

УДК 539.3

**МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРУГИХ НАПРЯЖЕНИЙ В ЗАЩИТНОЙ
ОБОЛОЧКЕ РЕАКТОРНОГО ОТДЕЛЕНИЯ АТОМНОЙ СТАНЦИИ
С ФУНДАМЕНТОМ И ОСНОВАНИЕМ (ПОЛУПЛОСКОСТЬ)
ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ УДАРНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ**

Мусаев В.К.

МЭСИ, Москва, e-mail: musayev-vk@yandex.ru

Приводится информация о применении численного моделирования для определения волн напряжений при ударных нагрузках. Рассматриваются некоторые вопросы в области определения контурных напряжений в защитной оболочке реакторного отделения атомной станции с помощью волновой теории ударной безопасности. Для решения волновой задачи теории упругости применяется метод конечных элементов в перемещениях. Задача решается методом сквозного счета, без выделения разрывов. Основные соотношения метода конечных элементов получены с помощью принципа возможных перемещений. С помощью метода конечных элементов в перемещениях, линейную задачу с начальными и граничными условиями привели к линейной задаче Коши. Получена явная двухслойная конечноэлементная схема. Исследуемая расчетная область имеет 1096 узловых точек. Получены контурные напряжения в защитной оболочке реакторного отделения атомной станции.

Ключевые слова: математическое моделирование, контурные напряжения, оболочка реакторного отделения атомной станции, фундамент, упругая полуплоскость, задача с начальными и граничными условиями, задача Коши, ударные воздействия, импульс МАГАТЕ, волновая теория, динамическая теория упругости, перемещение, скорость перемещений, ускорение, метод конечных элементов, комплекс программ, узловые точки, явная двухслойная схема, несущая способность

**MODELING OF ELASTIC STRESSES IN THE CONTAINMENT OF THE REACTOR
DIVISION OF ATOMIC STATION WITH THE FOUNDATION AND BASIS
(HALF-PLANE) UNDER NON-STATIONARY SHOCK**

Musayev V.K.

MESI, Moscow, e-mail: musayev-vk@yandex.ru

Provides information on the application of numerical simulation for the determination of stress waves under shock loads. Discusses some of the issues in defining the contour of the stresses in the containment of the reactor compartment of the nuclear power station using the wave theory of shock security. For the solution of wave problems in the theory of elasticity is used, the finite element method in the movements. The problem is solved by the method of end-to-end account, without allocation of breaks. The basic correlations of the finite element method is obtained using the principle of possible displacements. Using the finite element method in displacements, a linear problem with initial and boundary conditions has led to the linear Cauchy problem. Received explicit two-layer finite-element scheme. Analyzed the computational domain has 1096 anchor points. The obtained contour voltage in the protective shell of the reactor division of atomic station.

Keywords: mathematical modeling, grid voltages, the shell of the reactor division of atomic stations, foundations, elastic half-plane, the problem with initial and boundary conditions, the Cauchy problem, impact, impulse IAEA, wave theory, the dynamic theory of elasticity, displacement, velocity, displacement, acceleration, finite element method, complex programs, anchor point, an explicit two-layer scheme, load-carrying capacity

**Постановка задачи при ударных упругих
волновых воздействиях**

В настоящее время обеспечение безопасности уникальных объектов является приоритетной задачей фундаментальной и прикладной науки.

В работах приведена информация о постановке волновых задач механики деформируемого твердого тела [1–10].

Для решения задачи о моделировании упругих волн в деформируемых областях сложной формы рассмотрим некоторое тело Γ в прямоугольной декартовой системе координат XOY , которому в начальный момент времени $t = 0$ сообщается механическое воздействие. Предположим, что тело Γ изготовлено из однородного изотропного

материала, подчиняющегося упругому закону Гука при малых упругих деформациях.

Точные уравнения двумерной (плоское напряженное состояние) динамической теории упругости имеют вид

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial X} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial Y} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial X} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial Y} = \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2},$$

$$(x, y) \in \Gamma,$$

$$\sigma_x = \rho C_p^2 \varepsilon_x + \rho (C_p^2 - 2C_s^2) \varepsilon_y,$$

$$\sigma_y = \rho C_p^2 \varepsilon_y + \rho (C_p^2 - 2C_s^2) \varepsilon_x,$$

$$\tau_{xy} = \rho C_s^2 \gamma_{xy};$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial X}, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial Y}, \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial Y} + \frac{\partial v}{\partial X}, \quad (x, y) \in (\Gamma \cup S), \end{aligned} \quad (1)$$

где σ_x , σ_y и τ_{xy} – компоненты тензора упругих напряжений; ε_x , ε_y и γ_{xy} – компоненты тензора упругих деформаций; u и v – составляющие вектора упругих перемещений вдоль осей OX и OY соответственно; ρ – плотность материала;

$C_p = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\nu^2)}}$ – скорость продольной упругой волны; $C_s = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}}$ – скорость поперечной упругой волны; ν – коэффициент Пуассона; E – модуль упругости; $S (S_1 \cup S_2)$ – граничный контур тела Γ .

Систему (1) в области, занимаемой телом Γ , следует интегрировать при начальных и граничных условиях.

Разработка методики и алгоритма

Для решения двумерной нестационарной динамической задачи математической теории упругости с начальными и граничными условиями (1) используем метод конечных элементов в перемещениях.

Принимая во внимание определение матрицы жесткости, вектора инерции и вектора внешних сил для тела Γ , записываем приближенное значение уравнения движения в теории упругости

$$\begin{aligned} \bar{H}\ddot{\vec{\Phi}} + \bar{K}\vec{\Phi} &= \vec{R}, \quad \vec{\Phi}|_{t=0} = \vec{\Phi}_0, \\ \dot{\vec{\Phi}}|_{t=0} &= \dot{\vec{\Phi}}_0, \end{aligned} \quad (2)$$

где \bar{H} – диагональная матрица инерции; \bar{K} – матрица жесткости; $\vec{\Phi}$ – вектор уз-

ловых упругих перемещений; $\dot{\vec{\Phi}}$ – вектор узловых упругих скоростей перемещений; $\ddot{\vec{\Phi}}$ – вектор узловых упругих ускорений; \vec{R} – вектор внешних узловых упругих сил.

Интегрируя уравнение (2) конечноэлементным вариантом метода Галеркина, получим явную двухслойную конечноэлементную линейную схему в перемещениях для внутренних и граничных узловых точек

$$\begin{aligned} \vec{\Phi}_{i+1} &= \vec{\Phi}_i + \Delta t \bar{H}^{-1}(-\bar{K}\vec{\Phi}_i + \vec{R}_i), \\ \dot{\vec{\Phi}}_{i+1} &= \dot{\vec{\Phi}}_i + \Delta t \dot{\vec{\Phi}}_{i+1}. \end{aligned} \quad (3)$$

Шаг по временной переменной координате Δt выбирается из следующего соотношения

$$\Delta t = 0,5 \frac{\min \Delta l_i}{C_p} \quad (i = 1, 2, 3, \dots), \quad (4)$$

где Δl – длина стороны конечного элемента.

На основе метода конечных элементов в перемещениях разработана методика, разработан алгоритм и составлен комплекс программ для решения двумерных линейных и нелинейных задач при различных начальных и граничных условиях, для областей сложной формы. Комплексы программ написаны на алгоритмическом языке Фортран-90.

В работах приведена информация о достоверности численного моделирования нестационарных волн напряжений в областях различной формы [4–6, 8–10].

Определение контурных напряжений в защитной оболочке реакторного отделения атомной станции

Рассматривается задача об ударе самолета (рис. 2) на систему сооружение-фундамент – основание (Архангельская атомная станция) при воздействии σ_{01} ($H = 69,9$ м) (рис. 1).

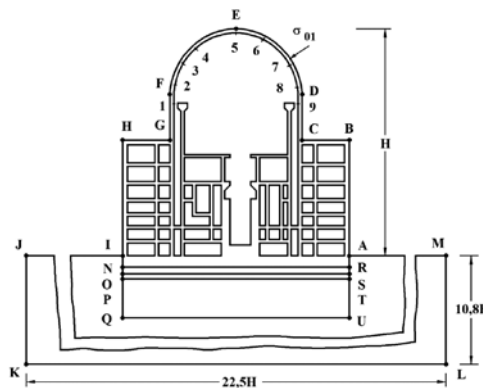


Рис. 1. Постановка задачи для Архангельской атомной станции

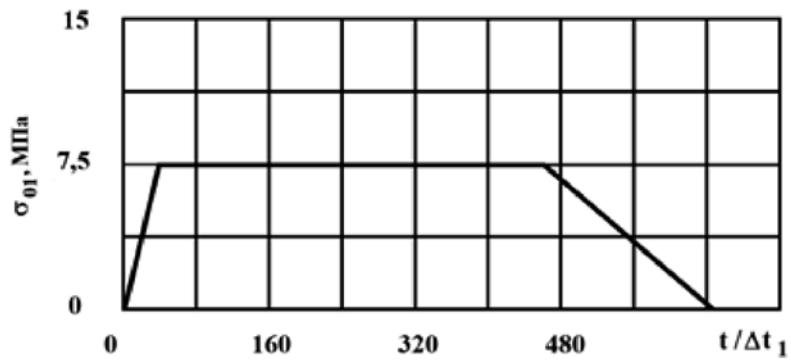


Рис. 2. Воздействие σ_{01}

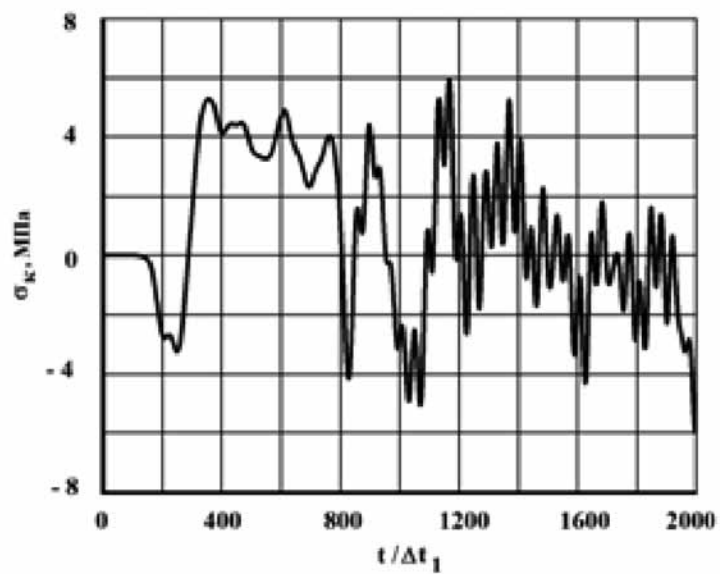


Рис. 3. Изменение упругого контурного напряжения σ_k в точке 1 во времени $t / \Delta t_1$

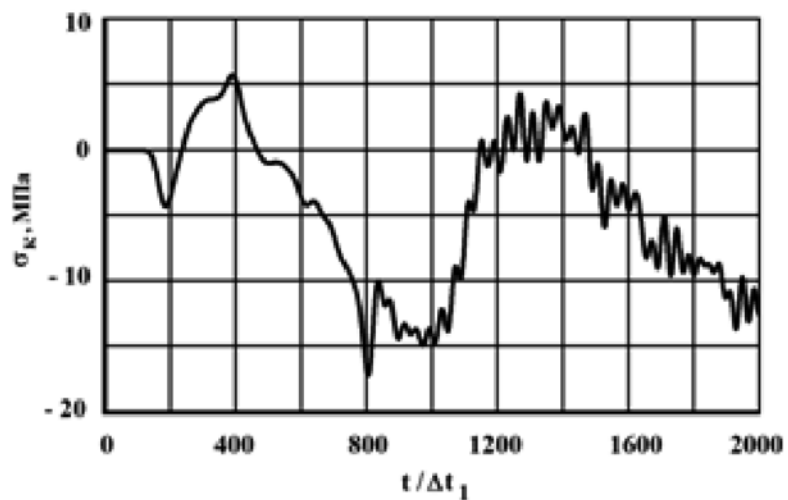


Рис. 4. Изменение упругого контурного напряжения σ_k в точке 2 во времени $t / \Delta t_1$

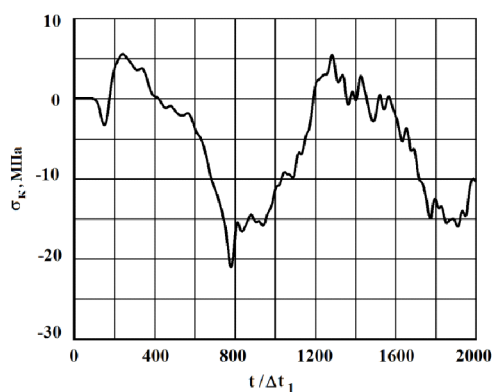


Рис. 5. Изменение упругого контурного напряжения σ_k в точке 3 во времени $t / \Delta t_1$

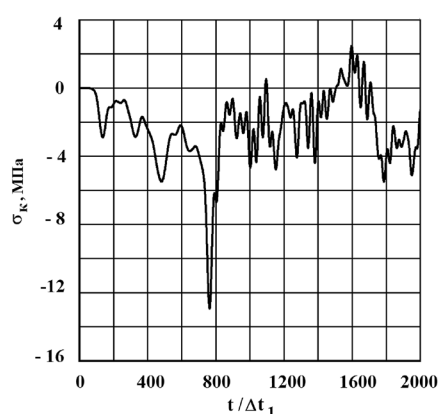


Рис. 6. Изменение упругого контурного напряжения σ_k в точке 4 во времени $t / \Delta t_1$

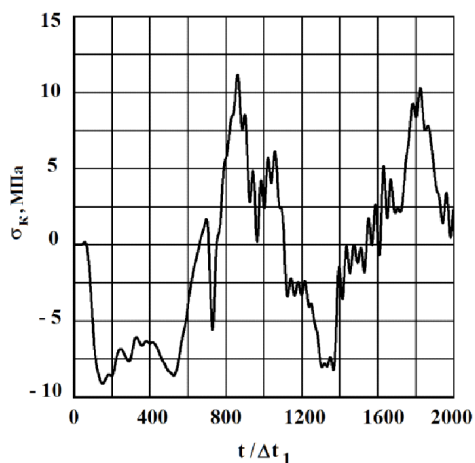


Рис. 7. Изменение упругого контурного напряжения σ_k в точке 5 во времени $t / \Delta t_1$

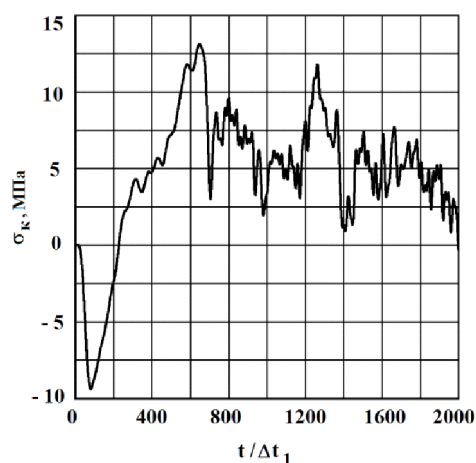


Рис. 8. Изменение упругого контурного напряжения σ_k в точке 6 во времени $t / \Delta t_1$

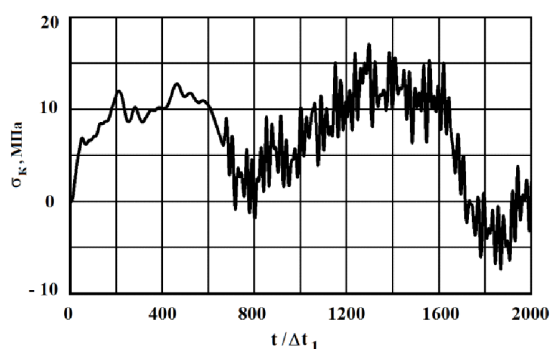


Рис. 9. Изменение упругого контурного напряжения σ_k в точке 7 во времени $t / \Delta t_1$

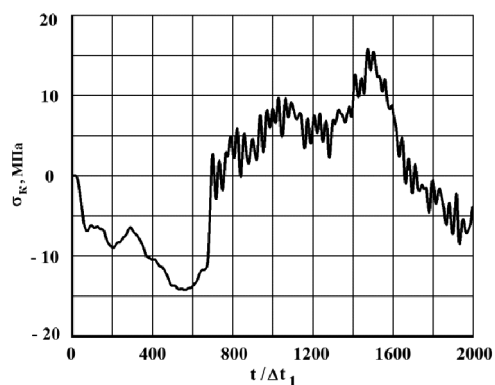


Рис. 10. Изменение упругого контурного напряжения σ_k в точке 8 во времени $t / \Delta t_1$

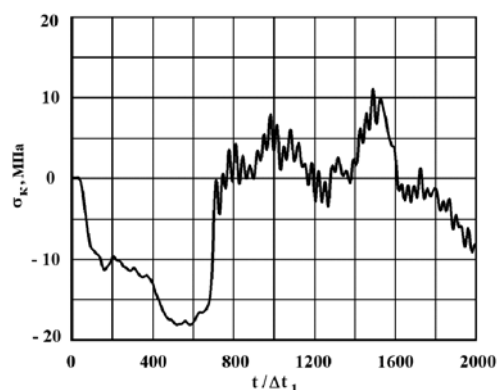


Рис. 11. Изменение упругого контурного напряжения σ_k в точке 9 во времени $t / \Delta t_1$

Начальные условия приняты нулевым. Граничные условия для контура $JKLM$ (рис. 1) при $t > 0$ $u_i = v_i = \dot{u}_i = \dot{v}_i = 0$. Отраженные волны от контура $JKLM$ не доходят до исследуемых точек при $0 \leq n_1 \leq 2000$. На границах материалов с разными физическими свойствами приняты условия непрерывности перемещений (1- $ABCDEFGHIINR$ и $SORT$; 2- $RNOS$; 3- $MAUQJKL$; 4- $TPQU$). Исследуемая расчетная область имеет 1096 узловых точек. Получены контурные напряжения в защитной оболочке реакторного отделения атомной станции.

В работах [1–2, 7] приведена информация о моделировании нестационарных волн напряжений в защитной оболочке реакторного отделения атомной станции при ударных воздействиях.

Получены контурные напряжения в защитной оболочке реакторного отделения атомной станции. На рис. 3–11 показано изменение контурных напряжений σ_k в защитной оболочке во времени $t / \Delta t_1$.

Вывод

Полученные результаты позволяют оценить несущую способность защитной обо-

лочка реакторной отделения атомной станции при ударе самолета.

Список литературы

1. Мусаев В.К. Расчет системы сооружение (РО АЭС)-фундамент-основание на ударные воздействия. Отчет о научно-исследовательской работе. Номер государственной регистрации – 01.89.0053501. – М.: МИСИ, 1989. – 46 с.
2. Мусаев В.К. Определение контурных напряжений в защитной оболочке реакторного отделения атомной станции при ударном воздействии // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия проблемы комплексной безопасности. – 2005. – № 2. – С. 91–101.
3. Мусаев В.К. Математическое моделирование упругих волн напряжений в сложных деформируемых телах // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия проблемы комплексной безопасности. – 2007. – № 1. – С. 62–76.
4. Мусаев В.К. Об оценке достоверности и точности численного решения нестационарных динамических задач // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия проблемы комплексной безопасности. – 2007. – № 3. – С. 48–60.
5. Мусаев В.К. Об устойчивости двумерной явной двухслойной конечноэлементной линейной схемы в перемещениях для внутренних узловых точек на равномерной прямоугольной сетке // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия проблемы комплексной безопасности. – 2008. – № 3. – С. 69–75.
6. Мусаев В.К. Оценка достоверности и точности результатов вычислительного эксперимента при решении задач нестационарной волновой теории упругости // Научный журнал проблем комплексной безопасности. – 2009. – № 1. – С. 55–80.
7. Мусаев В.К. О моделировании волновых контурных напряжений в оболочке реакторного отделения атомной станции при ударных воздействиях // Вестник НИЦ строительство. Исследования по теории сооружений. – 2011. – № 3–4. – С. 35–42.
8. Мусаев В.К. Математическое моделирование интерференции нестационарных упругих волн напряжений в виде треугольного импульса от свободной поверхности пластинки / В.К. Мусаев, С.В. Ситник, А.А. Тарасенко, В.Г. Ситник, М.В. Зюбина // Современные проблемы науки и образования. – 2014. – № 4; URL: www.science-education.ru/118-14118 (дата обращения: 21.09.2014).
9. Мусаев В.К. Математическое моделирование отражения нестационарных упругих волн напряжений в виде треугольного импульса от свободной поверхности пластинки / В.К. Мусаев, С.В. Ситник, А.А. Тарасенко, В.Г. Ситник, М.В. Зюбина // Фундаментальные исследования. – 2014. – № 9 (часть 7). – С. 1466–1470; URL: www.rae.ru/fs/?section=content&op=show_article&article_id=10004353 (дата обращения: 21.09.2014).
10. Мусаев В.К. О достоверности компьютерного моделирования нестационарных упругих волн напряжений в деформируемых телах сложной формы // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. – 2014. – № 11 – С. 10–14.