УДК 372.851

ИНТЕГРАТИВНЫЕ УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ И ЗАДАНИЯ К ПЕРВЫМ ТЕМАМ КУРСА «НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА» ДЛЯ СТУДЕНТОВ ВУЗА

[1]Жохов А.Л., [2]Юнусов А.А., [2]Сайдахметов П.А., [2]Бедебаева М.Е.

[1]ГОУ ВПО «Ярославский государственный педагогический университет им. К.Д. Ушинского», Ярославль, e-mail: zhal1@mail.ru;

[2]Южно-Казахстанский государственный университет им. М. Ауэзова, Шымкент, e-mail: Yunusov1951@mail.ru

В статье обосновывается тезис: базой воспитания потенциала физико-математической культуры студента – будущего учителя математики или физики – является опыт их самостоятельной познавательной деятельности и мышления. Содержательно раскрываются основные принципы комплексно-интегративного подхода, на базе которых строятся учебные материалы и задания (УМиЗ), способствующие приобретению студентами опыта познавательно-преобразующей учебной деятельности. Статья содержит теоретические основы построения УМиЗ и требует конкретизации в соответствии с особенностями учебного предмета, что будет представлено в последующих работах авторов.

Ключевые слова: потенциал физико-математической культуры и мышления, интегративный подход к организации обучения учебной дисциплине, принципы построения учебных материалов и заданий по формированию опыта самостоятельной познавательной деятельности и мышления студентов ФМФ педагогического вуза

INTEGRATIVE EDUCATIONAL MATERIALS AND TASK TO THE FIRST THEMES OF COURSE OF «BEGINNING OF MATHEMATICAL ANALYSIS» FOR THE STUDENTS OF INSTITUTION OF HIGHER LEARNING

[1]Zhokhov A.L., [2]Yunusov A.A., [2]Saydakhmetov P.A., [2]Bedebayeva M.E.

[1]Yaroslavl State Pedagogical University K.D. Ushinskogo, Yaroslavl, e-mail: zhal1@mail.ru;

[2]International gumj-technical universiny, Shymkent, e-mail: Yunusov1951@mail.ru

In the article a thesis is grounded: by the base of education of potential of physico-mathematical culture of student – future teacher of mathematics or physics – there is experience of their independent cognitive activity and thinking. Basic principles of complex-integrative approach, on the base of that educational materials and tasks, assisting acquisition by the students of experience of cognitive-transforming educational activity, are built, open up richly in content. The article contains theoretical bases of construction of UMiZ and requires a specification in accordance with the features of educational object, that it will be presented in subsequent works of authors.

Keywords: potential of physico-mathematical culture and thinking, integrative going near organization of educating to educational discipline, principles of construction of educational materials and tasks on forming of experience of independent cognitive activity and thinking of students of FMF of pedagogical institution of higher learning

Среди специфических для математики способов познания и приемов мышления помимо общих (анализ и синтез; логическое упорядочение данных и др.) в составе математической культуры имеет смысл особо выделить моделирование, метод аналогий, коды записи и переработки информации. К ним относятся: образный (воображение), словесный и словесно-символический, изобразительный и предметный (материализация, эксперимент, овеществление) и действенный (перевод информации в физические или умственные действия) [3]. Овладению кодами и переходами между ними можно и нужно обучать уже на материале школьных учебных дисциплин, тем более они должны быть включены в УМиЗ для самостоятельной работы.

Существенные условия успешного протекания познания определяются наличием или постепенным возникновением у человека [2, 8]:

а) познавательного отношения к ситуации, объекту или соучастнику познания, б) мотива разрешения ситуации – задача «для меня», в) личностного смысла знаний и г) личного опыта построения и использования знаний (совокупности математических задач, понятий, утверждений, алгоритмов и т.п.) как средств понимания и познания. Эти условия необходимо и можно создавать в процессе обучения, руководствуясь общей структурной схемой акта познания [3, с. 196] (приведём здесь отдельные шаги):

• студенту необходимо попасть в ситуацию выбора, если человек делает попытку разрешить ситуацию собственными усилиями (хотя бы и с помощью Другого), то он принимает задачу и формулирует ее в фор-

ме «для себя». Тогда в действие включаются его «естественные способности», «родовые силы» (Фома Аквинский, К. Маркс): способность и воля из-обретать (М.М. Бахтин), экстериоризировать (Л.С. Выготский) новое идеальное средство – образ, задачу, действие и т.п. Это уже знание в действии;

• совокупность изобретенных средств-знаний применяется для мысленного или практического разрешения ситуации; накапливается опыт в виде совокупности действий, видов и «программ» деятельности с использованием полученных знаний в их сочетании с ранее уже известными;

• появляется необходимость осмысления средств с помощью различных культурных знаков: ряда «умственных» образов, их словесно-символического описания и преобразования, материализации в динамических рисунках, схемах, алгоритмах, новых задачах, в другом материале;

• средства и совокупность действий с ними испытываются на допустимость применения и «прочность», теоретическую или прикладную, усиливая личную ответственность человека за найденные или изобретенные средства, за свои действия и полученные результаты;

• осуществляется поиск продуктивной организации обретённых знаний (в том числе методов), что нередко приводит к формированию объединяющих, по-новому организующих деятельность «мета-знаний» [1, 8], становящихся своеобразными «ступеньками», составляющими ядро знаний;

• в случае успеха в достижении цели (как предполагаемого результата) с новым средством и результатами опыта знакомят других участников, т.е. осуществляется коммуникация, в том числе – для своеобразного «шлифования» найденных средств и уточнения пути разрешения ситуации;

• приобретенный опыт ретроспективно осмысливается, рефлектируется. Результаты сравнивают с запланированными, средства и способы решения анализируют и корректируют. Осуществляется презентация продукта – еще один способ усиления личной ответственности;

• наконец, ставятся новые задачи для других ситуаций, исследование входит в новую фазу возможного переноса на новые ситуации и задачи…

Намеченной структурной схеме завершенного акта учебного познания можно придать наглядную форму, что и зафиксировано в «Обобщенной модели научного познания» [3, с. 196]. Она как раз и используется нами в качестве основного ориентира при создании УМиЗ по организации познавательной деятельности студентов физико-математического факультета. В них студентам предлагается овладевать уже упоминавшимися культурными знаками, в том числе и в логике известного наглядного моделирования [6], в некоторых важных моментах совпадающего с логикой акта научного познания, детально разработанной с позиций мировоззренческого подхода [3].

Приведём, наконец, примеры созданных нами комплексов материалов и заданий, выстроенных в частичном соответствии с обозначенной теоретической основой – системой принципов. В них также учитывается порядок ознакомления первокурсников с программным учебным материалом по курсу математического анализа (введение).

Пример 1. Фрагмент лекции (культурно-исторический экскурс): «Известный математик Норберт Винер разграничивал математические дисциплины по уровню абстракции их основных объектов. К 1-му уровню он относил арифметику, связанную с понятием «индивидуального числа» и его свойствами, но не использующую символы для любого числа (как, например, в школьном курсе алгебры). На 2-й уровень – алгебру, которая изучает уже индивидуальные комбинации (мы говорим: действия или операции, а также отношения равенства и неравенства) чисел вообще и свойства таких комбинаций. 3-й уровень абстракции Винер связывал с функциями, т.е. с произвольными зависимостями между числами или группами чисел. Именно на этом уровне рассматриваются функции натурального (из N) и действительного (из R) аргумента, индивидуальные функции (показательная, логарифмическая) в их различных комбинациях (арифметические действия; сложные и обратные функции), появляются представления о различных видах (классах) функций, в том числе элементарных. А именно: линейные, квадратичные, целые, дробно-рациональные, иррациональные, тригонометрические и др. С большей или меньшей подробностью они, их свойства и графики изучались в школе в курсе алгебры и начал анализа.

Наконец, Винер выделяет еще и 4-й уровень абстракции, предметом рассмотрения на этом уровне являются уже различные преобразования самих функций и даже их классов, причем заданных на множествах, отличающихся от множества R. Такие преобразования переводят функцию в другую функцию, в математике их называют опера-

торами. К числу простейших из них относят дифференцирование и интегрирование функций одной и нескольких переменных, функций комплексного переменного и т.п. Функции, классы функций, операторы и связанные с ними другие объекты составляют предмет изучения математического анализа, а основной метод изучения этих объектов – метод бесконечно малых или, что то же самое, метод пределов. В чем заключается этот метод, как его использовать – нам и предстоит понять».

Вопросы-задания. 1. Что вам известно о Норберте Винере? Занимался ли он вопросами математического анализа? 2. Найдите сведения о нём в энциклопедиях: годы жизни, учёбы, учёные степени и звания, основные увлечения, открытия в математике. 3. Прочитайте найденные, заинтересовавшие вас фрагменты текстов вслух и послушайте себя: что заинтересовало, подслушайте свои мысли, запишите их, как если бы вы рассказывали их кому-то? 4. С какими новыми терминами вы встретились в этой лекции, что они означают? Зафиксируйте их значения в тетрадях для самостоятельной работы (в дальнейшем тс/р). 5. Как вы понимаете слово абстракция? Приведите в тс/р примеры абстракций каждого уровня, выделенного Н. Винером. Что у вас не получилось? Какие вопросы, недоумения возникли, попробуйте ответить – почему? 5. Почему, на ваш взгляд, ни в одном из уровней абстракции Н. Винером не названа геометрия? Выскажите своё мнение.

Пример 2. Фрагмент лекции-беседы «Основные и обратные арифметические операции в терминах, символах, свойствах». Сводная таблица.

Мы продолжаем изучать начала математического анализа числовых функций, и нам не обойтись без знаний свойств самих чисел и – главное – действий с ними. Всё это вы изучали в школе, начиная с 1-го класса, наши задачи сейчас – 1) понять, на каком уровне – по Н.Винеру (см. 1-я лекция) – вы всё это изучали и поняли и 2) поднять наши знания на более высокий уровень. Запишите эти задачи, что у вас получилось? Как вы их поняли?

Итак, какие основные операции во множестве чисел (говорят: над числами) вы знаете, назовите их. (Как правило, студенты перечисляют всё подряд: +, –, ´ и т.д., не отличая основные и производные, прямые и обратные операции, не вспоминая даже возведение в натуральную степень, изредка называют «извлечь корень» – таковы, к сожалению, факты).

Назовите эти операции по имени, то есть назовите термины. Какие из этих операций непосредственно связаны друг с другом, как? Связаны ли непосредственно, например, сложение и возведение в степень, вычитание и сложение и другие? (В результате группируются пары: сложение – вычитание, умножение – деление). Как символически записать эти операции и их результаты, как называются их компоненты? А можно ли говорить об операциях во множестве геометрических фигур? Знаете ли вы такие?

Итак, мы выяснили, что некоторые операции над числами образуют своеобразные пары, а в качестве основных (прямых) операций следует всё-таки признать сложение, умножение и возведение в степень. Для первых двух из них парными являются вычитание и деление. Их называют обратными для первых из приведённых. Начнём составлять таблицу, которую так и назовём «Основные и обратные арифметические операции».

Что нам необходимо использовать для краткой записи операций? Возникает необходимость использовать два рода символов: самих действий и их компонентов. Вспоминаем названия компонентов действий и их результатов, а также некоторые свойства. Как называются компоненты этих действий? Обращаем внимание на термины слагаемые, сомножители, то есть они как бы «равноправны» уже по своему названию, а по смыслу? На данном этапе важным из свойств является коммутативность (переместительность) сложения и умножения. Но не так дело обстоит с возведением в степень; эта операция не коммутативна: $2^3 \neq 3^2$. Желательно по ходу беседы напомнить о названиях: действия 1-й, 2-й и 3-й ступеней, и о правилах скобок. Постепенно заполняется первая строка таблицы:

Прямое действие (операция) (I)	Сложение $a + b = b + a = c$ (II)	Умножение $a \cdot b = b \cdot a = c$ (III)	***Возведение** a **в** b**-ю степень*** $a^b = c$. *Для этой операции можно использовать* и *такой символ:* $a\uparrow^b = c$. (IV, V)

Дальнейшее заполнение таблицы идёт сверху вниз, слева направо и сопровождается подчёркиванием различия между действиями первой, второй и третьей ступени. Важные задачи: а) продолжить формирование исследовательских умений (вопросы, поиск ответов и т.д.); б) начать интегрировать знания об основных арифметических операциях; акцентировать внимание на сходстве и различии в появлении обратных операций (для возведения в степень необходимы две обратных операции); в) начать исследование вопроса необходимости перехода к понятию функции.

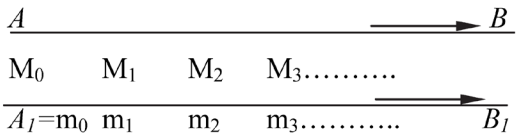
Как найти неизвестное? – Решить ***уравнения***	$x + b = c$ $(a + x = c)$	$x \cdot b = c$ $(a \times x = c)$	Два различных **типа** уравнений!	
			$x^b = c$ – *найти* ***неизвестное основание***	$a^x = c$ – *найти* ***неизвестный показатель степени***
Обратное *действие (операция)*	*Вычитание:* $x = c - b$, $(x = c - a)$	*Деление:* $x = c : b$ $(x = c : a)$	*Извлечение корня b-й степени из c:* $x = \sqrt[b]{c}$	*Нахождение показателя (логарифма) по a и c* (?)
Новое понятие *– неизвестный компонент*	***Разность*** *из c числа b (из c числа a)*	***Частное*** *от деления c на b (c на a)*	***Корень*** *(радикал) b-й степени из числа c*	***Логарифм*** *c по основанию a:* $x = \log_a c$
Условия выполнения *операции и существования результата*	*Для любых действительных чисел c, b, a*	*Для любых действительных чисел, кроме b=0 (a = 0)*	$b = 1$ (возможно?), c – ? $b \in N$ – *возможны другие значения*?	a – ? c – ? Почему $a > 0$ и почему *полезен* запрет : $a \neq 1$?
Переход к ***функциям***: формула, область определения, свойства...	Будем в уравнениях постепенно изменять *по нашему выбору x*, что происходит? – Каждому *x* будет соответствовать одно *c*: $c = f(x)$ – *функция* (!)		Что в этих случаях зависит только от нашего выбора – что принять за аргумент *x*, за значения функции *y*?	
			$y = \sqrt[b]{x} = x^{1/b}$	$y = \log_a x$

Дальнейшее заполнение таблицы идёт сверху вниз

Проанализируем, как появляются новые (впрочем, частично нам известные) операции и новые понятия на базе основных (прямых) операций… Добиваемся понимания: вычесть (разделить) – значит найти такое неизвестное число x, которое при сложении с известным (умножении на известное) даёт нам результат основного действия. Как называются эти новые (относительно основных) операции? Нам потребовалось и новое (относительно) понятие.

Подметим, что это понятие относится к результату новой (обратной) операции. Так часто поступают и в обыденной жизни: новому неизвестному мы даём новое название, чтобы как-то отличить его от знакомых объектов. Приведите свои примеры! Заметим, что в первой и второй колонках по два уравнения, но для обоих – одно обратное действие и одно понятие. Как вы думаете, почему это оказалось возможным – единственное обратное действие? Как это связано со свойствами прямых действий? И т.д.

Исторический экскурс: Какова этимология слов: «корень» («радикал»), «логарифм»? Внимательнее вдумаемся в последнее слово-термин? Кем и когда, для каких целей использовался? Почитаем внимательно, например, учебник и вначале устно, а затем в тс/р ответим на вопросы: 1. Слово «логарифм» произошло от соединения двух греческих слов: λογος – отношение, άριθμοζ – число. Ввёл его шотландский барон Джон Непер (1550 – 1617). Он исходил при этом из идеи функциональной зависимости, представленной в виде двух шкал (см. рисунок). Что, по вашему мнению, изображено на этих шкалах? Одинаковые ли по длине отрезки на одной и той же шкале, почему? что бы это значило? на этих шкалах в их сравнении $[M_к, M_{к+1}]$ и $[m_к, m_{к+1}]$, почему?



2. Чем ещё в математике известны имена Дж. Непера, Симона Стевина, И. Кеплера? Как их работы были связаны с анализом

бесконечно малых, друг с другом и с идеей функциональной зависимости? Как удачно найденное слово превратилось в научный термин? Задание: напишите в тс/р обо всём вами понятом небольшую работу. Вернёмся к таблице и сделаем выводы…

Далее, опираясь на последнюю строку таблицы, постараемся понять: зачем и как появляется необходимость в таком фундаментальном понятии математики как функция…

Выскажите свою точку зрения, ваше понимание вопроса…

Список литературы

1. Блауберг И.В. Проблема целостности и системный подход. – М.: Эдиториал УРСС, 1997. – 448 с.

2. Жохов А.Л. Комплексно-интегративный подход к построению методических концепций // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: Збірник наукових праць. Вип. VII: В 3–х тт. – Кривий Ріг: Видавничий відділ НметАУ, Украина. 2008. – Том I: теорія та методика навчання математики. – С. 79–84.

3. Жохов А.Л. Формирование начал научного мировоззрения школьников при обучении математике. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2011. – 211 с.

4. Капіносов А.М., Білоусова Г.І. и др. Математика: Посібник для підготовки до зовнішньо незалежного оцінювання. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2011. – 400 с.

5. Кирносова О.А., Жохов А.Л. Некоторые возможности интегрирования знаний и умений студентов-математиков при изучении основ математического анализа [Текст] // Математика и физика…: материалы междунар. конфер. «Чтения Ушинского» физ.-матем. факультета. – Ч.II. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2011. – С. 12–20.

6. Наглядное моделирование в обучении математике: теория и практика: Учебное пособие / Под ред. Е.И. Смирнова. Ярославль: ИПК «Индиго», 2007. – 454 с.

7. Никольский С.М. Курс математического анализа: Учебник для вузов. – 6-е изд., стереотип. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. – 592 с.

8. Розин В.М. Методология: становление и современное состояние. Учебное пособие. – М.: Московский психолого-социальный институт, 2005. – 414 с.

References

1. Blauberg I.V. Problema tselostnosti i sistemnyy podkhod. M.: Editorial URSS, 1997. 448 p.

2. Zhokhov A.L. Kompleksno-integrativnyy podkhod k postroeniyu metodicheskikh kon-tseptsiy // Teoriya ta metodika navchannya matematiki, fiziki, informatiki: Zbirnik naukovikh prats. Vip. VII: V 3–kh tt. Kriviy Rig: Vidavnichiy viddil NmetAU, Ukraina. 2008. Tom I: teoriya ta metodika navchannya matematiki. pp. 79–84.

3. Zhokhov A.L. Formirovanie nachal nauchnogo mirovozzreniya shkolnikov pri obuche-nii matematike. Yaroslavl: Izd-vo YaGPU, 2011. 211 p.

4. Kapinosov A.M., Bilousova G.I. i dr. Matematika: Posibnik dlya pidgotovki do zov-nishno nezalezhnogo otsinyuvannya. Ternopil: Pidruchniki i posibniki, 2011. 400 p.

5. Kirnosova O.A., Zhokhov A.L. Nekotorye vozmozhnosti integrirovaniya znaniy i umeniy studentov-matematikov pri izuchenii osnov matematicheskogo analiza // Matematika i fizika…: materialy mezhdunar. konfer. «Chteniya Ushinskogo» fiz.-matem. fakulteta. Ch.II. Yaroslavl: Izd-vo YaGPU, 2011. pp. 12–20.

6. Naglyadnoe modelirovanie v obuchenii matematike: teoriya i praktika: Uchebnoe po-sobie / Pod red. E.I. Smirnova. Yaroslavl: IPK «Indigo», 2007. 454 p.

7. Nikolskiy S.M. Kurs matematicheskogo analiza: Uchebnik dlya vuzov. 6-e izd., ste-reotip. M.: FIZMATLIT, 2001. 592 p.

8. Rozin V.M. Metodologiya: stanovlenie i sovremennoe sostoyanie. Uchebnoe posobie. M.: Moskovskiy psikhologo-sotsial'nyy institut, 2005. 414 p.