

УДК 66.047.57

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ И ПРОВЕРКА АДЕКВАТНОСТИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

<sup>1</sup>Ертаева Ж.А., <sup>2</sup>Байтуреев А.М.

<sup>1</sup>Товарищество с ограниченной ответственность Профессиональный гуманитарно-технический колледж «Білім» Республики Казахстан, Тараз;

<sup>2</sup>Республиканское государственное предприятие на праве хозяйственного ведения «Таразский государственный университет имени М.Х. Дулати» Министерства образования и науки Республики Казахстан, Тараз, e-mail: bam150348@mail.ru

По результатам опытно-промышленных испытаний сушильного барабана была определена зависимость производительности барабанного агрегата от скорости теплоносителя на входе ( $v_{вх}$ ) в барабан и угла наклона барабана ( $a$ ). На основе математической обработки экспериментальных данных с помощью инновационных технологий на персональном компьютере (ПК) получены уравнения регрессии линейного и полиномиального видов, и величина достоверности аппроксимации  $R^2$ . Из анализа уравнений видно, что величина достоверности аппроксимации полиномиального вида  $R^2 = 1$ , следовательно, уравнение регрессии адекватно эксперименту.

**Ключевые слова:** сушильный барабан, угол наклона, уравнение, достоверность аппроксимации, адекватно

## MATHEMATICAL PROCESSING OF THE EXPERIMENTAL STUDIES AND CHECKING THE ADEQUACY OF MATHEMATICAL MODEL

<sup>1</sup>Yertayeva Z.A., <sup>2</sup>Baitureyev A.M.

<sup>1</sup>Company with limited liability Professional humanitarian-technical college «Bilim» Republics Kazakhstan, Taraz;

<sup>2</sup>The Republican state government enterprise «Taraz State University after M.H. Dulaty» of the Ministry Science and Education of the Republic of Kazakhstan, Taraz, e-mail: bam150348@mail.ru

The dependency was determined on result experienced-industrial test the dry drum to capacity of the drum unit from velocity hot coolant at the input ( $v_{вх}$ ) in drum and corner of the slopping of the drum ( $a$ ). On base of the mathematical processing experimental given by means of innovation technology on personal computer (PC) are received equations to regressions linear and polynomial type, and value to validity to approximations  $R^2$ . From analysis of the equations is seen that value to validity to approximations of the polynomial type  $R^2 = 1$ , consequently, equation to regressions adequately experiment

**Keywords:** dry drum, corner of the slopping, equation, validity to approximations, adequately

Существуют различные виды формул для расчета линий тренда (достоверности) аппроксимации.

Для аппроксимации данных по методу наименьших квадратов используются следующие виды уравнений [2], [4], [5]:

– Линейная –

$$y = mx + b, \quad (1)$$

где  $m$  – угол наклона и  $b$  – координата пересечения оси абсцисс;

– Полиномиальная –

$$y = b + c_1x + c_2x^2 + c_3x^3 + \dots + c_6x^6, \quad (2)$$

где  $b$  и  $c_1 \dots c_6$  – константы;

– Логарифмическая –

$$y = c \ln x + b, \quad (3)$$

где  $c$  и  $b$  – константы,  $\ln$  – функция натурального логарифма;

– Экспоненциальная –

$$y = ce^{bx}, \quad (4)$$

где  $c$  и  $b$  – константы,  $e$  – основание натурального логарифма;

– Степенная –

$$y = cx^x, \quad (5)$$

где  $c$  и  $b$  – константы.

Линии тренда обычно используются в задачах прогнозирования. Такие задачи решают с помощью методов регрессионного анализа. С помощью регрессионного анализа можно продолжить линию тренда вперед или назад, экстраполировать ее за пределы, в которых данные уже известны, и показать тенденцию их изменения. Можно также построить линию скользящего среднего, которая сглаживает случайные флуктуации, ясно демонстрирует модель и прослеживает тенденцию изменения данных.

Линиями тренда можно дополнить ряды данных, представленные на ненормированных плоских диаграммах с областями, линейчатых диаграммах, гистограммах, графиках, биржевых, точечных и пузырьковых диаграммах. Нельзя дополнить линиями тренда ряды данных на объемных диаграммах, нормированных диаграммах, лепест-

ковых диаграммах, круговых и кольцевых диаграммах. При замене типа диаграммы на один из вышеперечисленных соответствующие данным линии тренда будут потеряны.

После того как уравнение регрессии найдено, необходимо произвести статистический анализ результатов. Этот анализ заключается в проверке значимости всех коэффициентов регрессии в сравнении с ошибкой воспроизводимости и адекватности уравнения. Такое исследование называется регрессивным анализом. Примем при проведении регрессивно-го анализа следующие допущения [2], [3], [5]:

1. Входной параметр  $x$  измеряется с пренебрежимо малой ошибкой по сравнению с ошибкой в определении  $y$ . Большая ошибка у объясняется наличием в каждом процессе не выявленных переменных, не вошедших в уравнение регрессии.

2. Результаты наблюдений  $y_1, y_2, \dots, y_n$ , над выходной величиной  $y$  представляют собой независимые нормально распределенные случайные величины.

3. При проведении эксперимента с объемом выборки  $n$  при условии, что каждый опыт повторен  $m$  раз,  $i = 1, 2, \dots, n$ , выборочные дисперсии  $S_1^2, S_2^2, \dots, S_n^2$  должны быть однородны.

При одинаковом числе параллельных опытов проверка однородности дисперсии сводится к следующему [2], [3], [5]:

1. Ввод экспериментальных данных  $x$  и  $y$  в таблицу 1.

2. Используя табличные данные, строим график зависимости  $x$  и  $y$ .

3. Строим линию тренда, используя точки графика.

При построении линии тренда (аппроксимации) укажем:

- тип линии уравнения;
- степень в диапазоне от 2÷6;
- показать уравнение на диаграмме;
- поместить на диаграмму величину достоверности аппроксимации ( $R^2$ )

Величина достоверности аппроксимации  $R^2$  [1], [4]:

$$R = \sqrt{1 - \xi}, \quad (6)$$

или

$$R^2 = 1 - \frac{SSE}{SST}, \quad (7)$$

где

$$\xi = \frac{SSE}{SST}, \quad (8)$$

$\xi$  – сила связи между  $x$  и  $y$  (дисперсионное отношение по Фишеру) [2], [3]:

$$SSE = \sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2 - \text{остаточная дисперсия}; \quad (9)$$

$$SST = \left( \sum Y_i^2 \right) - \frac{\left( \sum Y_i \right)^2}{n} - \text{общая дисперсия}. \quad (10)$$

Связь тем сильнее, чем меньше  $\xi$ .

Чем больше  $R^2$ , тем сильнее связь [2], [3], следовательно, уравнение регрессии адекватно эксперименту.

$$0 \leq R \leq 1. \quad (11)$$

Если  $R = 1$ , то существует функциональная зависимость между параметрами.

Однако при  $R = 0$  величины  $x$  и  $y$  нельзя считать независимыми, так как связь между ними, не сказываясь на дисперсиях, может проявить себя в моментах более высокого порядка. И только при нормальном распределении равенство нулю корреляционного отношения однозначно свидетельствует об отсутствии связи между случайными величинами. Корреляционное отношение, как и коэффициент корреляции в линейной регрессии, характеризует тесноту связи между случайными величинами. Вообще анализ силы связи по  $R$  называют корреляционным анализом.

Рассмотрим процесс сушки на примере поваренной соли. Требуется определить зависимость производительности ( $G$ ) барабанного агрегата от скорости теплоносителя ( $\vartheta_{\text{вх}}$ ) на входе и угла наклона барабана ( $\alpha$ ). Экспериментальные данные приведены в таблице.

Зависимость производительности ( $G$ ) барабанного агрегата от скорости теплоносителя ( $\vartheta_{\text{вх}}$ ) на входе и угла наклона барабана ( $\alpha$ )

№ п/п	Число оборотов барабана $n$ , об/мин	Скорость сушильного агента на входе в барабан, $\vartheta_{\text{вх}}$ , м/с	Угол наклона барабана, $\alpha^\circ$	Производительность, $G \cdot 10^{-3}$ , кг/с			Производительность, $G_{\text{ср}} \cdot 10^{-3}$ , кг/с
				$G_1$	$G_2$	$G_3$	
1	2	3	4	5	6	7	8
1	14	1,95	0	325	321	314	320
2	14	1,95	-1	181	176	183	180
3	14	1,95	-2	101	106	108	105
4	14	1,95	-3	40	35	36	37,5

$$y_1 = 92,25 + 299 R^2 = 0,9664 \text{ или } R = 0,9831 \quad (12)$$

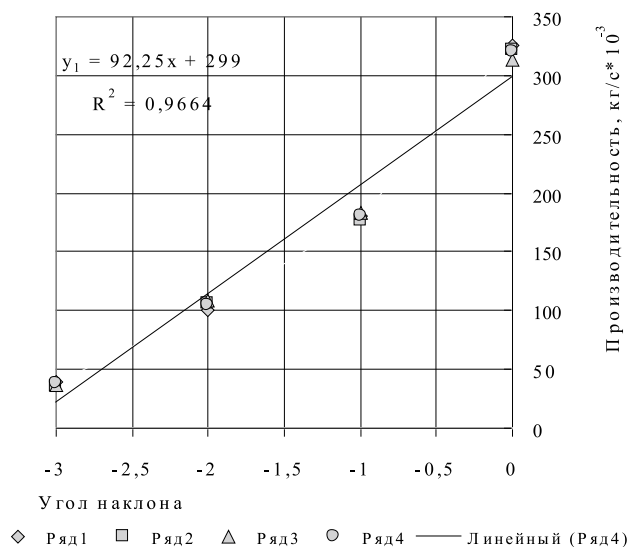


Рис. 1. Зависимость производительности сушилки от угла наклона барабана (вид уравнения линейный)

$$y_2 = 9,5833x^3 + 61,25x^2 + 191,67x + 320 R^2 = 1 \text{ или } R = 1 \quad (13)$$

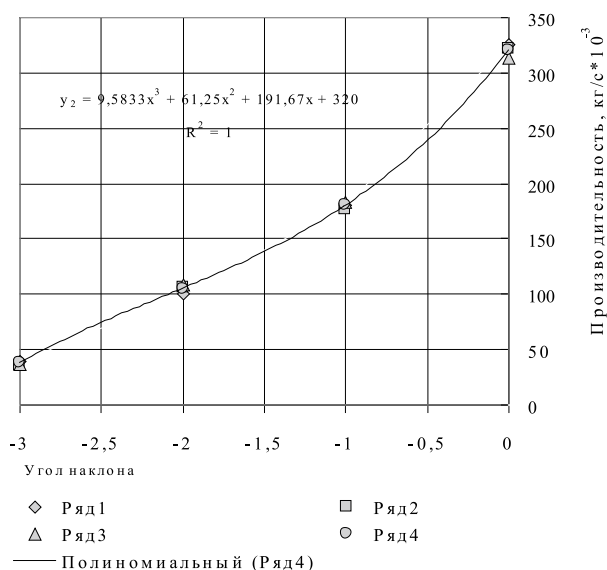


Рис. 2. Зависимость производительности сушилки от угла наклона барабана (вид уравнения полиномиального)

Из анализа уравнений (12), (13) и кривых на рис. 1, 2 видно, что связь между  $x$  и  $y$  уравнения полиномиального вида (13) сильнее, чем у уравнения линейного вида (12), следовательно, уравнение регрессии (13) адекватно эксперименту.

**Список литературы**

1. Ахназарова С.Л., Кафаров В.В. Методы оптимизации эксперимента в химической технологии. – М.: Высшая школа, 1985. – 328 с.

2. Вадзинский Р. Статистические вычисления в среде Excel. – СПб.: Питер, 2008. – 608 с.

3. Карлберг Конрад. Бизнес-анализ с помощью Excel 2000: – Пер. с англ.: Учебное пособие. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2000. – 480 с.

4. Корн Гранине А., Корн Тереза М. Справочник по математике для научных работников и инженеров. Определения, теоремы, формулы. – М.: Наука, 1984. – 831 с.

5. Пелих А.С. Бизнес-план или как организовать собственный бизнес: анализ, методика, практикум.