2} = F^{j+1/2};$$

$$\varphi^{j+1/2} = 0,5(\varphi^j + \varphi^{j+1}), \quad (11)$$

где  $\varphi = \{u, v, \rho\}$  – искомая функция;

$A = \frac{\partial}{\partial z} \left( K^j \frac{\partial}{\partial z} \right)$  – конечно-разностный оператор

диффузии;  $2\tau$  – шаг по времени,  $j = 1, \dots, J$  – индекс аппроксимации по времени;  $F$  – правая часть конечно-разностного аналога.

После аппроксимации (11) по пространственной координате бокс-методом для функции  $\varphi_k$ , определенной в узлах сдвинутой сетки, получим трехточечное выражение

$$\left(\frac{K_{i+1}^j}{h_{i+1}h_k}\right)\varphi_{k+1}^{j+1/2} - \left(\frac{K_{i+1}^j}{h_{i+1}h_k} + \frac{K_i^j}{h_ih_k} + \frac{1}{\tau}\right)\varphi_k^{j+1/2} + \left(\frac{K_i^j}{h_ih_k}\right)\varphi_{k-1}^{j+1/2} = -\left(\frac{\varphi_k^j}{\tau} + F_k^j\right). \quad (12)$$

Коэффициенты трехточечной схемы равны

$$A_k = \left(\frac{K_{i+1}^j}{h_{i+1}h_k}\right); \quad B_k = \left(\frac{K_{i+1}^j}{h_{i+1}h_k} + \frac{K_i^j}{h_ih_k} + \frac{1}{\tau}\right); \\ C_k = \left(\frac{K_i^j}{h_ih_k}\right); \quad F_k = \left(\frac{\varphi_k^j}{\tau} + F_k^j\right). \quad (13)$$

Исходя из тех же принципов разработки конечно-разностных аналогов аппроксимируем уравнение баланса энергии турбулентности (4).

$$A_i = c_b \frac{K_{i+1} + K_i}{2h_{i+1}h_k}; \quad C_i = c_b \frac{K_i + K_{i-1}}{2h_ih_k}; \\ B_i = A_i + C_i + \frac{1}{\tau} + \left(\frac{\varepsilon}{b}\right)_i + \left(\frac{K_T(|N^2| + N^2)}{b \cdot 2}\right)_i^j; \\ F_i = \left(\frac{b}{\tau} + K_u \psi^2 + K_T \frac{(|N^2| - N^2)}{2}\right)_i^j. \quad (14)$$

Конечно-разностная задача (11)–(14) решается методом прогонки. При этом по рекуррентным формулам

$$\alpha_k = \frac{A_k}{B_k - C_k \alpha_{k-1}}; \\ \beta_k = \frac{\beta_{k-1} C_k + F_k}{B_k - C_k \alpha_{k-1}}, \quad k = 2, 3, \dots, N-2; \quad (15) \\ \alpha_1 = \frac{A_1}{B_1}; \quad \beta_1 = \frac{F_1}{B_1}, \quad k = 1 \quad (16)$$

находятся коэффициенты  $\alpha_k, \beta_k$ , а обратной прогонкой рассчитываются значения  $\varphi_k^{j+1/2}$ :

$$\varphi_k^{j+1/2} = \alpha_k \varphi_{k+1}^{j+1/2} + \beta_k. \quad (17)$$

Краевые условия на одной из границ задаются в виде потока  $P_\varphi$  для физической величины  $\varphi$ . Все потоки рассчитываются с дискретностью стандартных наблюдений метеоряда с шагом 1 или 3 часа, что создает затруднения при обеспечении краевых условий необходимыми потоками с регулярностью несколько секунд в соответствии с установленным временным шагом  $\tau$  решения задачи. Это достигается интерполяцией данных метеонаблюдений в требуемые моменты времени. При вычислениях используется линейная интерполяция и интерполяция сплайнами.

Анализ теплового баланса показывает, что с 21 по 27 сентября общие потери тепла океаном составили значительную величину 13440 Дж·см<sup>-2</sup>. Столь большое выхолаживание произошло за счет интенсивного испарения с поверхности океана первоначально под действием ураганного ветра, а впоследствии за счет вторжения в след урагана холодного сухого воздуха с северо-запада. Потери тепла максимальны в период сильных ветров и составляют 297 Дж·см<sup>-2</sup>·сут<sup>-1</sup>. До прохождения ТЦ (0–36 ч) скорость ветра в среднем была 10 м/с. Во время урагана (36–60 ч) ветер усилился до 35 м/с и сменил направление на противоположное. К концу третьих суток установившаяся скорость ветра равнялась 8 м/с (72–120 ч). Такие изменения внешних условий привели к перестройке термической структуры ВСО (рис. 1).

За первые 36 часов толщина изотермического слоя увеличилась на 5 м, а температура понизилась на 0,25°С. В последующие сутки толщина квазиоднородного слоя составила 55 м, то есть возросла вдвое при понижении температуры на 1,3°С (рис. 2).

После прохождения урагана температура продолжала незначительно падать (0,1°С/сут) и нижняя граница термической однородности зафиксировалась на глубине 53 м. Сформировавшийся под воздействием урагана слой скачка температуры составляет 2,5°С и носит ярко выраженный характер. Ослабление ветра, сопровождавшееся прогревом, привело к заметному размыванию слоя скачка (рис. 1).

После прохождения ТЦ в часы прогрева на фоне сложившейся термической структуры зафиксировано появление мелких, толщиной 15–20 м, новых термических образований с температурой примерно на 0,2°С выше фоновой, которые легко разрушались в ночное время. Сравнение рассчитанного и наблюдаемого ходов температуры (рис. 2)

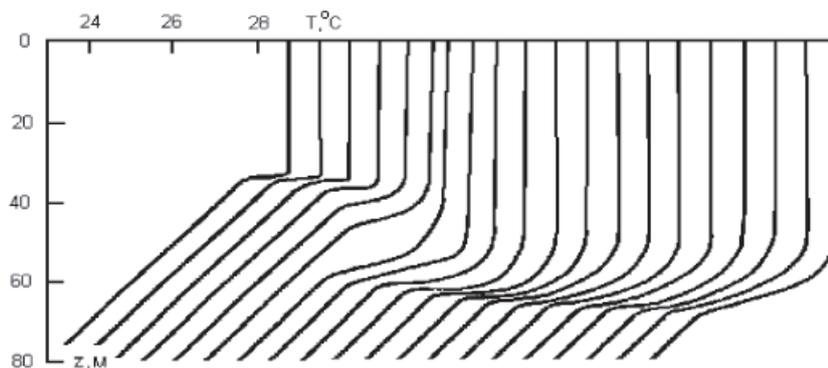


Рис. 1. Эволюция вертикальной термической структуры за период с 8 час 22.09.75 по 8 час 25.09.75 с интервалом 4 часа

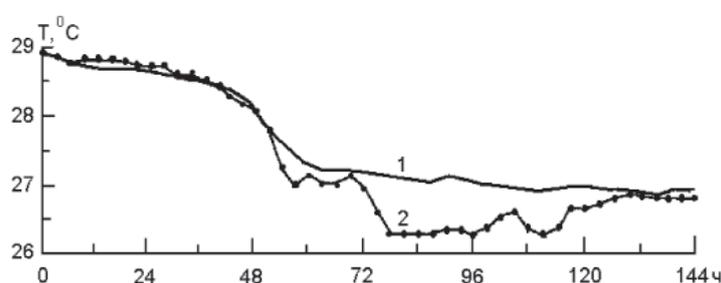


Рис. 2. Расчетная (1) и наблюдаемая (2) температура поверхности океана

показывает их хорошую согласованность в течение первых 8 часов после начала урагана. Примерно в это же время возникает не учтенный в модели апвеллинг, который дополнительно понижает температуру реального океана. Этим объясняется различие поведения теоретической и эмпирической кривых в период с 54 до 72 час от начала расчета. В дальнейшем не учтенные в модели механизмы адвективного переноса усиливались и привели к еще большему рассогласованию сравниваемых температур.

Одновременно с термической произошла резкая динамическая перестройка водных масс. Если первоначально дрейфовое течение охватывало слой толщиной 35 м и представляло собой четко выраженную спираль Экмана со скоростями, не превышающими 0,4 м/с, то под воздействием урагана скорости возросли до 1,2 м/с. Течение проникло до глубины 65–70 м, приняв инерционный характер с периодом 35 часов. При этом слой толщиной 50 метров стал двигаться с практически одинаковой скоростью, напоминая собой «плиту», ниже которой наблюдается быстрое замедление движения жидкости со средним градиентом  $5 \cdot 10^{-2} \text{ с}^{-1}$ . Рассчитанная в модели скорость течения в следе урагана превышает наблюдаемые на горизонте 50 м значения на 15%.

Это связано с тем, что в естественных условиях в океане под воздействием ТЦ наблюдается подъем холодных вод – апвеллинг, ведущий к увеличению доступной потенциальной энергии ВСО за счет уменьшения кинетической энергии и тем самым к снижению скорости течения.

Вертикальная турбулентная структура определяется энергией турбулентности. Динамическое уравнение (4) описывает её изменения за счет неустойчивости вертикальных градиентов скорости осредненного течения и за счет изменения потенциальной энергии стратификации среды. Анализ общей картины поведения турбулентных характеристик во время шторма показывает, что тангенциальное напряжение ветра является основным источником их изменений. Турбулентность ВСО в этот период определяется как обрушением поверхностных волн, учитываемым в виде потока  $P_b$  в краевом условии (11), так и сдвигом скорости дрейфового течения. Продукция вертикальных пульсаций скорости за счет потенциальной энергии неустойчивой стратификации среды во время урагана заметного влияния на турбулентность не оказывает. Увеличение всех характеристик турбулентности как у поверхности, так и во всем ВСО происходит практически одновременно с возрастанием скорости ветра.

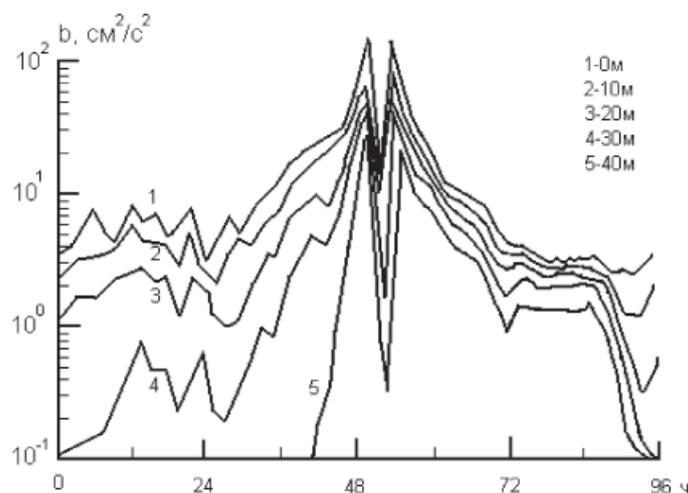


Рис. 3. Изменение энергии турбулентности в слое 0–40 м в ВСО при прохождении урагана

Максимальному ветру соответствует максимум энергии турбулентности. Вертикальная структура характеризуется её уменьшением с глубиной. Турбулентная структура ВСО до и после прохождения ТЦ заметно различается. Турбулентность в следе ТЦ испытывает большое влияние со стороны тепловых потоков на поверхности океана, которые в периоды прогрева приводят к повышению гидродинамической устойчивости водных масс и многократному уменьшению значений турбулентных характеристик в толще ВСО. Во время ночного выхолаживания поверхности океана в рассчитанной термической структуре возникает достаточно глубокий (порядка 20 м) слой положительных градиентов температуры. Это приводит к быстрому восстановлению значений турбулентных характеристик. Время релаксации турбулентности на горизонте 40 м составляет 3 часа. Особенно подвержены суточному ходу коэффициенты турбулентной вязкости и теплопроводности, характерные дневные значения которых составляют

100, а ночью могут достигать  $2000 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-2}$ . Столь высокие значения коэффициентов  $K_u$  и  $K_T$  объясняются усилением вертикального турбулентного перемешивания, приводящего к увеличению турбулентного обмена теплом и количеством движения в ночное время в ходе конвективного выравнивания плотности.

#### Список литературы

1. Дикинов Х.Ж., Москаленко Л.А., Ксенофонтов А.А. Расчет потоков на границе раздела вода-воздух // Труды ВГИ. – 2001. – Вып. 91. – С. 160–176.
2. Ксенофонтов А.С. Вертикальная структура слоев трения в области океанического шельфа. // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия: Естественные науки. – 2005. – № S5. – С. 35–44.
3. Марчук Г.И., Дымников В.П., Залесный В.Б. Математические модели в геофизической гидродинамике и численные методы их реализации. – Л.: Гидрометеоздат. – 1987. – С. 296.
4. Lozovatsky I.D., Ksenofontov A.S., Erofeev A.Yu., Gibson C.H. Modeling of the evolution of vertical structure in the upper ocean by atmospheric forcing and intermittent turbulence in the pycnocline // Journal of Marine Systems. – 1993. – Vol. 4. – № 2–3. – P. 263–273.
5. Martin P.J. Mixed-layer simulation of buoy observations taken during hurricane Eloise // J. Geophys. Res. – 1982. – Vol. 87. – C1. – P. 409–427.