Физико-математические науки

АЛЬТЕРНАТИВНАЯ ФОРМА ЗАПИСИ УСЛОВИЯ ПЛАСТИЧНОСТИ

Артемов М. А., Барановский Е. С.

Воронежский государственный университет, г. Воронеж, e-mail: artemov_m_a@mail.ru

В работе [1] предложено условие пластичности

$$| s_1 - s_3 |n + | s_2 - s_3 |n + | s_3 - s_1 |n = 2k\, n, \quad (1)$$

где s_1, s_2, s_3 – собственные значения девиатора напряжений $\mathbf{s}$. При $n = 1$ и $n \to \infty$ это условие переходит в условие пластичности Треска, а в случае $n = 2$ получаем условие Мизеса.

Покажем, что при $n = 2m$ условие (1) можно выразить через главные инварианты девиатора напряжений J_2 и J_3.

Теорема. Справедлива формула

$$2(s_1 - s_2)^{2m} + (s_1 - s_3)^{2m} + (s_2 - s_3)^{2m}$$

$$= 2tr(\mathbf{s}^{2m}) + \frac{(-1)^m}{2} C_{2m}^m \left(tr^2(\mathbf{s}^m) - tr(\mathbf{s}^{2m})\right) + \sum_{i=1}^{m-1} (-1)^i C_{2m}^i \left(tr(\mathbf{s}^i)\, tr(\mathbf{s}^{2m-i}) - tr(\mathbf{s}^{2m})\right).$$

Доказательство. Используя биномиальное разложение и группируя слагаемые специальным образом, приходим к равенству

$$(s_1 - s_2)^{2m} + (s_1 - s_3)^{2m} + (s_2 - s_3)^{2m} = 2(s_1^{2m} + s_2^{2m} + s_3^{2m}) + \sum_{i=1}^{m-1} (-1)^i C_{2m}^i s_1^{2m-i} (s_2^i + s_3^i)$$

$$+ \sum_{i=1}^{m-1} (-1)^i C_{2m}^i s_2^{2m-i} (s_1^i + s_3^i) + \sum_{i=1}^{m-1} (-1)^i C_{2m}^i s_3^{2m-i} (s_1^i + s_2^i) + (-1)^m C_{2m}^m (s_1^m s_2^m + s_1^m s_3^m + s_2^m s_3^m).$$

Отсюда с учетом соотношения

$$2(s_1^m s_2^m + s_1^m s_3^m + s_2^m s_3^m) = tr^2(\mathbf{s}^m) - tr(\mathbf{s}^{2m})$$

нетрудно вывести требуемую формулу.

С помощью теоремы Гамильтона-Кэли получаем рекуррентную формулу

$$tr(\mathbf{s}^i) = J_2\, tr(\mathbf{s}^{i-2}) + J_3\, tr(\mathbf{s}^{i-3}).$$

Поэтому, принимая во внимание $tr(\mathbf{s}^2) = 2J_2$, $tr(\mathbf{s}^3) = 3J_3$, мы можем выразить $tr(\mathbf{s}^i)$, $i = 1,2,\ldots$, через инварианты J_2 и J_3. Таким образом, доказанная теорема позволяет записать условие пластичности (1) через главные инварианты девиатора напряжений, что важно при решении пространственных задач математической теории пластичности.

Схожие вопросы рассматривались в [2-5].

Список литературы

1. Hershey A.V. The plasticity of an isotropic aggregate of anisotropic face centered cubic crystals //J. Appl. Mech. Trans. ASME. 1954. V. 21. P. 241-249.

2. Артемов М. А., Потапов Н. С., Якубенко А. П. О соотношениях, вытекающих из условия пластичности максимального приведенного напряжения // Вестник Воронежского государственного технического университета. 2011. Т. 7. № 4. С. 4-5.

3. Артемов М. А., Потапов Н. С., Якубенко А. П. О соотношениях, вытекающих из условия пластичности Треска // Вестник Воронежского государственного технического университета. 2011. Т. 7, № 3. С. 7-8.

4. Артемов М. А., Барановский Е. С., Якубенко А. П. Предельные условия пластичности // Теоретические и прикладные вопросы образования и науки: сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции. Тамбов, 2014. С. 13-14.

5. Артемов М. А., Пупыкин С. Н., Рыжков А. В. Вариант теории пластического течения анизотропных материалов // Вестник Воронежского государственного университета. Серия: Физика. Математика. 2002. № 1. С. 69-73.

Технические науки

ВЕЙВЛЕТ-ПРЕОБРАЗОВАНИЕ В ЗАДАЧЕ СЖАТИЯ ЦИФРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ (УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ)

Артемов М.А., Барановский Е.С.

Воронежский государственный университет, г. Воронеж, e-mail: artemov_ma@mail.ru

Вейвлет-анализ является одним из наиболее востребованных разделов современной математики. В настоящее время теория вейвлетов интенсивно развивается и широко применяется во многих прикладных задачах, в том числе в задачах кодирования и сжатия данных. При этом имеется совсем немного учебных пособий доступных для первоначального изучения предмета. Это обстоятельство определяет актуальность разработки сбалансированного по сложности и доступности учебного пособия по вейвлет-сжатию.

Пособие «Вейвлет-преобразование в задаче сжатия цифровых изображений» состоит из двух разделов. В первом разделе приводятся необходимые для изложения методов вейвлет-сжатия сведения из функционального анализа [1]. Хотя этот раздел является вспомогательным, излагаемые в нем результаты существенны для понимания теории вейвлетов и ее практического применения. Во втором разделе вводится и подробно изучается вейвлет-преобразование Хаара. Это преобразование определяется с помощью интуитивно ясных операций усреднения и детализации данных. При этом в качестве «данных» используются одномерные и двумерные массивы, ступенчатые функции, а также функции пространства $L_2(0,1)$. На примере систе-