УДК 004.942

НЕЧЕТКИЕ ГЕОЛОГИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ И ИХ ДЕФАЗИФИКАЦИИ

Кобрунов А.И., Бурмистрова О.Н.

ФБГОУ ВПО «Ухтинский государственный технический университет», Ухта, e-mail: otimohova@ugtu.net

В данной статье рассмотрены функции принадлежности для нечетких зависимостей. Предметом работы служит изучение функций принадлежности, а также разработка приемов ее визуализации. Содержательным примером функций принадлежности служит поле достоверности для прогнозируемой физико-геологической модели. Рассмотрены способы дефазификации нечетких функций для построения вариантов физико-геологической модели с дифференцированной оценкой достоверности ее компонент. Сформулированы такие понятия, как оптимальная и локальная дефазификация, служащие выборками из нечеткой функции. Разработан алгоритм конструирования сечений для выбранной системы дефазификации, позволяющий, выделяя физико-геологическую модель, обеспечивать заданный уровень достоверности. Приведен результат изменения пространственных моделей пористости и нефтенасыщенности по уровню достоверности α = 0,2–0,8, что наглядно отображает распределение достоверностей для компонент построенной физико-геологической модели.

Ключевые слова: модель, параметры, прогноз, функция, уравнения, методы, математическое моделирование, достоверность

FUZZY GEOLOGICAL MODEL AND DEFUZIFICATION

Kobrunov A.I., Burmistrova O.N.

Ukhta State Technical University, Ukhta, e-mail: otimohova@ugtu.net

In this article the functions of accessories for fuzzy dependencies. The subject of the work is the study of the membership functions, as well as the development of its visualization techniques. Meaningful example of the functions of accessories is the field for the predicted reliability of the geological model. The methods of defuzification of fuzzy functions to construct a geological model variants with a differentiated assessment of the reliability of its components. The notions of optimal local and defuzification serving samples of fuzzy functions. The algorithm design α-cross sections for the selected system allows defuzification allocate physical – geological model providing a given level of confidence. Shows the results of changes in the spatial patterns of porosity and oil saturation in terms of the reliability of α = 0,2–0,8, which clearly shows the reliability distribution for the components built physical and geological model.

Keywords: model, parameters, the forecast, function, equations, methods, mathematical modeling, the accuracy

Итоговая геологическая модель, определенная как система распределённых геолого-геофизических параметров, должна наследовать ранжированную по достоверности неопределенность, исходные данные в форме многовариантных моделей с дифференцированной по компонентам вариантов оцененной достоверности [2].

Адекватным аппаратом представления нечетких данных и нечетких зависимостей с оценкой их меры достоверности служат принципы нечеткого моделирования, основанного на трех компонентах [3, 4]:

– неопределенные данные с оценкой меры доверия представляются в форме функций принадлежности для нечетких величин [5];

– неопределенные связи с их дифференцированным ранжированием по достоверности представляются в форме отношений между нечеткими величинами;

– прогноз параметров модели выполняется на принципах нечеткого логического вывода на основе неопределенных данных и неопределенных связей, и реализуется в форме функции $\mu(z, R_i)$ принадлежности для прогнозного параметра z в продуктивном интервале изучаемого элемента, имеющего пространственное расположение R_i по системе выделенных скважин (номер i).

Задавая характер пространственного изменения функций принадлежности по мере удаления от фиксированной точки R_i в форме функции принадлежности $\mu(R, R_i)$ пространственная функция принадлежности $\mu(z, R_i)$ для изучаемой модели находится как объединение импликаций $\mu(R, R_i)$ и $\mu(z, R_i)$:

$$\mu\left(z\left(R\right)\right)=\max_{R_i}\left[\min\left[\mu\left(R,R_i\right),\mu\left(z,R_i\right)\right]\right]. \quad (1)$$

Функция $\mu(R, R_i)$ задает принятый закон экстраполяции зависимостей для прогнозного параметра z по мере удаления от фиксированной точки R_i. Объединенные в (1), эти законы определяют правила интерполяции зависимостей между скважинами.

Предметом настоящей работы служит изучение функций принадлежности $\mu(z(R))$ и разработка приемов ее визуализации.

Функция принадлежности $\mu(z(R))$ определяет нечеткую функцию из $\aleph$ и для каждого элемента $z(R)$ из ансамбля, образованного допустимыми моделями из $\aleph$, $\mu(z(R))$ характеризует распределение достоверности этого элемента как функции координаты R.

Пусть $\aleph$ банахово пространство ограниченных функций $z(R)$ в области V Евклидова пространства. В качестве этой области может выступать геометрический контур элементов залежи месторождения нефти и газа, для которой выполнялся прогноз параметра z в зонах его пересечения со скважинами. В этом случае $\mu(z(R))$ можно также рассматривать как нелинейный ограниченный оператор, отображающий $\aleph$ в себя, область значения которого образована функциями $\mu_z(R)$, имеющими смысл достоверности значения параметра $z(R)$ в точке $R \in V$. Для каждой пространственной модели $z(R)$ распределения изучаемого параметра функцией $\mu_z(R)$ дается покоординатная оценка достоверности значения параметра z в этой модели. В таком контексте $\mu(z(R))$ представляет собой информационное поле для оценки достоверности пространственного распределения параметра z. Оно имеет и еще одно название – поле достоверности на пространстве $\aleph$. Это поле служит основой для конструирования вариантов моделей из $\aleph$, соответствующих априори введенным принципам оптимальности. Такое конструирование называется дефазификацией $\mu(z(R))$.

Определение 1. Оптимальной дефазификацией поля $\mu(z(R))$ называется такая модель $z^d(R)$, что для каждого $R \in V$

$$\mu\left(z^d(R)\right)=\max_z \mu\left(z(R)\right), \qquad (2)$$

где $z^d(R)$ называется оптимальной дефазифицированной моделью.

Утверждение 1. Если для каждого R_i $\mu(z, R_i)$ сильно выпукла по параметру z, то оптимальная дефазифицированная модель однозначна.

Утверждение 2. Если для одного или нескольких R_i $\mu(z, R_i)$ имеет систему локальных максимумов $z^k(R_i)$, $k = 1...K$, отличных от $z^d(R_i)$, то поле $\mu(z(R))$ допускает систему локальных дефазификаций $z^k(R)$, $k = 1...K$, образованных функциями из $\aleph$ совпадающими в R_i со значениями $z^k(R_i)$, $k = 1...K$.

Определение 2. Система $z^k(R)$, $k = 1...K$ называется локальной дефазификацией поля $\mu(z(R))$.

Процедуры построения локальных дефазификаций включают в себя упорядочение и установление корреляций между $z^k(R_i)$, $k = 1...K$ для разных R_i. Интерполяцией находящихся во взаимоотношении локальных экстремумов $\mu(z, R_i)$ и построение локальных дефазификаций $z^k(R)$, $k = 1...K$. Практически величина K не превосходит трех и чаще всего равна двум. При отсутствии максимумов в $\mu(z(R))$, отличных от $z^d(R_i)$, $K = 1$. Так что оптимальная дефазифицированная модель является одной из локальных дефазификаций. Таким образом, в реальных ситуациях упорядочение и корреляция локальных экстремумов выполняется с целью построения максимум двух-трех локальных дефазифицированных моделей, которые в основе своей, и в большей части области V совпадают с оптимально дефазифицированной моделью.

Локальные дефазификации являются вариантами построения моделей и составляют суть многовариантности метода физико-геологической модели на основе принципов нечеткого моделирования.

Каждая из локальных дефазификаций $z^k(R)$, $k = 1...K$ характеризуется своей функцией принадлежности соответствующей модели $z^k(R)$. Функции $z^k(R)$ представляют собой реализации нечеткой функции из ансамбля $\aleph$. Смысл $\mu_{z^k}(R)=\mu\left(z^k(R)\right)$ состоит в том, что эта величина равна достоверности значения параметра $z^k(R)$ в каждой точке R.

Обозначим $S^\alpha\left(\mu\left(z^k(R)\right)\right)=S^\alpha\left(\mu_{z^k}(R)\right)$ – сечение реализации модели $z^k(R)$, как совокупность таких значений R, что $\mu(z^k(R)) > \alpha$: $S^\alpha\left(\mu_{z^k}(R)\right)=\left\{R:\mu\left(z^k(R)\right)>\alpha\right\}$. Где $S^\alpha\left(\mu_{z^k}(R)\right)$ – это подобласть в V, внутри которой значение поля достоверности $\mu(z^k(R))$ не менее, чем α. Сужение $z^k(R)$ с V на $S^\alpha\left(\mu_{z^k}(R)\right)$ обозначим как $(z^k)^\alpha(R)$, и это сужение выделяет фрагменты модели, соответствующие ее α сечению – заданные с достоверностью не ниже α.

Если увеличить величину α, то $S^\alpha\left(\mu_{z^k}(R)\right)$ уменьшится, и для $\alpha_2 \geq \alpha_1$ $S^{\alpha_1}\left(\mu\left(z^k(R)\right)\right) \subseteq S^{\alpha_2}\left(\mu\left(z^k(R)\right)\right)$. Таким образом, с возрастанием α область $S^\alpha(\mu(z^k(R)))$ сжимается и $z^k(R)$ определяется с достоверностью α на все более узком множестве. Наконец, при α, близком к максимально возможному, от $z(R)$ остается только узкий круг значений.

Следующей моделью дефазификации служит инверсная дефазификация.

Она основана на выделении в $\mu(z(R))$ элемента, служащего одновременно решением обратной задачи для заданного интегрального уравнения

$$A[z(R)] = u(s); \quad z(R) \in X; \quad u(s) \in Y. \quad (3)$$

Здесь X, Y – заданные банаховы пространства. Например, в качестве такого уравнения может служить интегральное уравнение

$$A\left[z(R)\right] = \int_V \gamma \frac{z(x, y, z)\, z}{\left[x^2 + y^2 + z^2\right] 3/2} dv = u(x_0, y_0), \quad (4)$$

отображающее распределение параметра z в области V трехмерного пространства X, Y, Z, в котором точка имеет координаты

$$R = \{x, y, z\};\ dR = dv = dxdydz.$$

В форме (4), в частности записывается связь между вертикальной производной гравитационного потенциала $u(x_0, y_0)$ и распределением плотности в объеме V:$\sigma(v) = z(R)$.

γ – гравитационная постоянная.

Уравнение (3) это интегральное уравнение Фредгольма первого рода, которое определяет постановку обратной задачи – по заданному полю $u(s)$ найти пространственное распределение параметра $z(R)$. Будем считать, что это уравнение плотно разрешимо. Это означает, что для любого $u(s) \in Y$ и $\varepsilon > 0$ найдется $u^\varepsilon(s)$, принадлежащий образу ImA оператора A при отображении из X в Y и $\left\| u^\varepsilon(s) - u(s) \right\|_Y < \varepsilon$. Если для каждого элемента из ImA класс эквивалентности $\Xi_u(A) = \{z(R) \in X{:}A[z(R)] = u(s)\}$ не тривиален, т.е. содержит более одного элемента, то уравнение (4) имеет несколько решений, структура которых характеризуется множеством эквивалентности $\Xi_u(A)$. Например, если A – линейный непрерывный оператор с ненулевым ядром $KerA = \{z(R){:}A[z(R)] = 0\}$, то $\Xi_u(A)$ есть сдвиг в пространстве X подпространства $KerA$. Для линейных задач гравиметрии в классе распределений плотности $KerA$ – бесконечномерное подпространство в пространстве гармонических функций.

В случае операторов с нетривиальными классами эквивалентности может быть сформулирована задача отбора такого элемента $z(R)$ из класса эквивалентности, для которого достигается максимальная достоверность в поле достоверности $\mu(z(R)) = \mu(R)$. Это приводит к формулировке задачи инверсной дефазификации:

$$A[z(R)] = u(s);\ z(R) \in X;\ \ u(s) \in Y;$$

$$\min_{\substack{R \\ z(R)}} \mu\left(z(R)\right) \to \max. \quad (5)$$

Таким образом, анализ функции принадлежности $\mu(z(R))$, определяющей нечеткую функцию, состоит в построении системы ее локальных дефазификаций $z^k(R)$, $k = 1...K$, и последовательности сечений $S^\alpha\left(\mu_{z^k}(R)\right)$ для α, в интервале от нуля до единицы для каждой из локальных дефазификаций.

Пример полученных пространственных моделей приведен на рис. 1, а и 2, а.

Это модели, которые соответствуют сечению поля $\mu(z(R))$, близкому к нулю, и определены на всем пространстве параметров V. Изменение величины сечения приводит к изменению конфигурации объектов (рис. 1, б и 2, б):

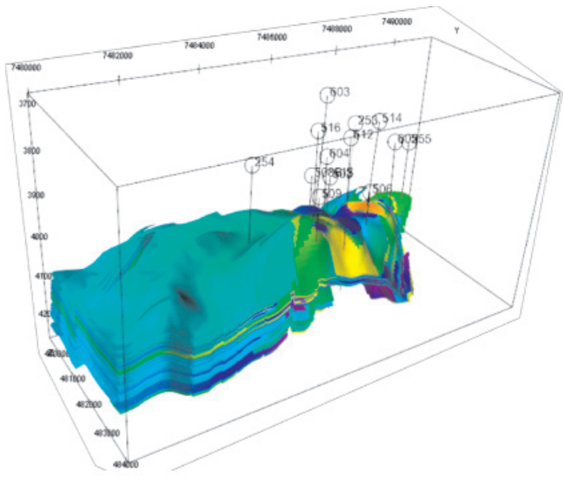


Рис. 1 а. Пространственная модель пористости по уровню достоверности α = 0,1

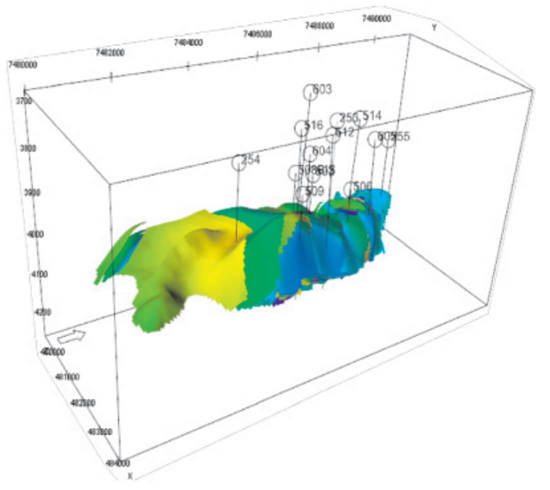
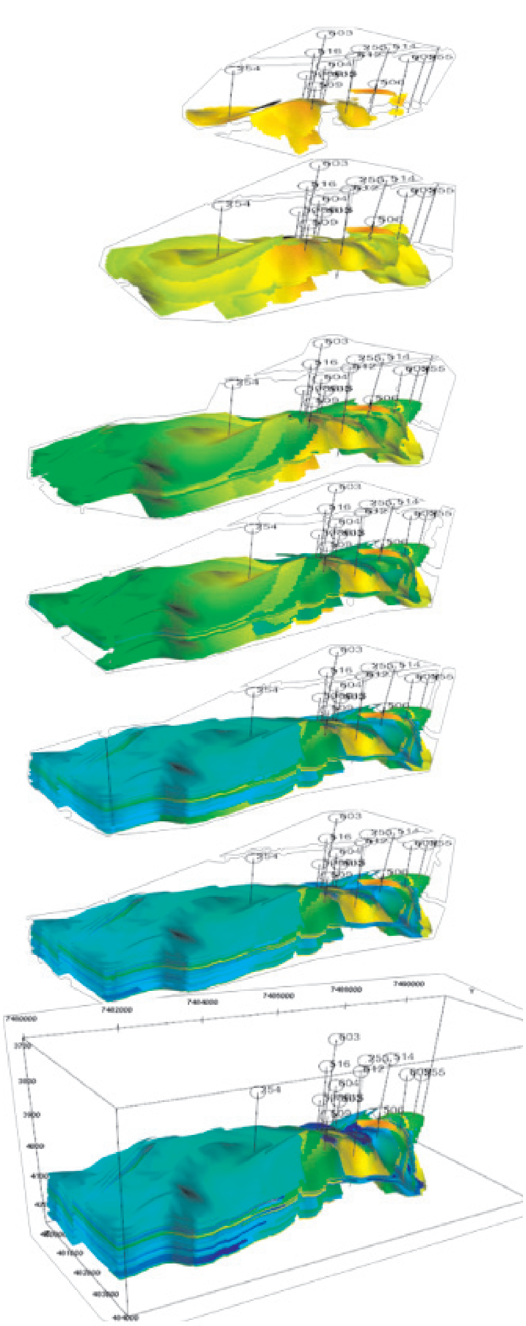


Рис. 2 а. Пространственная модель нефтенасыщенности по уровню достоверности α = 0,1



α = 0,8

α = 0,7

α = 0,6

α = 0,5

α = 0,4

α = 0,3

α = 0,2

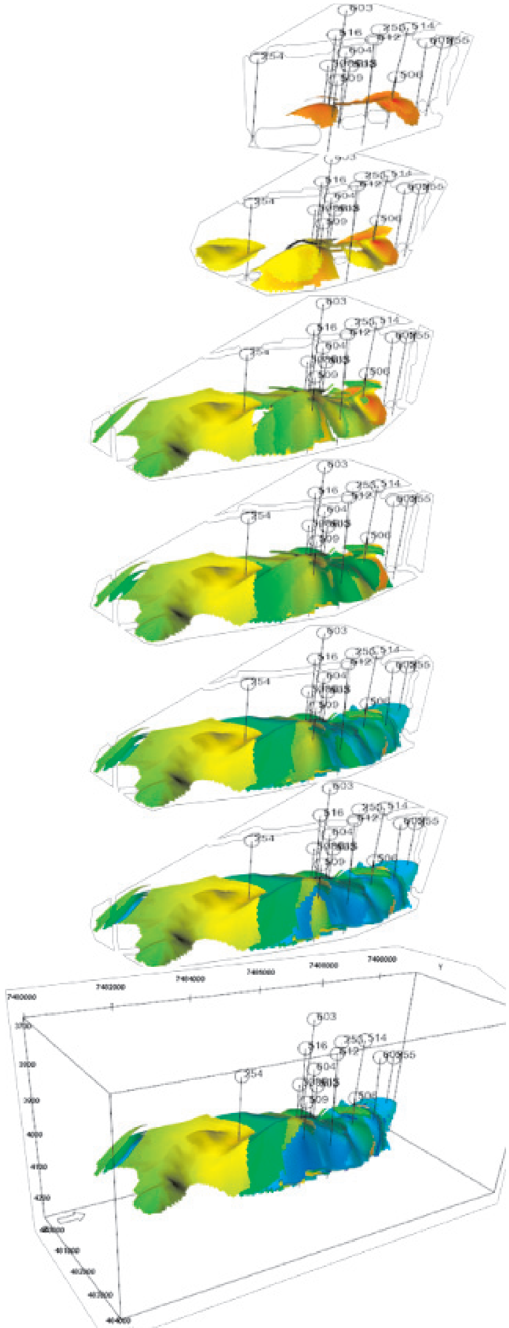


Рис. 1 б. Изменение пространственной модели пористости по уровню достоверности α = 0,2–0,8

Рис. 2 б. Изменение пространственной модели нефтенасыщенности по уровню достоверности α = 0,2–0,8

Таким образом, технология сечений на реализациях локальных дефазификаций позволяет наглядно представить распределение достоверностей для компонент построенной физико-геологической модели.

Список литературы

1. Вендельштейн Б.Ю., Резванов Р.А. Геофизические методы определения параметров нефтегазовых коллекторов: при подсчете запасов и проектировании разработки месторождений. – М.: Недра, 1978. – 318 с

2. Кобрунов А.И. Математические методы моделирования в прикладной геофизике. Избранные главы): учебное пособие. Часть. 2 Системный анализ и моделирование в условиях неопределенности. – Ухта, УГТУ, 2014. – 154 с.

3. Кобрунов А.И., прямые и обратные задачи рассеяния при прогнозе физико-геологических параметров по геофизическим данным // Фундаментальные исследования. – 2014. – № 9–6. – С. 1195–1199.

4. Кобрунов А.И. Моделирование эффектов рассеяния при прогнозе физико-геологических параметров неоднородных сред // Геофизический Журнал. – 2014. – № 5. – Т. 36 204. – С. 81–90.

5. Кофман А. Введение в теорию нечетких множеств. – 1982. – 431 с.