ления в условиях ограниченного времени и соревнования [2]. При этом игра имеет как конвергентную, так и дивергентную продуктивность с целью получения оценочного суждения о логичности (правильности) заданной ситуации, точности ответа или найденного решения. И в этом смысле мы разделяем точку зрения А.И. Савенкова о том, что процессе игры реализуется главная цель исследовательского обучения: «формирование у учащегося готовности и способности самостоятельно, творчески осваивать и перестраивать новые способы деятельности в любой сфере человеческой культуры» [3].

Реализуя обозначенные идеи в образовательной практике КГПУ им. В.П. Астафьева при обучении будущих учителей математики, мы убедились, что активное включение студентов в поиск, исследование и решение значимых для них профессиональных проблем в процессе интеллектуальной игры способствует становлению и развитию их исследовательской инициативности, восприимчивости к новому. Кроме того, благодаря участию в такого рода форме организации научно-исследовательской деятельности студент приобретает опыт по организации педагогического сопровождения исследовательской деятельности учащихся. Поскольку педагог, работающий в традиционном репродуктивном режиме, убежден, что нельзя научить ребенка тому, чего не знаешь сам. Исследуя же проблему с учащимся совместно в процессе игры, можно приобретать знания вместе с ним, помогая друг другу, открывая, в том числе и для себя новые горизонты. В заключении хочется обратить внимание, что при разработке содержания игр важно, чтобы они основывались на профессионально ориентированном материале.

Список литературы

1. Данилов И.П., Сюров Р.В. Разработка системы качества научных исследований в вузе // Качество. Инновации. Образование. 2003. № 1. С. 43–45.

2. Кутас Э.А. Интеллектуальные игры как одна из форм игровой деятельности молодежи. – Минск: БГУ, 2011. – 145 с.

3. Савенков А.И. Путь в неизведанное: развитие исследовательских способностей школьников. – М.: Генезис, 2005. – 203 с.

Физико-матеметические науки

УСЛОВНАЯ КОРРЕКТНОСТЬ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ АКУСТИКИ

Тюлепбердинова Г.А., Абишева А.Ж.

РГП «Казахский национальный педагогический университет им. Абая», Алматы, e-mail: tyulepberdinova@mail.ru

Рассматривается динамическая обратная задача для уравнения акустики. Для применения градиентного метода Ландвебера, разрабатывается вычислительные методы решения нелинейной обратной задачи акустики. Доказываем условную устойчивость решения системы нелинейных уравнений Вольтерра [1] и определям константы устойчивости (постоянные Липшица).

Определение 1. (Класс решений обратной задачи). Будем говорить, что $\sigma(x) \in \Sigma(l, M_\sigma, c_0, \rho_0, \sigma_*)$, если $\sigma(x)$ удовлетворяет следующим условиям [5]:

$$\sigma(x) \in H^1(0,l), \ \|\sigma\|_{H^1(0,l)} \le M_\sigma,$$

$$0 < \sigma_* \le \sigma(x), x \in (0,l), \ \sigma_0 = c_0\rho_0.$$

Определение 2. (Класс исходных данных). Будем говорить, что $g \in G(l, \beta, \gamma)$, если g удовлетворяет следующим условиям [5]:

$$g \in H^1(0,2l), \ \|g'\|^2_{L_2(0,2l)} \le \beta, \ g(+0) = -\gamma,$$

Объекты и методы исследований [6]

Предположим, что для для $g^{(1)}, g^{(2)}$ из класса $G(l, \beta, \gamma)$ существуют $\sigma^{(1)}, \sigma^{(2)} \in \Sigma(l, M_\sigma, c_0, \rho_0, \sigma_*)$, удовлетворяющие обратной задаче

$$u^{(j)}_{tt}(x,t) = u^{(j)}_{xx}(x,t) - \frac{(\sigma^{(j)})'(x)}{\sigma^{(j)}(x)} u^{(j)}_x(x,t), \quad x > 0, t > 0, \tag{1}$$

$$u^{(j)}(x,t)|_{t<0} \equiv 0, \tag{2}$$

$$u^{(j)}_x(+0,t) = \gamma\delta(t), \quad t > 0, \tag{3}$$

$$u^{(j)}(+0,t) = g^{(j)}(t), \quad t > 0. \tag{4}$$

для $j = 1$ и $j = 2$.

Учитывая, что

$$s^{(j)}(x) = -\gamma\sqrt{\sigma^{(j)}(x)/\sigma^{(j)}(+0)}, \quad ,$$

обозначим

$$u^{(j)}_{tt}(x,t) = u^{(j)}_{xx}(x,t) - \frac{(\sigma^{(j)})'(x)}{\sigma^{(j)}(x)} u^{(j)}_x(x,t), \quad x > 0, t > 0, \ q^{(j)}_1(x,t) = u^{(j)}_x(x,t),$$

$$q_2^{(j)}(x)=\frac{1}{s^{(j)}(x)},\quad q^{(j)}{}_3(x)=2\frac{\left(s^{(j)}\right)'(x)}{s^{(j)}(x)}. \tag{5}$$

$$f_1^{(j)}(x,t)=\left[\left(g^{(j)}\right)'(t+x)-\left(g^{(j)}\right)'(t-x)\right],\quad f_2^{(j)}=-\frac{1}{\gamma},\quad f_3^{(j)}(x)=-\frac{2\left(g^{(j)}\right)'(2x)}{\gamma},\quad j=1,2.$$

Поскольку $\sigma^{(j)}\in\Sigma(l,M_\sigma,c_0,\rho_0,\sigma_*)$, $j=1,2$, то в силу обозначений можно оценить

$$\left\|q^{(j)}\right\|_{\tilde{L}2(l)}\le M_q,\ j=1,2, \tag{6}$$

где $M_q=M_q(l,M_\sigma,\gamma,\beta,\sigma_*)$. Пусть вектор-функция $q=(q_1,q_2,q_3)^T$, удовлетворяет системе

$$q(x,t)+Bq(x,t)=f(x,t),\ (x,t)\in\Delta(l). \tag{7}$$

Решение задачи $Aq=f$ предполагается, но утверждается, что существует единственное устойчивое решение для данных из окрестности точно заданных, то есть накладывается ограничение на шум во входных данных.

Для условной корректности рассматриваемой задачи, в отличие от аналогичной теоремы в [2] в нижеприведенной теореме при выводе требуемой константы в основном неравенстве использовалась не оценка вектора q, а оценки

$$\|q_1\|^2_{L_2(\Delta(l))}\le 2l\exp\left\{\frac{2lM_\sigma^2}{\sigma_*^2}\right\}\beta,$$

$$\|q_2\|^2_{L_2(0,l)}\le\frac{2l}{\gamma^2}\exp\left\{\frac{lM_\sigma^2}{2\sigma_*^2}\right\},$$

$$\|q_3\|^2_{L_2(0,l)}\le\frac{1}{\sigma_*^2}\|\sigma\|^2_{H_1(0,l)}=\frac{1}{\sigma_*^2}M_\sigma^2.$$

каждой из его компонент q_1, q_2, q_3. В работе [2] *в* выкладках норма каждой компоненты оценивалась через норму вектора q, так как оценка нормы вектора q есть сумма оценок его компонент. *А* в данной статье, как сказано, выше, уже использовались непосредственно оценки каждой из его компонент q_1, q_2, q_3

Теорема. Предположим, что для $f^{(i)}\in\vec{L}_2(l)$, $j=1,2$, существуют решения обратной задачи $q^{(j)}\in\vec{L}_2(l)$, $j=1,2$

$$q^{(j)}(x,t)+Bq^{(j)}=f^{(j)}(x,t),\ j=1,2,\ (x,t)\in\Delta(l). \tag{8}$$

Тогда

$$\left\|q^{(1)}-q^{(2)}\right\|^2_{L_{2(l)}}\le C_1\left\|f^{(1)}-f^{(2)}\right\|^2_{\tilde{L}_{2(l)}} \tag{9}$$

Здесь

$$C_1=\left(15+\frac{50M_\sigma^2}{\gamma^2\sigma_*^2}+\frac{5lM_\sigma^2}{\sigma_*^2}\left(1+\frac{5M_\sigma^2}{\gamma^2\sigma_*^2}\right)\exp\left\{\frac{lM_\sigma^2}{2\sigma_*^2}\right\}\right)$$

$$\times\exp\left\{\left(3l+5\beta+\frac{25l}{\gamma^2}\right)\frac{M_\sigma^2}{\sigma_*^2}+\left(\frac{l^2}{\gamma^2}+\frac{25l^2M_\sigma^2}{2\gamma^2\sigma_*^4}+\frac{10l\beta}{\gamma^2}\right)\exp\left\{\frac{lM_\sigma^2}{2\sigma_*^2}\right\}\right.$$

$$\left.+\left(10\beta l\frac{M_\sigma^4}{\sigma_*^4}+5l\beta+\frac{70l\beta}{\gamma^2}\right)\exp\left\{\frac{2lM_\sigma^2}{\sigma_*^2}\right\}+\frac{55l^2\beta M_\sigma^2}{\gamma^2\sigma_*^2}\exp\left\{\frac{5lM_\sigma^2}{2\sigma_*^2}\right\}\right\}. \tag{10}$$

Доказательство. Введем

$$\tilde{q}(x,t)=\left(\tilde{q}_1(x,t)\tilde{q}_2(x)\tilde{q}_3(x)\right)=q^{(1)}(x,t)-q^{(2)}(x,t),$$

$$\tilde{f}(x,t)=\left(\tilde{f}_1(x,t)\tilde{f}_2(x)\tilde{f}_3(x)\right)=f^{(1)}(x,t)-f^{(2)}(x,t),$$

$$\left(\tilde{f}\right)'(x)=\left(f^{(1)}\right)'(x)-\left(f^{(2)}\right)'(x).$$

Тогда из (8) следует

$$\tilde{q}(x,t)=Bq^{(1)}(x,t)-Bq^{(2)}(x,t)=\tilde{f}(x,t),\ (x,t)\in\Delta(l).$$

Оценим первую компоненту $\tilde{q}_1$:

$$|\tilde{q}_1(x,t)| = |\tilde{f}_1(x,t)| + \frac{1}{2}\|\tilde{q}_3\|(x) \times \left[\sqrt{\int_0^x |q_1^{(1)}(\xi, t+x-\xi)|^2 d\xi} + \sqrt{\int_0^x |q_1^{(1)}(\xi, t-x+\xi)|^2 d\xi}\right] +$$

$$+\frac{1}{2}\|q_3^{(2)}\|(x)\left[\sqrt{\int_0^x \tilde{q}_1^{(1)}(\xi, t+x-\xi)d\xi} + \sqrt{\int_0^x \tilde{q}_1^{(2)}(\xi, t-x+\xi)d\xi}\right].$$

Учитывая, что $\left(\sum_{i=1}^n a_i\right)^2 \le n\left(\sum_{i=1}^n a_i^2\right)$ для $a_i \ge 0$, получим

$$|\tilde{q}_1(x,t)|^2 \le 5|\tilde{f}_1(x,t)|^2 + \frac{5}{4}\|\tilde{q}_3\|^2(x) \times \int_0^x \left[|q_1^{(1)}(\xi, t+x-\xi)|^2 + |q_1^{(1)}(\xi, t-x+\xi)|^2\right] d\xi +$$

$$+\frac{4}{4}\|q_3^{(2)}\|(x)\int_0^x \left[\tilde{q}_1^2(\xi, t+x-\xi) + \tilde{q}_1^2(\xi, t-x+\xi)\right] d\xi. \quad (11)$$

Имеем

$$\|\tilde{q}_1\|^2(l,x) \le 5\|\tilde{f}_1\|^2(l,x) + \frac{5}{4}\int_0^x \int_\xi^{2l-\xi} \left\{\|\tilde{q}_3\|^2(\xi) \times \int_0^\xi \left[|q_1^{(1)}(\xi', \tau+\xi-\xi')|^2 + |q_1^{(1)}(\xi', \tau-\xi+\xi')|^2\right] d\xi' \times\right.$$

$$\left.\times \|q_3^{(2)}\|^2(\xi)\int_0^\xi \left[\tilde{q}_1^2(\xi', \tau+\xi-\xi') + \tilde{q}_1^2(\xi', \tau-\xi+\xi')\right] d\xi'\right\} d\tau d\xi \le$$

$$\le 5\|\tilde{f}_1\|^2(l,x) + \frac{5}{2}\int_0^x \|\tilde{q}_3\|^2(\xi)\|q_1^{(1)}\|^2(l,\xi)d\xi + \frac{5}{2}\int_0^x \|q_3^{(2)}\|^2(\xi)\|\tilde{q}_1\|^2(l,\xi)d\xi. \quad (12)$$

Оценим вторую компоненту:

$$|\tilde{q}_2(x)| \le \frac{1}{2}\int_0^x |q_3^{(1)}(\xi)\tilde{q}_2(\xi)| d\xi + \frac{1}{2}\int_0^x |q_2^{(2)}(\xi)\tilde{q}_3(\xi)| d\xi \le \frac{1}{2}\|q_3^{(1)}\|(x)\|\tilde{q}_2\|(x) + \frac{1}{2}\|\tilde{q}_3\|(x)\|q_2^{(2)}\|(x).$$

Следовательно,

$$\|\tilde{q}_2\|^2(x) \le \frac{1}{2}\int_0^x \left(\|q_3^{(1)}\|^2(\xi)\|\tilde{q}_2\|^2(\xi) + \|\tilde{q}_3\|^2(\xi)\|q_2^{(2)}\|^2(\xi)\right) d\xi. \quad (13)$$

Оценим $\tilde{q}_3$:

$$|\tilde{q}_3(x)| \le |\tilde{f}_3(x)|\left(1 + \gamma|B_2 q^{(2)}|\right) + \sum_{j=1}^4 \omega_j(x), \quad (14)$$

где

$$\omega_1(x) = \gamma|(f_3^{(1)})(x)||B_2 q^{(1)} - B_2 q^{(2)}|,\ \omega_2(x) = \frac{2}{\gamma}|B_4 q^{(1)} - B_4 q^{(2)}|,$$

$$\omega_3(x) = |B_2 q^{(1)}|\gamma\omega_2(x),\ \omega_4(x) = 2|B_4 q^{(2)}||B_2 q^{(1)} - B_2 q^{(2)}|.$$

Во-первых, мы имеем

$$\omega_1(x) \le \frac{\gamma}{2}|(f_3^{(1)})(x)|\left(\|q_3^{(1)}\|(x)\|\tilde{q}_2\|(x) + \|\tilde{q}_3\|(x)\|q_2^{(2)}\|(x)\right).$$

Во-вторых,

$$\omega_2(x) \le \frac{2}{\gamma}\int_0^x |\tilde{q}_3(\xi)q_1^{(1)}(\xi, 2x-\xi) + q_3^{(2)}(\xi)\tilde{q}_1(\xi, 2x-\xi)| d\xi$$

$$\le \frac{2}{\gamma}\left[\|\tilde{q}_3\|(x)\sqrt{\int_0^x |q_1^{(1)}(\xi, 2x-\xi)|^2 d\xi} + \|q_3^{(2)}\|(x)\sqrt{\int_0^x \tilde{q}_1^2(\xi, 2x-\xi) d\xi}\right]. \quad (15)$$

В-третьих,

$$\omega_3(x) \le |B_2 q^{(1)}|\gamma\omega_2(x) \le \frac{\gamma}{2}\omega_2(x)\int_0^x |q_3^{(1)}(\xi)q_2^{(1)}(\xi)| d\xi \le \frac{\gamma}{2}\omega_2(x)\|q_3^{(1)}\|(x)\|q_2^{(1)}\|(x). \quad (16)$$

В-четвертых,

$$\omega_4(x) \le \left\|q_3^{(2)}\right\|(x)\sqrt{\int_0^x \left|q_1^{(2)}(\xi, 2x-\xi)\right|^2 d\xi} + \left(\left\|q_3^{(1)}\right\|(x)\left\|\tilde{q}_2\right\|(x) + \left\|\tilde{q}_3\right\|(x)\left\|q_2^{(2)}\right\|(x)\right). \tag{17}$$

Принимая во внимание $\left(\sum_{i=1}^{n}|a_i|\right)^2 \le n\sum_{i=1}^{n}|a_i|^2$,

получим $\tilde{q}_3^2(x) \le 10\tilde{f}_3^2(x)(1+\gamma^2\left|B_2 q^{(2)}\right|^2) + \frac{5\gamma^2}{2}\left|f_3^{(1)}(x)\right|^2\left(\left\|q_3^{(1)}\right\|^2\left\|\tilde{q}_2\right\|^2(x) + \left\|q_2^{(2)}\right\|^2\left\|\tilde{q}_3\right\|^2(x)\right)$

$$+\frac{20}{\gamma^2}\left(\left\|\tilde{q}_3\right\|^2(x)\int_0^x\left|q_1^{(1)}(\xi,2x-\xi)\right|^2 d\xi + \left\|q_3^{(2)}\right\|^2\int_0^x\left|q_1^{(2)}(\xi,2x-\xi)\right|^2 d\xi\right)\times\left(1+\frac{\gamma^2}{4}\left\|q_3^{(1)}\right\|^2\left\|q_2^{(1)}\right\|\right)$$

$$+10\left\|q_3^{(2)}\right\|^2\int_0^x\left|q_1^{(2)}(\xi,2x-\xi)\right|^2 d\xi\left(\left\|q_3^{(1)}\right\|^2\left\|\tilde{q}_2\right\|^2(x) + \left\|q_2^{(2)}\right\|^2\left\|\tilde{q}_3\right\|^2(x)\right).$$

Таким образом, имеем

$$\left\|\tilde{q}_3\right\|^2(x) \le 10\left(1+\frac{\gamma^2}{4}\left\|q_3^{(2)}\right\|^2\left\|q_2^{(2)}\right\|^2\right)\left\|\tilde{f}_3\right\|^2(x) + \frac{5\gamma^2}{2}\int_0^x\left|f_3^{(1)}(\xi)\right|^2\left(\left\|q_3^{(1)}\right\|^2\left\|\tilde{q}_2\right\|^2(\xi) + \left\|q_2^{(2)}\right\|^2\left\|\tilde{q}_3\right\|^2(\xi)\right)d\xi$$

$$+\frac{20}{\gamma^2}\left(\int_0^x\left\|\tilde{q}_3\right\|^2(\xi)\int_0^\xi\left|q_1^{(1)}(\zeta,2\xi-\zeta)\right|^2 d\zeta d\xi + \frac{1}{2}\left\|q_3^{(2)}\right\|^2\left\|\tilde{q}_1\right\|^2(l,x)\right)\times\left(1+\frac{\gamma^2}{4}\left\|q_3^{(1)}\right\|^2\left\|q_2^{(1)}\right\|^2\right)$$

$$+10\left\|q_3^{(2)}\right\|^2\int_0^x\left(\left\|q_3^{(1)}\right\|^2\left\|\tilde{q}_2\right\|^2(\xi) + \left\|q_2^{(2)}\right\|^2\left\|\tilde{q}_3\right\|^2(\xi)\right) + \int_0^\xi\left|q_1^{(2)}(\zeta,2\xi-\zeta)\right|^2 d\zeta d\xi.$$

Для удобства обозначим

$$p_1(x) = \left\|\tilde{q}_1\right\|^2(l,x), \quad p_j(x) = \left\|\tilde{q}_j\right\|^2(x), \quad j=2,3, \quad x\in(0,l).$$

Введем обозначения

$$\mu_1 = \left(10+\frac{5\gamma^2}{2}\left\|q_3^{(2)}\right\|^2\left\|q_2^{(2)}\right\|^2\right),\ \mu_2 = \left(\frac{10}{\gamma^2}+\frac{5}{2}\left\|q_3^{(1)}\right\|^2\left\|q_2^{(1)}\right\|^2\right)\left\|q_3^{(2)}\right\|^2,$$

$$\mu_3(\xi) = \frac{5\gamma^2}{2}\left|f_3^{(1)}(\xi)\right|^2\left\|q_3^{(1)}\right\|^2 + 10\left\|q_3^{(2)}\right\|^2\left\|q_3^{(1)}\right\|^2\int_0^\xi\left|q_1^{(2)}(\zeta,2\xi-\zeta)\right|^2 d\zeta,$$

$$\mu_4(\xi) = \frac{5\gamma^2}{2}\left|f_3^{(1)}(\xi)\right|^2\left\|q_2^{(2)}\right\|^2 + \left(\frac{20}{\gamma^2}+5\left\|q_3^{(1)}\right\|^2\left\|q_2^{(1)}\right\|^2\right)\int_0^\xi\left|q_1^{(1)}(\zeta,2\xi-\zeta)\right|^2 d\zeta$$

$$+10\left\|q_3^{(2)}\right\|^2\left\|q_2^{(2)}\right\|^2\int_0^\xi\left|q_1^{(2)}(\zeta,2\xi-\zeta)\right|^2 d\zeta, \tag{18}$$

Введем функцию

$$P(x) = (5+\mu_1+5\mu_2)\left\|\tilde{f}\right\|^2 + \int_0^x\sum_{j=1}^3 k_j(\xi)p_j(\xi)d\xi, \tag{19}$$

Следовательно [3]

$$\frac{P'(x)}{P(x)} \le \sum_{j=1}^3 k_j(x),$$

и, применяя неравенство Гронуолла, получим

$$p(x) \le P(x) \le P(0)\exp\left\{\int_0^x\sum_{j=1}^3 k_j(\xi)d\xi\right\}.$$

С другой стороны, учитывая равенство

$$\int_0^x\int_0^\xi \tilde{q}_1^2(\xi',2\xi-\xi')d\xi'd\xi=\frac{1}{2}\int_0^x\left(\int_{\xi'}^{2x-\xi'}\tilde{q}_1^2(\xi',\zeta)d\zeta\right)d\xi'=\frac{1}{2}\|\tilde{q}_1\|^2(l,x)$$

имеем

$$k_1\le\frac{5M_\sigma^2}{2\sigma_*^2}\left(1+\frac{10}{\gamma^2}+\frac{5lM_\sigma^2}{\gamma^2\sigma_*^2}\exp\left\{\frac{lM_\sigma^2}{2\sigma_*^2}\right\}\right),$$

$$\int_0^x k_2(\xi)d\xi\le\left(\frac{l}{2}+5\beta\right)\frac{M_\sigma^2}{\sigma_*^2}+10\beta l\frac{M_\sigma^4}{\sigma_*^4}\exp\left\{\frac{2lM_\sigma^2}{\sigma_*^2}\right\}$$

$$\int_0^x k_3(\xi)d\xi=\frac{l}{\gamma^2}(l+10\beta)\exp\left\{\frac{lM_\sigma^2}{2\sigma_*^2}\right\}+5l\beta(1+\frac{14}{\gamma^2})\exp\left\{\frac{2lM_\sigma^2}{\sigma_*^2}\right\}+\frac{55l^2\beta M_\sigma^2}{\gamma^2\sigma_*^2}\exp\left\{\frac{5lM_\sigma^2}{2\sigma_*^2}\right\}.$$

Таким образом, получаем

$$\|\tilde{q}\|^2=p(x)\le\left(15+\frac{5lM_\sigma^2}{\sigma_*^2}\exp\left\{\frac{lM_\sigma^2}{2\sigma_*^2}\right\}+\left(\frac{15}{\gamma^2}+\frac{25lM_\sigma^2}{\gamma^2\sigma_*^2}\exp\left\{\frac{lM_\sigma^2}{2\sigma_*^2}\right\}\right)\frac{M_\sigma^2}{\sigma_*^2}\right)\times$$

$$\times\exp\left\{\frac{5lM_\sigma^2}{2\sigma_*^2}\left(1+\frac{10}{\gamma^2}+\frac{5lM_\sigma^2}{\gamma^2\sigma_*^2}\exp\left\{\frac{lM_\sigma^2}{2\sigma_*^2}\right\}\right)+(\frac{l}{2}+5\beta)\frac{M_\sigma^2}{\sigma_*^2}+10\beta l\frac{M_\sigma^4}{\sigma_*^4}\exp\left\{\frac{2lM_\sigma^2}{\sigma_*^2}\right\}+\right.$$

$$\left.+\frac{l}{\gamma^2}(l+10\beta)\exp\left\{\frac{lM_\sigma^2}{2\sigma_*^2}\right\}+5l\beta\left(1+\frac{14}{\gamma^2}\right)\exp\left\{\frac{2lM_\sigma^2}{\sigma_*^2}\right\}+\frac{55l^2\beta M_\sigma^2}{\gamma^2\sigma_*^2}\exp\left\{\frac{5lM_\sigma^2}{2\sigma_*^2}\right\}\right\}\|\tilde{f}\|^2=$$

$$=\left(15+\frac{50M_\sigma^2}{\gamma^2\sigma_*^2}+\frac{5lM_\sigma^2}{\sigma_*^2}\left(1+\frac{5M_\sigma^2}{\gamma^2\sigma_*^2}\right)\exp\left\{\frac{lM_\sigma^2}{2\sigma_*^2}\right\}\right)$$

$$\times\exp\left\{\left(3l+5\beta+\frac{25l}{\gamma^2}\right)\frac{M_\sigma^2}{\sigma_*^2}+\left(\frac{l^2}{\gamma^2}+\frac{25l^2M_\sigma^4}{2\gamma^2\sigma_*^4}+\frac{10l\beta}{\gamma^2}\right)\exp\left\{\frac{lM_\sigma^2}{2\sigma_*^2}\right\}\right.$$

$$\left.+\left(10\beta l\frac{M_\sigma^4}{\sigma_*^4}+5l\beta+\frac{70l\beta}{\gamma^2}\right)\exp\left\{\frac{2lM_\sigma^2}{\sigma_*^2}\right\}+\frac{55l^2\beta M_\sigma^2}{\gamma^2\sigma_*^2}\exp\left\{\frac{5lM_\sigma^2}{2\sigma_*^2}\right\}\right\}\|\tilde{f}\|^2.$$

Получим оценку для $\|\sigma^{(1)}-\sigma^{(2)}\|_{H^1(0,l)}$.

По лемме Гронуолла имеем

$$\|\tilde{\sigma}'\|^2_{L_2(0,l)}\le 3\left[(\sigma^{(2)}(+0))^2+lM_\sigma^2\right]\|\tilde{q}_3\|^2_{L_2(0,l)}\exp\left\{2l\|\tilde{q}_3^{(1)}\|^2_{L_2(0,l)}\right\}.$$

В итоге получаем

$$\|\tilde{\sigma}'\|^2_{L_2(0,l)}\le 3\left[(\sigma^{(2)}(+0))^2+lM_\sigma^2\right]\exp\left\{\frac{2lM_\sigma^2}{\sigma_*^2}\right\}C_1\|f^{(1)}-f^{(2)}\|^2\le C_2\|g^{(1)}-g^{(2)}\|^2_{H^1(0.2l)},\qquad(20)$$

где

$$C_2=3\left[c_0^2\rho_0^2+lM_\sigma^2\right]\exp\left\{\frac{2lM_\sigma^2}{\sigma_*^2}\right\}\left(l+\frac{2}{\gamma^2}\right)C_1.$$

Учитывая, что $\sigma^{(1)}(+0)=\sigma^{(2)}(+0)$ получим

$$\|\tilde{\sigma}\|^2_{L_2(0,l)}\le l\|\tilde{\sigma}'\|^2_{L_2(0,l)}\le lC_1\|g^{(1)}-g^{(2)}\|^2_{H^1(0,2l)}.\qquad(21)$$

Складывая оценки получим

$$\|\tilde{\sigma}\|^2_{H^1(0,l)}\le C\|g^{(1)}-g^{(2)}\|^2_{H^1(0,2l)},$$

где $C=C_2(l+1)$.

Результаты и их обсуждение

Теорема 1.5. Пусть для $g^{(1)}, g^{(2)}$ из класса $G(l,\beta,\gamma)$ существуют

$$\sigma^{(1)}, \sigma^{(2)} \in \Sigma(l, M_\sigma, c_0, \rho_0, \sigma_*)$$

как решения обратной задачи (1)–(4) соответственно. Тогда

$$\left\|\sigma^{(1)} - \sigma^{(2)}\right\|^2_{H^1(0,l)} \le C\left\|g^{(1)} - g^{(2)}\right\|^2_{H^1(0,2l)},$$

$$C = C(l, M_\sigma, c_0, \rho_0, \sigma_*),$$

где

$$f^{(j)} = (f_1^{(j)}, f_2^{(j)}, f_3^{(j)}),$$

$$f_1^{(j)}(x,t) = \frac{1}{2}\left[\left(g^{(j)}\right)'(t+x) - \left(g^{(j)}\right)'(t-x)\right],$$

$$f_2^{(j)} = -\frac{1}{\gamma},\ f_3^{(j)}(x) = -\frac{2\left(g^{(j)}\right)'(2x)}{\gamma},\ j = 1, 2,$$

$$C = 3(l+1)\left(l + \frac{2}{\gamma^2}\right)\left[c_0^2\rho_0^2 + lM_\sigma^2\right]\exp\left\{\frac{2lM_\sigma^2}{\sigma_*^2}\right\}\times$$

$$\times\left(15 + \frac{50M_\sigma^2}{\gamma^2\sigma_*^2} + \frac{5lM_\sigma^2}{\sigma_*^2}\left(1 + \frac{5M_\sigma^2}{\gamma^2\sigma_*^2}\right)\exp\left\{\frac{lM_\sigma^2}{2\sigma_*^2}\right\}\right)\times$$

$$\times\exp\left\{\left(3l + 5\beta + \frac{25l}{\gamma^2}\right)\frac{M_\sigma^2}{\sigma_*^2} + \left(\frac{l^2}{\gamma^2} + \frac{25l^2M_\sigma^4}{2\gamma^2\sigma_*^4} + \frac{10l\beta}{\gamma^2}\right)\exp\left\{\frac{lM_\sigma^2}{2\sigma_*^2}\right\} + \left(10\beta l\frac{M_\sigma^4}{\sigma_*^4} + 5l\beta + \frac{70l\beta}{\gamma^2}\right)\exp\left\{\frac{2lM_\sigma^2}{\sigma_*^2}\right\} +\right.$$

$$\left. + \frac{55l^2\beta M_\sigma^2}{\gamma^2\sigma_*^2}\exp\left\{\frac{5lM_\sigma^2}{2\sigma_*^2}\right\}\right\}.$$

Заключение, выводы. Для доказательства условной корректности рассматриваемой задачи, доказано теорема, где в отличие от аналогичной теоремы в [3] в вышеприведенной теореме при выводе требуемой константы в основном неравенстве использовалась не оценка вектора q, а оценки каждой из его компонент q_1, q_2, q_3. В работе [3] в выкладках норма каждой компоненты оценивалась через норму вектора q, так как оценка нормы вектора q есть сумма оценок его компонент. А в данной работе, как сказано, выше, уже использовались непосредственно оценки каждой компоненты.

Список литературы

1. Кабанихин С.И., Искаков К.Т. Обратные и некорректные задачи для гиперболических уравнений. – Алматы: КазНПУ им. Абая, 2007. – 330 с.

2. Tyulepberdinova G.A., Nurseitova A.T. The finite difference method of solving 1d inverse acoustic problem // Abstract of the 3d congress of the world mathematical society of the Turkic countries / al Farabi KazNU. – Almaty, 2009. Vol. 2, № 6. – P. 66-67.

3. Кабанихин С.И., Бектемесов М.А., Нурсеитова А.Т. Итерационные методы решения обратных и некорректных задач с данными на части границы. – Алматы: Международный фонд обратных задач, 2006. – 432 с.

4. Нурсеитова А.Т., Тюлепбердинова Г.А. Сходимость метода итераций Ландвебера для решения задачи определения акустической жесткости // Вестник КазНПУ: Серия «физико-математические науки»- 2008.- Т. 21, № 1. – С. 215-217.

5. Kabanikhin S.I., Ayapbergenova A.T. Estimation of the rate of convergence of the Landweber iteration method in an inverse problem of acoustics // Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics. – 2002. – Vol. 2. – P. 75-97.

6. Кабанихин С.И., Искаков К. Оптимизационные методы решения коэффициентных обратных задач. – Новосибирск: НГУ, 2001. – 316 с.

«Компьютерное моделирование в науке и технике», Андорра, 8-15 марта 2014 г.

Химические науки

АДДИТИВНЫЕ СХЕМЫ РАСЧЁТА АМИНОВ. ТОПОЛОГИЧЕСКИЙ ПОДХОД

Виноградова М.Г., Демидова М.С., Серёгин Э.А.

Тверской государственный университет, Тверь, e-mail: mgvinog@mail.ru

Феноменологические методы эффективны для исследования закономерностей, связывающих свойства веществ со строением молекул и пригодны для массового расчёта и прогнозирования физико-химических свойств химических соединений.

Данные методы реализуются в виде аддитивных схем расчета и прогнозирования, которые успешно применяются в гомологических рядах [1, 2]. Рассмотрим аддитивные схемы расчета для аминов [3].