УДК 629

ПРИНЦИПЫ ФОРМИРОВАНИЯ СТРУКТУРНЫХ СОСТОЯНИЙ ИЗ ФРАКТАЛЬНЫХ КОМПОНЕНТ С УЧЕТОМ ПОЛУГРУППОВЫХ СВОЙСТВ МНОЖЕСТВА СООТВЕТСТВУЮЩИХ 1D ГЕНЕРАТОРОВ

Иванов В.В.

ФГУП ОКТБ «ОРИОН», Новочеркасск, e-mail:valivanov11@mail.ru

Обсуждаются принципы формирования структурных состояний из фрактальных компонент с учетом полугрупповых свойств множества соответствующих им 1D генераторов.

Ключевые слова: структурное состояние, модуль, генератор, фрактальная структура

PRINCIPLES OF STRUCTURAL STATES FORMING FROM FRACTAL COMPONENTS WITH ACCOUNT OF SEMIGROUP QUALITIES OF THE CORRESPONDING 1D GENERATORS MULTITUDE

Ivanov V.V.

ФГУП ОКТБ «ОРИОН», Новочеркасск, e-mail:valivanov11@mail.ru

The general principles of structural states forming from fractal components with account of semigroup qualities of the corresponding 1D generators multitude are discussed.

Keywords: structural state, module, generator, fractal structure

Основные классы возможных структурных состояний локальной структуры в ячейке структурированного 3D пространства определяются вариативностью реализации состояний транзитивной области в ее объеме [1-6]. В общем случае будем считать, что структурное состояние транзитивной области может быть обусловлено как кристаллическими компонентами r модулярной структуры R^3, так и ее возможными наноразмерными n и фрактальными f компонентами [4-19]. Кристаллическая компонента r модулярной структуры R^3 определяется как с помощью дискретной группы трансляций $\{t_i\}$, так и с помощью непрерывной группы трансляций $\{t_i\}$ (i = 1, 2, 3) [20-22]. Фрактальная компонента f структуры R^3 определяется как i-модулярная гибридная структура (в общем случае i = 1, 2, 3) с помощью соответствующих своих генераторов (точечных, линейчатых, поверхностных или их возможных комбинаций) [13-17, 19-24]. Наноразмерная компонента n структуры определяется с помощью дискретной группы трансляций $\{t_i\}$ нанообъектов (нульмерных структурных фрагментов, наночастиц) [25-31].

Проанализируем вероятные структурные состояния детерминистических модулярных структур с фрактальной компонентой в 3D пространстве. С учетом характера элементов группы трансляций, а также возможных топологических размерностей модулей фрактальных структур могут быть получены основные классы вероятных структурных состояний локальной транзитивной области структурированного 3D пространства [4-8] (таблица).

Основные классы структурных состояний локальной транзитивной области структурированного 3D пространства

Структурное состояние	Классы структурных состояний		Условное обозначение класса
	Разновидности	Наименование	
$(\rho_1\ \rho_2\ \phi)$	$(\tau_1\ \tau_2\ \phi)$	Точечный фрактальный	ПФ
	$(\tau_1\ t_2\ \phi)$ $(t_1\ \tau_2\ \phi)$	Точечно-линейчатые фрактальные	ПΛФ
	$(t_1\ t_2\ \phi)$	Линейчатый фрактальный	ΛФ
$(\rho\ \nu\ \phi_3)$	$(\tau_1\ \nu\ \phi_3)$	Точечный нанофрактальный	ПNФ
	$(t_1\ \nu\ \phi_3)$	Линейчатый нанофрактальный	ΛNФ
$(\rho_1\ \phi_2\ \phi_3)$	$(\tau_1\ \phi_2\ \phi_3)$	Точечный фрактальный гибридный	ПФГ
	$(t_1\ \phi_2\ \phi_3)$	Линейчатый фрактальный гибридный	LFG
$(n_1\ n_2\ f_3)$	$(n_1\ n_2\ f_3)$	Нанофрактальный	NF
$(n_1\ f_2\ f_3)$	$(n_1\ f_2\ f_3)$	Нанофрактальный гибридный	NFG
$(f_1\ f_2\ f_3)$	$(f_1\ f_2\ f_3)$	Фрактальный гибридный	FG

Примечание. r, n и f – кристаллическая, наноразмерная и фрактальная компоненты структурного состояния; t и t – дискретная и непрерывная трансляции как виды реализации генератора кристаллической компоненты.

Обсудим основные принципы формирования структурных состояний из фрактальных компонент с учетом полугрупповых свойств множества соответствующих им 1D генераторов.

Будем рассматривать фрактальную топологию объектов FG класса в геометрическом 3D пространстве. В соответствии с представлениями теории фрактальных множеств [32, 33] можно высказать следующее.

1. В рамках инъективного подхода – если $S_I \ldots S_N$ – набор сжимающих отображений метрического 3D пространства со структурой F на себя, то найдется единственная компактная фрактальная структура $F^{(3)}$, такая что

$$F^{(3)} = S_I(F)\ \chi \ldots \chi\ S_N(F),$$

а отображение

$$S_i(F_i) = F_{i+1} = \mathrm{Im}F_i \supset F_i.$$

2. В рамках сюръективного подхода – если $S_I \ldots S_N$ – набор растягивающих отображений части 3D пространства (генератора G) на полное метрическое 3D пространство, то найдется единственная бесконечная фрактальная структура $F^{(3)}$, такая что

$$F^{(3)} = S_I(G)\ \chi \ldots \chi\ S_N(G),$$

а отображение

$$S_i(G_i) = G_{i+1} = \mathrm{Im}G_i \subset G_i.$$

В обоих подходах при конечном числе итераций формируются предфракталы, каждый из которых состоит из самоподобных модулей. Однако только при сюръективном формировании предфракталов процесс их образования аналогичен росту фрактальных структур из одинаковых модулей, размеры которых коррелируют с размерами молекул, атомных кластеров, наночастиц и других атомных ассоциатов [20,21]. Естественное условие-ограничение в этом случае – максимальный размер лакунарных полостей, при значениях которых квазифрактальная структура еще может соответствовать реальному физическому фракталу химической природы. При инъективном подходе аналогичным условием-ограничением для модулярного предфрактала служит то минимальное межмодульное расстояние, которое еще не меньше размера минимальной структурной единицы – атома вещества [21].

Отметим, что из десяти классов структурных состояний локальной транзитивной области структурированного 3D пространства только три состояния (PFG, LFG, NFG) реализуются из двух ориентационно независимых фрактальных компонент и характеризуют гибридные фрактальные структуры (табл. 1).

Рассмотрим структурные состояния с максимальным количеством фрактальных компонент ($f_1\ f_2\ f_3$) класса FG. В общем случае 3D генератор формирования фрактальной структуры $F^{(3)}$ в ячейке с реперами (a,b,c) ортогонального 3D пространства может быть сложным (составным). Он может быть представлен как результат совместного действия трех 1D генераторов Gen(a), Gen(b), Gen(c) разного вида. Для формирования простой фрактальной структуры в пространственной ячейке в форме параллелепипеда необходимо, чтобы для образующих ее 1D генераторов выполнялись следующие условия:

1) множество генераторов {Gen(i)} (Gen(a), Gen(b), Gen(c)) должно обладать свойствами мультипликативной полугруппы Gen = (Gen, *), т.е. подчиняться аддитивному закону

$$\mathrm{Gen}(a) * (\mathrm{Gen}(b) * \mathrm{Gen}(c)) = \\ = (\mathrm{Gen}(a) * \mathrm{Gen}(b)) * \mathrm{Gen}(c);$$

2) для любых пар 1D генераторов из множества {Gen(i)} должно быть задано множество отображений {j} таких, что

$$(\mathrm{Gen}(a)\ \mathrm{o}\ (\mathrm{Gen}(b))\ j_{ab} = \\ = (\mathrm{Gen}(a)\ j_{ab}) * ((\mathrm{Gen}(b)\ j_{ab}),$$

$$(\mathrm{Gen}(a)\ \mathrm{o}\ (\mathrm{Gen}(c))\ j_{ac} = \\ =(\mathrm{Gen}(a)\ j_{ac}) * ((\mathrm{Gen}(c)\ j_{ac}),$$

$$(\mathrm{Gen}(b)\ \mathrm{o}\ (\mathrm{Gen}(c))\ j_{bc} = \\ = (\mathrm{Gen}(b)\ j_{bc}) * ((\mathrm{Gen}(c)\ j_{bc}),$$

а при условии, что {j} – множество инъективных отображений {Gen(i)} в полугруппу E = (E, o) ячейки, отображения φ суть изоморфизмы (или вложения), а полугруппа

$$E = \mathrm{Im}(\Pi\mathrm{Gen}(i))$$

суть изоморфный образ результата отображения

$$(\mathrm{Gen}(a)\ \mathrm{o}\ (\mathrm{Gen}(b)\ \mathrm{o}\ \mathrm{Gen}(c))\ \varphi_{abc};$$

3) операция *, заданная на множестве {Gen(i)}, должна быть ассоциативной, т.е.

$$\mathrm{Gen}(a) * (\mathrm{Gen}(b) = \mathrm{Gen}(a) \cdot (\mathrm{Gen}(b),$$

$$\mathrm{Gen}(a) * (\mathrm{Gen}(c) = \mathrm{Gen}(a) \cdot (\mathrm{Gen}(c),$$

$$\mathrm{Gen}(b) * (\mathrm{Gen}(c) = \mathrm{Gen}(b) \cdot (\mathrm{Gen}(c),$$

а полугруппа (Gen, •) двойственна к полугруппе (Gen, *) (антиизоморфна);

4) множество $\{\mathrm{El\ Gen}_j(i)\}$ (множество элементов генераторов) непустых подмножеств множества 1D генераторов {Gen(i)} есть покрытие этого множества генераторов, если

$$\mathrm{Gen}(i) = \cup\{\mathrm{El\ Gen}_j(i)\},$$

5) покрытия $\{\mathrm{El\ Gen}_j(i)\}$ некоторого множества 1D генераторов есть соответствующие разбиения для каждого i = a, b или c, если

$$\{\mathrm{El\ Gen}_j(i)\} \cap \{\mathrm{El\ Gen}_k(i)\} = \varnothing \text{ при } j \neq k;$$

6) два разных 1D генератора или их предфракталы соответствующих поколений $\mathrm{Gen}_j^{(n)}(i)$ и $\mathrm{Gen}_k^{(n')}(i)$ (при n ≠ n') структурно совместимы для каждого репера i = a, b или c, если два множества соответствующих им элементов

$$\{\mathrm{El\ Gen}_j^{(n)}(i)\} \sim \{\mathrm{El\ Gen}_k^{(n')}(i)\}$$

есть изоморфные разбиения и элементы этих двух разбиений находятся во взаимно однозначном соответствии;

7) 1D генераторы комплексного 2D генератора или их предфракталы соответствующих поколений $\mathrm{Gen}_j^{(n)}(i)$ и $\mathrm{Gen}_k^{(n')}(i')$ (при n ¹ n') для двух разных ортогональных реперов i ≠ i' (a и b, a и c или b и c) структурно совместимы, если множества соответствующих им элементов образуют пары ($\mathrm{El\ Gen}_j^{(n)}(i)$, $\mathrm{El\ Gen}_k^{(n')}(i')$), а множество всех пар есть прямое произведение множеств $\{\mathrm{El\ Gen}_j^{(n)}(i)\}$ и $\{\mathrm{El\ Gen}_k^{(n')}(i')\}$, т.е.

$$\{\{\mathrm{El\ Gen}_j^{(n)}(i)\}, \{\mathrm{El\ Gen}_j^{(n)}(i), \mathrm{El\ Gen}_k^{(n')}(i')\}\} = \\ = \mathrm{El\ Gen}_j^{(n)}(i) \times \mathrm{El\ Gen}_k^{(n')}(i');$$

8) 1D генераторы комплексного 3D генератора или их предфракталы соответствующих поколений $\mathrm{Gen}_j^{(n)}(a)$, $\mathrm{Gen}_j^{(n')}(b)$ и $\mathrm{Gen}_k^{(n'')}(c)$ (в общем случае при n ¹ n' ¹ n'') структурно совместимы, если множество последовательностей соответствующих им элементов есть прямое произведение множеств $\{\mathrm{ElGen}_j^{(n)}(a)\}$, $\{\mathrm{ElGen}_k^{(n')}(b)\}$ и $\{\mathrm{ElGen}_k^{(n'')}(c)\}$, т.е.

$$\{\{\mathrm{ElGen}_j^{(n)}(a)\}, \{\mathrm{ElGen}_j^{(n)}(a), \mathrm{ElGen}_k^{(n')}(b)\}, \\ \{\mathrm{ElGen}_j^{(n)}(a), \mathrm{ElGen}_j^{(n)}(b), \mathrm{ElGen}_k^{(n'')}(c)\}\} = \\ = \mathrm{El\ Gen}_j^{(n)}(a) \times \mathrm{El\ Gen}_k^{(n')}(b) \times \mathrm{El\ Gen}_k^{(n'')}(c).$$

Отметим, что условия (4) – (8) для множества 1D генераторов уточняют ограничения, представленные в виде условий (1) – (3): множество инъективных отображений {Gen(i)} в полугруппу E = (E, o) ячейки должно быть не только изоморфным образом результата отображения Im(ΠGen(i)), но и прямым произведением их разбиений ΠElGen(i). Все восемь условий относятся к генераторам одной пространственной ячейки, характеризующей элементарную ячейку детерминистической фрактальной структуры. Если элементарная ячейка фрактальной структуры содержит две и более пространственные ячейки, то должно выполняться следующее условие:

9) совокупности 1D генераторов или их предфракталов соответствующих поколений $\mathrm{SGen}_j^{(n)}(i)$ и $\mathrm{SGen}_k^{(n')}(i)$ (при n ≠ n') структурно совместимы для каждого репера i = a, b или c пространственной ячейки внутри периода идентичности структуры, если две группы множеств соответствующих им элементов

$$\Sigma\{\mathrm{El\ Gen}_j^{(n)}(i)\} \sim \Sigma\{\mathrm{El\ Gen}_k^{(n')}(i)\}$$

есть изоморфные разбиения и элементы этих двух групп разбиений находятся во взаимно однозначном соответствии

10) 1D генераторы комплексного 2D генератора или их предфракталы соответствующих поколений $\mathrm{Gen}_j^{(n)}(i)$ и $\mathrm{Gen}_k^{(n')}(i')$ (при n ≠ n') структурно совместимы для двух разных ортогональных реперов i ≠ i' (a и b, a и c или b и c) пространственной ячейки внутри периода идентичности структуры, если множества соответствующих им элементов образуют пары ($\Sigma\mathrm{El\ Gen}_j^{(n)}(i)$, $\Sigma\mathrm{El\ Gen}_k^{(n')}(i')$), а множество всех пар есть прямое произведение множеств $\Sigma\{\mathrm{El\ Gen}_j^{(n)}(i)\}$ и $\Sigma\{\mathrm{El\ Gen}_k^{(n')}(i')\}$, т.е.

$$\{\Sigma\{\mathrm{El\ Gen}_j^{(n)}(i)\}, \{\Sigma\mathrm{El\ Gen}_j^{(n)}(i), \Sigma\mathrm{El\ Gen}_k^{(n')}(i')\}\} = \\ = \Sigma\mathrm{El\ Gen}_j^{(n)}(i) \times \Sigma\mathrm{El\ Gen}_k^{(n')}(i');$$

11) 1D генераторы комплексного 3D генератора или их предфракталы соответствующих поколений $\Sigma\mathrm{Gen}_j^{(n)}(a)$, $\Sigma\mathrm{Gen}_j^{(n')}(b)$ и $\Sigma\mathrm{Gen}_k^{(n'')}(c)$ (в общем случае при n ≠ n' ≠ n'') структурно совместимы, если множество последовательностей соответствующих им групп элементов есть прямое произведение множеств $\Sigma\{\mathrm{ElGen}_j^{(n)}(a)\}$, $\Sigma\{\mathrm{ElGen}_k^{(n')}(b)\}$ и $\Sigma\{\mathrm{ElGen}_k^{(n'')}(c)\}$, т.е.

$$\{\Sigma\{\mathrm{ElGen}_j^{(n)}(a)\}, \{\Sigma\mathrm{ElGen}_j^{(n)}(a), \Sigma\mathrm{ElGen}_k^{(n')}(b)\}, \{\Sigma\mathrm{ElGen}_j^{(n)}(a), \Sigma\mathrm{ElGen}_j^{(n)}(b), \Sigma\mathrm{ElGen}_k^{(n'')}(c)\}\} = \\ = \Sigma\mathrm{El\ Gen}_j^{(n)}(a) \times \Sigma\mathrm{El\ Gen}_k^{(n')}(b) \times \Sigma\mathrm{El\ Gen}_k^{(n'')}(c).$$

На основании изложенного выше сформулируем следующие основные принципы формирования простых фракталов.

1. Принцип модулярного строения регулярных фрактальных структур: Любая регулярная фрактальная структура может быть представлена из одинаковых минимальных модулей, строение и форма которых содержит структурную информацию как о самой фрактальной структуре, так и о любом ее предфрактале [20, 21]. Такие модули выполнят функцию генератора G º F_1 модулярной фрактальной структуры и, в частности, любого ее предфрактала n-го поколения: F_n (F_1), где n – количество итераций.

2. Принцип иерархии модулей самоподобных регулярных фрактальных структур: Самоподобная регулярная фрактальная структура может быть представлена как модулярная из любых ее предфракталов [20, 21]. В частности, модулярное строение каждого предфрактала n–го поколения F_n может быть представлено модулями – предфракталами всех предыдущих поколений: F_n (F_{n-1} (F_{n-2} (F_{n-3}… (F_1)…))), а сами модули классифицируются по сложности в иерархической последовательности:

$$F_n \subset F_{n-1} \subset F_{n-2} \subset F_{n-3} \subset \ldots \subset F_1.$$

3. Принцип детерминистичности инъективно полученных фрактальных структур: Упорядоченное множество идентичных фрактальных структур, полученных инъективным способом в единичной ячейке структурированного пространства, представляет собою детерминистическую фрактальную структуру. В соответствии с принципом иерархии модулей фрактал F_n, полученный инъективным способом, включает в себя множество предфракталов $\{F_{(i)}\}$ ($i < n$) и занимает с ними одну и ту же ячейку структурированного пространства. Для каждого i-го поколения предфракталы $F_{(i)}$ могут быть упорядочены в пространстве в соответствии с собственной локальной симметрией с помощью элементов симметрии дискретной группы трансляций $T(t_1,t_2,t_3)$ ячеистого 3D пространства [21].

4. Принцип неограниченного роста (эволюционирования) сюръективно получаемых фрактальных структур: При итерировании генератора фрактала сюръективным способом фрактальная структура неограниченно эволюционирует из инициальной ячейки в окружающее ячеистое пространство в соответствии со своим коэффициентом подобия. При сюръективном итерировании генератора GenF(K) º F_1(K) фрактальной структуры F(K), где K – коэффициент подобия, происходит «захват» новых пространственных ячеек таким образом, что «объем» каждого предфрактала n-го поколения с учетом лакунарного пространства возрастает по сравнению с «объемом» предфрактала предыдущего поколения в (1/K) раз. Общее количество пространственных ячеек, занятых предфрактальной структурой F_n(K), может быть определено по следующей формуле: $N(n) = K^{-(Dn/2)}$, где D – размерность пространства существования фрактала [21].

Следующие принципы сформулированы с учетом некоторых полугрупповых свойств непустого множества фракталобразующих 1D генераторов и имеют отношение к формированию локальной транзитивной области в ячейке структурированного 3D пространства.

5. Принцип структурной совместимости 1D генераторов для получения внутри пространственной ячейки соответствующего инъективного отображения как результат прямого произведения их разбиений.

6. Принцип изоморфного отношения между множеством 1D генераторов и соответствующего ему инъективного отображения. Для заданного множества структурно совместимых 1D генераторов {Gen(i)} реализуется одна и только одна локальная транзитивная 2D область:

$$\mathrm{Tr}[\mathrm{Gen}(a),\mathrm{Gen}(b)],\ \mathrm{Tr}[\mathrm{Gen}(a),\mathrm{Gen}(c)] \text{ или } \mathrm{Tr}[\mathrm{Gen}(b),\mathrm{Gen}(c)].$$

7 Принцип идентичности любых изоморфных образов фрактальной структуры, полученной из множества попарно коммутирующих 1D генераторов. Для заданного множества структурно совместимых 1D генераторов {Gen(i)} реализуется одна и только одна локальная транзитивная 3D область, а ее формирование не зависит от последовательности реализации трех возможных транзитивных 2D областей, т.е.

$$\begin{aligned}&\mathrm{Tr}[\mathrm{Gen}(a),\mathrm{Gen}(b),\mathrm{Gen}(c)] =\\ &=\mathrm{Tr}[\mathrm{Tr}[\mathrm{Gen}(a),\mathrm{Gen}(b)],\mathrm{Gen}(c)] =\\ &=\mathrm{Tr}[\mathrm{Tr}[\mathrm{Gen}(a),\mathrm{Gen}(c)],\mathrm{Gen}(b)] =\\ &=\mathrm{Tr}[\mathrm{Tr}[\mathrm{Gen}(b),\mathrm{Gen}(c)],\mathrm{Gen}(a)].\end{aligned}$$

8. Принцип ассоциативности бинарной операции любых пар антиизоморфных полугрупп для 1D генераторов из множества образующих фрактал генераторов.

9. Принцип структурной совместимости совокупностей 1D генераторов для получения внутри пространственных ячеек,

составляющих объем элементарной ячейки фрактальной структуры, соответствующего инъективного отображения как результата прямого произведения разбиений совокупностей этих генераторов.

Данные о структурных состояниях в 3D пространстве рассматривались как возможные абстракции конфигураций межфазных границ и распределения фаз в объеме антифрикционных композиционных материалов и покрытий в процессе их формирования и последующего трибологического воздействия. Сформулированные выше принципы положены в основу моделей формирования детерминистических фрактальных структур, упорядоченных в 2D пространстве множеств и мультимножеств замкнутых фрактальных кривых и использованы при целенаправленном поиске и интерпретации трибологических свойств поверхности композиционных материалов и покрытий [22-24, 34–45], свойств электрохимически активных материалов [46-49] и анодных покрытий [50-53].

Список литературы

1. Иванов В.В. // Успехи соврем. естествознания, 2013. – №11. – С.61-65.
2. Иванов В.В. // Соврем. наукоемкие технологии. 2013. – №.9 – С.89-93.
3. Иванов В.В. // Междунар. науч.-иссл. журнал, 2013. – №7-1. – С.26-28.
4. Иванов В.В., Таланов В.М. // Успехи соврем. естествознания, 2013. – №.12. – С.56-60.
5. Иванов В.В., Таланов В.М. // Успехи соврем. естествознания, 2014. – №.1. – С.29-33.
6. Иванов В.В. // Успехи соврем. естествознания, 2014. – №.4. – С.105-108.
7. Иванов В.В. // Соврем. наукоемкие технологии. 2013. №.5. С.29-31.
8. Иванов В.В. // Успехи соврем. естествознания, 2013. №8. С.136-137.
9. Иванов В.В. // Успехи соврем. естествознания, 2013. №8. С.134-135.
10. Иванов В.В. // Успехи соврем. естествознания, 2013. – №8. – С.129-130.
11. Дерлугян П.Д., Иванов В.В., Иванова И.В., и др. // Соврем. наукоемкие технологии. 2013. – №.10. – С.158-160.
12. Дерлугян П.Д., Иванов В.В., Иванова И.В., и др. // Соврем. наукоемкие технологии. 2013. – №.10. – С.161-163.
13. Иванов В.В. // Междунар. науч.-иссл. журнал, 2013. -№7-1. – С.28-30.
14. Иванов В.В. // Междунар. науч.-иссл. журнал, 2013. – №7-1. – С.31-33.
15. Иванов В.В. // Междунар. науч.-иссл. журнал, 2013. – №7-1. – С.30-31.
16. Иванов В.В. // Междунар. науч.-иссл. журнал, 2013. – №7-1. – С.33-35.
17. Иванов В.В. // Междунар. науч.-иссл. журнал, 2013. -№8-1. – С.25-27.
18. Дерлугян П.Д., Иванов В.В., Иванова И.В., и др. // Соврем. наукоемкие технологии. 2013. – №.9. – С.86-88.
19. Иванов В.В. // Междунар. журнал прикладных и фундаментальных исследований, 2013. №10(3). – С.493-494.
20. Иванов В.В., Таланов В.М. // Успехи соврем. естествознания, 2012. – №3. – С.56-57.
21. Иванов В.В. // Междунар. науч.-иссл. журнал, 2013. – №7-1. – С.35-37.
22. Иванов В.В. Комбинаторное моделирование вероятных структур неорганических веществ. Ростов-на-Дону: Изд-во СКНЦ ВШ, 2003. – 204с.
23. Иванов В.В., Щербаков И.Н. Моделирование композиционных никель-фосфорных покрытий с антифрикционными свойствами. – Ростов н/Д: Изд-во журн. «Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион», 2008. – 112 с.
24. Щербаков И.Н., Иванов В.В., Логинов В.Т. и др. Химическое наноконструирование композицонных материалов и покрытий с антифрикционными свойствами. Ростов н/Д: Изд-во журн. «Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Техн. науки», 2011. 132с.
25. Иванов В.В. // Междунар. журнал прикладных и фундаментальных исследований, 2013. №10(3). – С.493.
26. Дерлугян П.Д., Иванов В.В., Иванова И.В., и др. // Соврем. наукоемкие технологии. 2013. – №.4. – С.26-29.
27. Дерлугян П.Д., Иванов В.В., Иванова И.В., и др. // Соврем. наукоемкие технологии. 2013. – №.4. – С.30-33.
28. Дерлугян П.Д., Иванов В.В., Иванова И.В., и др. // Соврем. наукоемкие технологии. 2013.- №.5. – С.25-28.
29. Иванов В.В. // Успехи соврем. естествознания, 2013. – №7. – С.82-84.
30. Иванов В.В. // Успехи соврем. естествознания, 2013. – №.7 – С.85-87.
31. Иванов В.В. // Успехи соврем. естествознания, 2013. – №.8 – С.131-133.
32. Бурбаки Н. Теория множеств. – М.: Мир. 1965. – 455 с.
33. Биркгоф Г., Барти Т. Современная прикладная алгебра. – М.: Мир, 1976. – 400 с.
34. Иванов В.В., Арзуманова А.В., Иванов А.В., Балакай В.И. // Журн. прикладной химии, 2006. – Т.79. – Вып.4. – С.619-621.
35. Кукоз Ф.И., Балакай В.И., Иванов В.В., и др. // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Техн. науки. – Спецвыпуск. – 2007. – С.94-99.
36. Кукоз Ф.И., Иванов В.В., Балакай В.И., и др. // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Техн. науки. – 2007. – № 5. – С. 56-58.
37. Кукоз Ф.И., Иванов В.В., Балакай В.И., Христофориди М.П. // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Техн. науки. – 2008. – № 4. – С. 123-128.
38. Иванов В.В., Курнакова Н.Ю., Арзуманова А.В., и др. // Журн. прикладной химии, 2008. – Т.81. – Вып. 12. – С.2059-2061.
39. Иванов В.В., Арзуманова А.В., Балакай И.В., Балакай В.И. // Журн. прикладной химии, 2009. – Т.82. – Вып. 5. – С.797-802.
40. Балакай В.И., Иванов В.В., Сметанкин Г.П., Мурзенко К.В. // Вестник Всероссийского научно-исследовательского и проектно-конструкторского института электровозостроения, 2013. – Вып.2 (66). – С.121-128.
41. Бырылов И.Ф., Иванов В.В. // Междунар. журнал прикладных и фундаментальных исследований, 2013. №11(2). – С.136-137.
42. Бырылов И.Ф., Иванов В.В. // Междунар. журнал прикладных и фундаментальных исследований, 2013. №11(2). – С.137-138.
43. Иванов В.В., Щербаков И.Н. // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Техн. науки. – 2011. – №3. – С.54-57.
44. Иванов В.В., Щербаков И.Н. // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Техн. науки. – 2011. – №5. – С.47-50.
45. Дерлугян П.Д., Иванов В.В., Иванова И.В. и др. // Соврем. наукоемкие технологии. 2013.- №.5. – С.21-24.
46. Езикян В.И., Ерейская Г.П., Иванов В.В. и др. // Изв. АН СССР. Неорган. материалы. 1989. Т.25, №5. С.795-798.
47. Ходарев О.Н., Филимонов Б.П., Ерейская Г.П., Иванов В.В. // Электрохимия. 1991. Т.27, №8. С.1046-1049.
48. Иванов В.В., Ерейская Г.П., Езыкян В.И. и др. // Электрохимия. 1992. Т.28, №3. С.468-471.
49. Иванов В.В. // Междунар. науч.-иссл. журнал, 2013. -№8-1. – С.72-73.
50. Иванов В.В., Беспалова Ж.И., Смирницкая И.В., и др. // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки. – 2008. – Спецвыпуск: Проблемы электрохимии и экологии – С. 52-56.
51. Беспалова Ж.И., Иванов В.В., Смирницкая И.В., и др. // Журн. прикладной химии, 2010. – Т.83. – Вып.2. – С.244-248.
52. Беспалова Ж.И., Иванов В.В., Смирницкая И.В., и др. // Журн. прикладной химии, 2010. – Т.83. – Вып.5. – С.779-782.
53. Иванов В.В. // Междунар. науч.-иссл. журнал, 2013. – №8-1. – С.70-71.