

УДК 539.3

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ УПРУГИХ ВОЛН НАПРЯЖЕНИЙ В ДЕФОРМИРУЕМОЙ СРЕДЕ НА ПОВЕРХНОСТИ ПОЛУПЛОСКОСТИ ПРИ ВЗРЫВНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ В ОБЪЕКТЕ ХРАНЕНИЯ ОПАСНЫХ ВЕЩЕСТВ

Мусаев В.К.

МЭСИ, Москва, e-mail: musayev-vk@yandex.ru

Приводится некоторая информация моделирования нестационарных упругих волн в полуплоскости при взрывных воздействиях в объекте хранения опасных веществ. Для решения поставленной задачи применяются волновые уравнения механики деформируемого твердого тела. На основе метода конечных элементов в перемещениях разработаны алгоритм и комплекс программ для решения линейных плоских двумерных задач, которые позволяют решать задачи при нестационарных динамических воздействиях на сложные системы. При разработке комплекса программ использовался алгоритмический язык Фортран-90. Применяется квазирегулярный подход при аппроксимации исследуемой области. Приводится контурное напряжение в характерных точках свободной поверхности упругой полуплоскости.

Ключевые слова: нестационарные упругие волны, дифракция волн, волновые уравнения, динамика сплошных сред, распространение волн, волновая теория взрывной безопасности, взаимодействие с границами, полуплоскость, неотражающие граничные условия, объект хранения опасных веществ, сложные системы, алгоритмический язык Фортран-90, квазирегулярная аппроксимация, исследуемая область, напряжение на свободном контуре.

MODELING OF NON-STATIONARY ELASTIC STRESS WAVES IN A DEFORMABLE ENVIRONMENT ON THE SURFACE OF THE HALF-PLANE WITH AN EXPLOSIVE IMPACT IN THE OBJECT STORING HAZARDOUS SUBSTANCES

Musayev V.K.

MESI, Moscow, e-mail: musayev-vk@yandex.ru

Provides some information modeling non-stationary elastic waves in a half-plane with explosive effects in the object storing hazardous substances. To solve the tasks apply the wave equation in mechanics of deformable solids. Based on the finite element method in the movements of the developed algorithm and software package for solving linear flat two-dimensional problems, which allow us to solve problems with non-stationary dynamic effects on complex systems. When developing complex programs used algorithmic language Fortran-90. Applied quasi-regulated approach in approximating the study area. Is dual voltage characteristic points of the free surface of an elastic half-plane.

Keywords: non-stationary elastic waves, diffraction waves, wave equations, dynamics of continuous media, wave propagation, wave theory explosive safety, interaction with boundaries, a half-plane, non-reflecting boundary conditions, the object storing hazardous substances, complex systems, algorithmic language Fortran-90, quasi-regulated approximation, the study area, the voltage on the open circuit.

Постановка задачи при нестационарных волновых воздействиях

В настоящее время обеспечение безопасности уникальных объектов является приоритетной задачей фундаментальной и прикладной науки. В работах приведена информация о постановке и численной реализации нестационарных волновых задач механики деформируемого твердого тела [1–10]. Для решения задачи о моделировании упругих волн в деформируемых областях сложной формы рассмотрим некоторое тело Γ в прямоугольной декартовой системе координат XOY , которому в начальный момент времени $t=0$ сообщается механическое воздействие. Предположим, что тело Γ изготовлено из однородного изотропного материала, подчиняющегося упругому закону Гука при малых упругих деформациях.

Точные уравнения двумерной (плоское напряженное состояние) динамической теории упругости имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial X} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial Y} &= \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial X} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial Y} = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \\ (x, y) &\in \Gamma, \\ \sigma_x &= \rho C_p^2 \varepsilon_x + \rho (C_p^2 - 2C_s^2) \varepsilon_y, \\ \sigma_y &= \rho C_p^2 \varepsilon_y + \rho (C_p^2 - 2C_s^2) \varepsilon_x, \\ \tau_{xy} &= \rho C_s^2 \gamma_{xy}, \\ \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial X}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial Y}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial Y} + \frac{\partial v}{\partial X}, \\ (x, y) &\in (\Gamma \cup S), \end{aligned} \quad (1)$$

где σ_x, σ_y и τ_{xy} – компоненты тензора упругих напряжений; $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}$ – компоненты тензора упругих деформаций; u и v – составляющие вектора упругих перемещений вдоль осей OX и OY соответственно; ρ – плотность материала; $C_p = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\nu^2)}}$ – скорость продольной упругой волны; $C_s = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}}$ – скорость поперечной упругой волны; ν – коэффициент Пуассона; E – модуль упругости; $S (S_1 \cup S_2)$ – граничный контур тела Γ .

Систему (1) в области, занимаемой телом Γ , следует интегрировать при начальных и граничных условиях.

В работах [1–2, 8] приведена информация о моделировании нестационарных волн напряжений в деформируемых объектах при взрывных воздействиях.

Разработка методики и алгоритма

Для решения двумерной нестационарной динамической задачи математической теории упругости с начальными и граничными условиями (1) используем метод конечных элементов в перемещениях.

Принимая во внимание определение матрицы жесткости, вектора инерции и вектора внешних сил для тела Γ , записываем приближенное значение уравнения движения в теории упругости

$$\bar{N}\ddot{\bar{\Phi}} + \bar{K}\bar{\Phi} = \bar{R}, \quad \bar{\Phi}|_{t=0} = \bar{\Phi}_0, \quad \dot{\bar{\Phi}}|_{t=0} = \dot{\bar{\Phi}}_0, \quad (2)$$

где \bar{N} – диагональная матрица инерции; \bar{K} – матрица жесткости; $\bar{\Phi}$ – вектор узловых упругих перемещений; $\dot{\bar{\Phi}}$ – вектор узловых упругих скоростей перемещений; $\ddot{\bar{\Phi}}$ – вектор узловых упругих ускорений; \bar{R} – вектор внешних узловых упругих сил.

Интегрируя уравнение (2) конечноэлементным вариантом метода Галеркина, получим явную двухслойную конечноэлементную линейную схему в перемещениях для внутренних и граничных узловых точек

$$\begin{aligned} \ddot{\bar{\Phi}}_{i+1} &= \ddot{\bar{\Phi}}_i + \Delta t \bar{N}^{-1} (-\bar{K}\bar{\Phi}_i + \bar{R}_i), \\ \dot{\bar{\Phi}}_{i+1} &= \dot{\bar{\Phi}}_i + \Delta t \ddot{\bar{\Phi}}_{i+1}. \end{aligned} \quad (3)$$

Шаг по временной переменной координате Δt выбирается из следующего соотношения

$$\Delta t = 0,5 \frac{\min \Delta l_i}{C_p} \quad (i = 1, 2, 3, \dots), \quad (4)$$

где Δl_i – длина стороны конечного элемента.

На основе метода конечных элементов в перемещениях разработана методика, разработан алгоритм и составлен комплекс программ для решения двумерных линейных и нелинейных задач при различных начальных и граничных условиях, для областей сложной формы. Комплексы программ написаны на алгоритмическом языке Фортран-90.

В работах приведена информация о достоверности численного моделирования нестационарных волн напряжений в областях различной формы [5, 9–10].

Решение задачи о воздействии взрывной волны в объекте хранения опасных веществ

Рассмотрим задачу о воздействии нестационарной взрывной волны (рис. 2) в объекте хранения опасных веществ (рис. 1).

По нормали к контуру FGHI приложено нормальное напряжение σ_n , которое при $0 \leq n \leq 10$ ($n = t/\Delta t$) изменяется линейно от 0 до P , а при $10 \leq n \leq 20$ от P до 0 ($P = \sigma_0$). На контуре GF приложено нормальное напряжение σ_y ($\sigma_y = \sigma_0, \sigma_0 = 0,1$ МПа (1 кгс/см²)). На контуре HI приложено нормальное напряжение σ_y ($\sigma_y = \sigma_0, \sigma_0 = -0,1$ МПа (-1 кгс/см²)). На контуре FI приложено нормальное напряжение σ_x ($\sigma_x = \sigma_0, \sigma_0 = 0,1$ МПа (1 кгс/см²)). На контуре GH приложено нормальное напряжение σ_x ($\sigma_x = \sigma_0, \sigma_0 = -0,1$ МПа (-1 кгс/см²)). Граничные условия для контура JKLA при $t > 0$ $u = v = \dot{u} = \dot{v} = 0$. Отраженные волны от контура JKLA не доходят до исследуемых точек при $0 \leq n \leq 200$. Контур ABCDEJ свободен от нагрузок.

Расчеты проведены при следующих исходных данных: $H = \Delta x = \Delta y$; $\Delta t = 1,393 \times 10^{-6}$ с; $E = 3,15 \times 10^4$ МПа ($3,15 \times 10^5$ кгс/см²); $\nu = 0,2$; $\rho = 0,255 \times 10^4$ кг/м³ ($0,255 \times 10^{-5}$ кгс/см⁴); $C_p = 3587$ м/с; $C_s = 2269$ м/с. Исследуемая расчетная область имеет 14250 узловых точек. Решается система уравнений из 57000 неизвестных.

На рис. 4–6 показано изменение упругого контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ ($\bar{\sigma}_k = \sigma_k / |\sigma_0|$) во времени n в точках A1–A3 (рис. 3), находящихся на свободной поверхности упругой полуплоскости.

Растягивающее упругое контурное напряжение $\bar{\sigma}_k$ от точки A1 до точки A10 изменяется от значения $\bar{\sigma}_k = 0,2$ до значения $\bar{\sigma}_k = 0,326$. Сжимающее упругое контурное напряжение $\bar{\sigma}_k$ от точки A1 до точки A10 изменяется от значения $\bar{\sigma}_k = -0,191$ до значения $\bar{\sigma}_k = -0,259$.

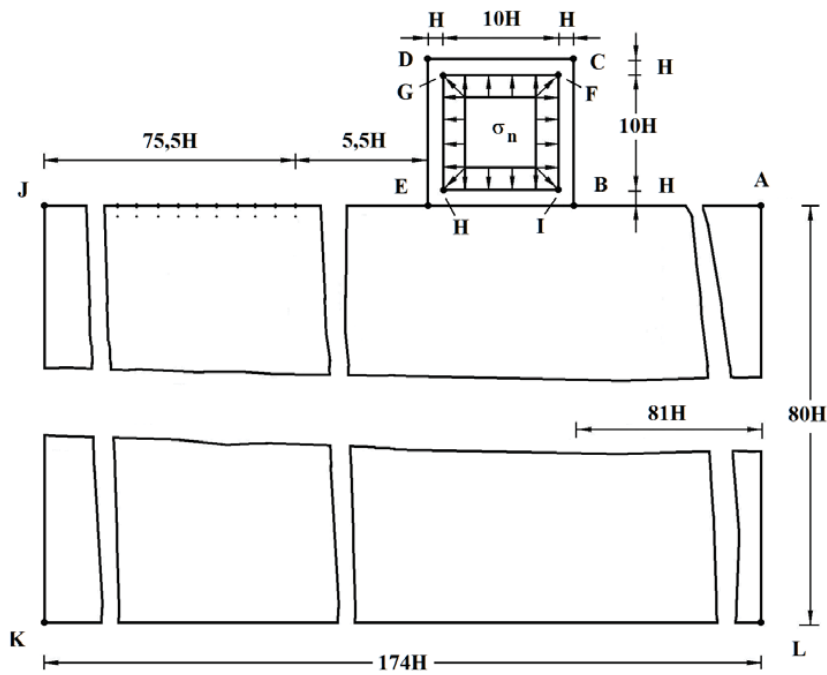


Рис. 1. Постановка задачи о воздействии упругой взрывной волны в объекте хранения опасных веществ

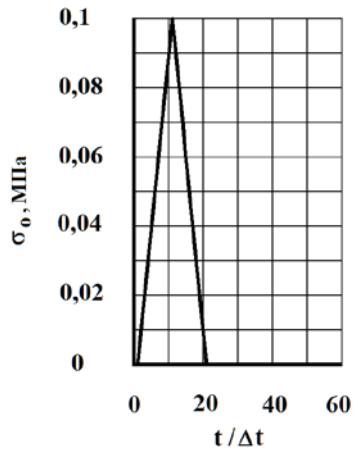


Рис. 2. Воздействие типа дельта функции для задачи

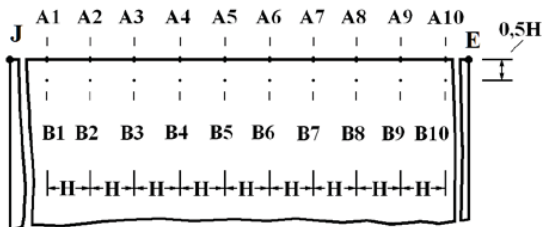


Рис. 3. Точки, в которых получены напряжения

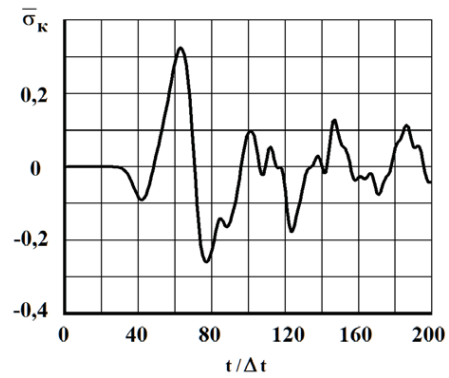


Рис. 4. Изменение упругого контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ во времени $t/\Delta t$ в точке A1

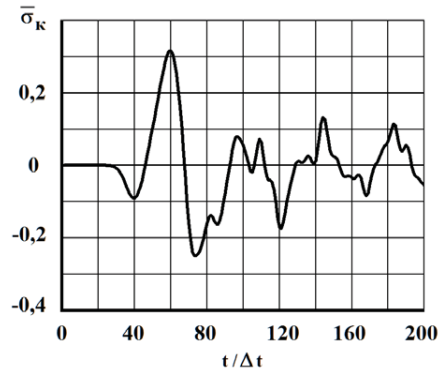


Рис. 5. Изменение упругого контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ во времени $t/\Delta t$ в точке A2

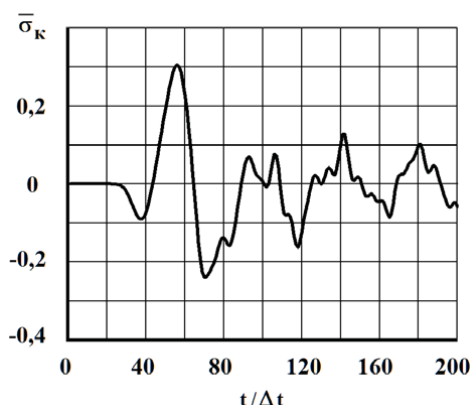


Рис. 6. Изменение упругого контурного напряжения $\bar{\sigma}_k$ во времени $t/\Delta t$ в точке A3

Растягивающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_x$ ($\bar{\sigma}_x = \sigma_x / |\sigma_0|$) от точки В1 до точки В10 изменяется от значения $\bar{\sigma}_x = 0,22$ до значения $\bar{\sigma}_x = 0,301$. Сжимающее упругое напряжение $\bar{\sigma}_x$ от точки В1 до точки В10 изменяется от значения $\bar{\sigma}_x = -0,178$ до значения $\bar{\sigma}_x = -0,204$.

Растягивающее упругое нормальное напряжение $\bar{\sigma}_y$ ($\bar{\sigma}_y = \sigma_y / |\sigma_0|$) от точки В1 до точки В10 изменяется от значения $\bar{\sigma}_y = 0,414$ до значения $\bar{\sigma}_y = 0,522$. Сжимающее упругое напряжение $\bar{\sigma}_y$ от точки В1 до точки В10 изменяется от значения $\bar{\sigma}_y = -0,174$ до значения $\bar{\sigma}_y = -0,233$.

Растягивающее упругое касательное напряжение $\bar{\tau}_{xy}$ ($\bar{\tau}_{xy} = \tau_{xy} / |\sigma_0|$) от точки В1 до точки В10 изменяется от значения $\bar{\tau}_{xy} = 0,071$ до значения $\bar{\tau}_{xy} = 0,073$. Сжимающее упругое касательное напряжение $\bar{\tau}_{xy}$ от точки В1 до точки В10 изменяется от значения $\bar{\tau}_{xy} = -0,073$ до значения $\bar{\tau}_{xy} = -0,114$.

Выводы

1. Для прогноза безопасности объекта хранения опасных веществ при взрывных воздействиях применяется численное моделирование.

2. На основе метода конечных элементов в перемещениях разработаны методика, алгоритм и комплекс программ для решения линейных двумерных плоских задач, которые позволяют решать сложные задачи при взрывных воздействиях на сооружения.

3. За основные неизвестные приняты два перемещения и две скорости перемещений в узле конечного элемента.

4. Задачи решаются с методом сквозного счета, без выделения разрывов.

5. Линейная динамическая задача с начальными и граничными условиями приве-

дена к системе линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с начальными условиями, которая решается по явной двухслойной схеме.

6. Решена задача о воздействии взрывной волны в объекте хранения опасных веществ.

7. Получены напряжения в точках на поверхности упругой полуплоскости около объекта хранения опасных веществ.

Список литературы

1. Мусаев В.К. Численное моделирование задачи о воздействии сосредоточенной взрывной волны на свободной поверхности упругой полуплоскости // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия проблемы комплексной безопасности. – 2007. – № 1. – С. 38–44.

2. Мусаев В.К. Численное моделирование в задачах об управлении упругим волновым напряженным состоянием сооружений с помощью полостей в виде прямоугольников при взрывных воздействиях // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия проблемы комплексной безопасности. – 2007. – № 2. – С. 59–69.

3. Мусаев В.К. Математическое моделирование безопасности защитного сооружения с упругим основанием при воздействии ударной волны от лавины // Проблемы безопасности российского общества. – 2014. – № 3–4. – С. 173–183.

4. Мусаев В.К. Математическое моделирование напряженного состояния технических объектов с помощью волновой теории сейсмической безопасности // Проблемы безопасности российского общества. – 2014. – № 3–4. – С. 206–218.

5. Мусаев В.К. О достоверности компьютерного моделирования нестационарных упругих волн напряжений в деформируемых телах сложной формы // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2014. – № 11. – С. 10–14.

6. Мусаев В.К. Определение упругих напряжений в плотине Койна с основанием с помощью волновой теории сейсмической безопасности // Успехи современного естествознания. – 2014. – № 12 (3). – С. 235–240; URL: www.rae.ru/use/?section=content&op=show_article&article_id=10003415 (дата обращения: 01.01.2015).

7. Мусаев В.К. Моделирование нестационарных упругих волн напряжений в деформируемых областях с помощью метода конечных элементов в перемещениях // Современные наукоемкие технологии. – 2014. – № 12 (1). – С. 28–32; URL: www.rae.ru/snt/?section=content&op=show_article&article_id=10003413 (дата обращения: 01.01.2015).

8. Мусаев В.К. Моделирование безопасности по несущей способности дымовых труб с основанием при взрыве атомной бомбы в Нагасаки // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2014. – № 12. – С. 198–203; URL: www.rae.ru/upfs/?section=content&op=show_article&article_id=6297 (дата обращения: 01.01.2015).

9. Мусаев В.К. О достоверности компьютерного моделирования нестационарных упругих волн напряжений в деформируемых телах сложной формы // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2014. – № 11. – С. 10–14; URL: www.rae.ru/upfs/?section=content&op=show_article&article_id=6064 (дата обращения: 01.01.2015).

10. Мусаев В.К. Математическое моделирование отражения нестационарных упругих волн напряжений в виде треугольного импульса от свободной поверхности пластинки / В.К. Мусаев, С.В. Ситник, А.А. Тарасенко, В.Г. Ситник, М.В. Зюбина // Фундаментальные исследования. – 2014. – № 11–11. – С. 2375–2379; URL: www.rae.ru/fs/?section=content&op=show_article&article_id=10005217 (дата обращения: 01.01.2015).