Масса цветного металла в кабеле определяется по формуле:

- для медного кабеля

$$M_{_{M}} = M_{_{K}} - (S_{_{\mathcal{H}UIIbI}} \cdot p_{_{M}} \cdot n \cdot L)$$

- для алюминиевого кабеля

$$M_a = M_{\kappa} - (S_{\mathcal{K}UJIbl} \cdot p_a \cdot n \cdot L)$$

 $p_{_{M}}$  – плотность меди, кг/м<sup>3</sup>;

 $p_a$  – плотность алюминия, кг/м³;

n — количество жил;

L – длина кабеля, м.

## Список литературы

- 1. ГОСТ 16442-80 Кабели силовые с пластмассовой изолящией. Технические условия.
- 2. ГОСТ 1508-78 Кабели контрольные с резиновой и пластмассовой изоляцией. . Технические условия.
- 3. ГОСТ 18410-73 Кабели силовые6 с пропитанной бумажной изоляцией. Технические условия.
- 4. ГОСТ 24641-81 Оболочки кабельные свинцовые и алюминиевые.
- 5. Электрические кабели, провода и шнуры: Справочник / Н.И. Белоусов, А.Е. Саакян, А.И. Яковлева; Под ред. Н.И. Белоусова. 5 изд., перераб. и доп. М.: Энергоатомиздат, 1987. 536 с.
- 6. ГОСТ 15845-80 «ИЗДЕЛИЯ КАБЕЛЬНЫЕ. Термины и определения»
- 7. ГОСТ 24334-80 (СТ СЭВ 4450-83) «Кабели силовые для нестандартной прокладки».

# «Математическое моделирование социально-экономических процессов», ОАЭ (Дубай), 16–23 октября 2014 г.

#### Экологические технологии

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАГРЯЗНЕНИЯ АТМОСФЕРЫ В ПРОМЫШЛЕННЫХ ОБЪЕКТАХ

Дусипов Е.Ш., Андасбаев Е.С., Калжанова Г.К., Уразова М.С.

Жетысусский государственный университет имени И. Жансугурова, Талдыкорган, e-mail: erl872@mail.ru

Выбор управлений, наиболее эффективных с точки зрения «природоохранных» и «производственных» критериев, является непростой задачей, решение которой вряд ли возможно без применения метода математического моделирования. В данной работе рассматривается математическая модель основанная на численном решении управления переноса и диффузии загрязняющих примесей.

Проблемы охраны и управление качеством окружающей среды порождает класс задач, связанных с поиском оптимальных решений при подготовке народно-хозяйственных проектов, осуществление которых сопряжено с воздействием на природную среду, а также при планировании природоохранных мероприятий, требующих управления выбросами действующих промышленных объектов с учетом особенностей гидрометеорологического режима и ограничений санитарно и социально-экономического характера.

В связи с этим в практике хозяйствования все значение приобретают методы улучшения качества окружающей среды. К этим методам можно отнести:

– реконструкция и усовершенствование действующих технологических процессов, обеспечивающих снижение выбросов примесей и вредных отходов;

– разработка и внедрение малоотходных (замкнутых) технологических процессов, обеспечивающих комплексное использование всех компонентов и минимальное поступление выбросов в окружающую среду.

В настоящее время имеются несколько типов моделей, отражающих те или иные аспекты взаимодействия общества и среды с учетом загрязнения окружающей среды и его социально-экономических последствий.

В работах [1–5] сформулирован ряд математических моделей для решения такого рода задач. В данной работе в качестве целевой функции выступает функционал стоимости ущерба от отдельных источников и затрат на их оптимизацию. Эти функции зависят от концентрации примесей и могут зависеть от входных параметров модели.

Пусть рассматриваемый регион расположен в ограниченной трехмерной области  $D = \sum \cdot \begin{bmatrix} O, H \end{bmatrix}$  и на его территории имеется промышленных предприятий, производящих выбросы вредных веществ в атмосферу.

Не ограничивая общности, будем считать источники выбросов точечными и расположенными внутри области. Для описания процесса распространения примеси от указанных источников воспользуемся линейным уравнением турбулентной диффузии (4, 5)

$$L_{\phi} = \frac{d\phi}{dt} + div\overline{U}_{\phi} + \delta\phi - \frac{\partial}{\partial z} \vartheta \frac{\partial\phi}{\partial\phi} - \mu, \quad \phi = \phi_{0}(\vec{\chi}, t) + \sum_{m=1}^{n} Q^{m\sigma(\vec{\chi} - \tau_{0})}$$
(1)

С краевым и начальными условиями

$$\vartheta \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \tag{3}$$

$$9\frac{\partial \phi}{\partial z} + \beta \phi = 0 \qquad (2) \qquad \phi / s = \phi_s(\vec{x}, t) \qquad (4)$$

$$\phi/_{t=0} = \vec{\phi}_0(\vec{x}) \tag{5}$$

Где  $\phi(\vec{x},t)$  – концентрация примеси в точке  $\chi$  ∈ D в момент времени t;

μ9 - коэффициенты горизонтальной и вертикальной диффузии;

 $\sigma(x,t)$  – функция, описывающая скорость изменения примеси вследствие химических превращении;

β – коэффициент, характеризующий взаимодействие примеси с подстилающей поверхностью;  $\phi_s(\vec{x},t), \overline{\phi_0}(\vec{x})$  — значение концентрации примеси S — боковой поверхности области D u в начальный момент времени;

 $\phi_0(x)$  – известная функция, описывающая неорганизованные источники выбросов;

 $Q_{m}$  – начальная мощность выброса источника,  $m=1, \overline{n}$ .

Будем считать заданными начальные и краевые условия (2)-(5), скорость ветра U, коэффициенты турбулентного обмена, и ограничимся рассмотрением модели «интегральной» концентрации [5, 6, 7]. Предположим, кроме того, что коэффициенты (1)-(5) и оператор  $\delta$  не зависят от искомого решения.

Введем следующие обозначения:  $e = (e_1, e_2, ..., e_n)$  – вектор размерности понента, которого описывает относительное уменьшение интенсивности выброса от і-го источника,  $0 \le e_i \le E_i$ ;  $E_i$  – максимум относительного уменьшения интенсивности выброса от i-го источника, i=1, n.

В силу линейности модели (1)-(5), концентрация прмеси в точке после уменьшения интенсивности выбросов определяется по форму-

$$\phi(\vec{x},t,\vec{e}) = \sum_{m=1}^{n} Q_m (1-e_m) \phi_m(\vec{x},t) + \phi_0(\vec{x},t)$$
(6)

Где  $\phi_m(\vec{x},t)$  – решение набора задач

$$L\phi_{m}(\vec{x},t) = \delta(\vec{x} - \tau_{m})$$

$$E\phi_{m}(\vec{x},t) = 0 \quad \vartheta \frac{\partial \phi_{m}}{\partial Z} = 0 \quad \text{при } z = 0, H$$

$$\phi_{m}(\vec{x},t)l_{t=0} = 0 \quad \phi_{m}(\vec{x},t)l_{s} = 0 \quad m=1, n$$

$$(7)$$

а функция  $\phi_0(\vec{x},t)$  удовлетворяет задаче

$$L\phi_0(\vec{x},t) = \phi_0(\vec{x}_0,t) \quad E\phi_0(\vec{x},t) = 0 \quad \vartheta \frac{\partial \phi_0}{\partial Z} = 0 \quad \text{при } z = 0, H$$

$$\phi_0 l_s = \phi_s(\vec{x},t) \quad \phi_0 l_{t=0} = \vec{\phi}(\vec{x})$$
(8)

При выработке долговременной политики улучшения качества атмосферы используются, как правило, значения осредненных концентраций примеси приземного слоя [5, 7].

Интервал осреднения T может быть различной величины в зависимости от конкретных обстоятельств, например: год, сезон.

Обозначим осредненные концентрации примеси через g(x,t) и определим их как

$$g\left(\vec{x},t\right) = \sum_{m=1}^{n} Q_m \left(1 - e_m\right) d_m \left(\vec{x}\right) + d_0 \left(\vec{x}\right) \quad (9)$$

Где 
$$d_m(\vec{x}) = \int_{0}^{T} \phi_m(\vec{x}, t) dt / T$$
,  $m = 0, \overline{n}$ 

Решения задач (6)-(8) находим с помощью метода конечных элементов [4, 7].

Пусть для численного интегрирования этих задач в D введена сеточная область

$$D^n = \sum^n x W_z^n, \sum^n = W_x^n x W_y^n,$$

 $g\left(\vec{x},t\right) = \sum_{m=1}^{n} Q_{m}\left(1-e_{m}\right) d_{m}\left(\vec{x}\right) + d_{0}\left(\vec{x}\right) \tag{9}$  Где  $W_{\alpha}^{n}\left(\alpha = x,y,z\right)$  — сетка в направлении координат x,y,z с шагом  $\Delta x_{i}$ , i = 0, I,  $\Delta y$ ; j = 0, j,  $\Delta Z_{k}$ , k = 0, k

Поскольку нас будут интересовать приземные концентрации, то введем обозначения

$$g_{ij}(l) = \sum_{m=1}^{n} Q_m (1 - e_m) d_m (x_i y_j z_0) + d_0 (x_i y_j z_0)$$
(10)

где 
$$d_0\left(x_iy_jz_0\right) = \int\limits_0^T \phi_m^n\left(x_iy_jz_0\right)dt / T$$

Таким образом, множество векторов  $C = \{g_{ii}(l), I = 0, I, j = 0, l \in E \text{ описывает воз-}$ можные последствия загрязнения в точках приземного слоя в зависимости от варианта управления e.

Мы рассмотрим модель основанный на понятие функции стоимости регулирования источников [3, 4, 5].

Введем, следуя [8], следующие обозначения:  $G_{m}(l_{m})$  – функция, характеризующая стоимость уменьшения интенсивности выбросов на m-M предприятий на величину  $l_m$ , m=1, n;

$$G(l) = \sum_{m=1}^{n} G_m(l_m)$$
 общая стоимость регулиро-

вания источников в пределах данного региона.

Пусть S – стоимость всех средств, используемых для улучшения качества атмосферы. Тогда множество E можно считать заданным в виде

$$E = \{ \vec{l} : G(\vec{l}) \le S, 0 \le l_m \le E_m$$
 (11)

Для построения зависимостей  $G_{m}(l_{m}), m=1$ , п, имеется несколько путей. Например, когда уменьшение выбросов производится за счет предварительной очистки исходного сырья или топлива, то стоимость регулирования может быть определена как функция от веса элементов, отдельных в результате очистки. Гораздо сложнее обстоит дело, когда для уменьшения выбросов используются такие методы, как модернизация и реконструкция существующего производства. В этом случае затраты на эти мероприятия могут дать одновременно и положительный производственный эффект. Даже такая сугубо атмосфероохранная мера, как повышение высоты трубы, увеличивает интенсивность процесса горения. Что повышает эффектив-

ность производства за счет более полной утилизации сырья и топлива [1, 6].

Следуя [8], будем понимать под стоимостью противозагрязняющих мероприятий на предприятии  $((G_{m}(l_{m})))$  сумму всех издержек, которые несет данное предприятие, при уменьшении объема вредных выбросов на величину  $e_{m}$ , m=1, n и неизменном объеме выпускаемой продукции. Основные статьи этих издержек связаны с закупкой других, более дорогих видов сырья и материалов, дополнительными капиталовложениями эксплуатационными затратами на основания новых малоотходных технологий, увеличением себестоимости производимой продукции и, следовательно, уменьшением прибыли от ее реализации.

Для расчета этих составляющих элементов стоимости предотвращения загрязнения может быть успешно применен метод экономико-математического моделирования [3, 4].

Рассмотрим далее метод построения функций  $G_{m}(l_{m})$ , основанный на использовании одной из простейших и наиболее употребительных моделей линейной производственной модели [1, 9]. Будем исходить прежде всего из того, что рассматриваемой производственной единице (т-му предприятию) установлено плановое задание по выпуску  $J_{\scriptscriptstyle m}$  видов продукции в объемах за время Т. Для выполнения этого задания предприятие распологает технологическими способами  $(r_m)$ .

Обозначим через  $h_{m1}$  интенсивность использования 1-ой технологии на предприятии, m-M ,  $l=1,r_m$ ;  $h_m=\left(h_{m1},h_{m2},h_{mk}\right)$  — вектор интенсивного функционирования m — го предприятия. Представим экономико-математическую модель работы данного предприятия следующим образом:

$$P_m(h_m) = \sum_{l=1}^{rm} P_e^m h_{me} \to \max hm \pmod{\text{прибыль}}$$
 (12)

При ограничениях

$$\sum_{l=1}^{rm} a_{ja} h_{me} = A_{mj} \quad j = 1 J_m$$
 (плановое задание) (13)

$$\sum_{l=1}^{rm} b_e^m h_{me} = \theta \left( 1 - l_m \right)$$
 (предельно допустимые выбросы) (14)

$$\sum_{j=1}^{Jm} \sum_{l=1}^{rm} S_{je}^{m} a_{je}^{m} h_{me} \le S_{0}^{m} \quad (\text{себестоимость})$$
 (15)

$$\sum_{l=1}^{rm} K_e^m h_{me} \le K_0^m$$
 (капиталовложения) (16)

$$\sum_{l=1}^{rm} V_e^m h_{me} \le V_0^m \quad (экспулатационные затраты) \tag{17}$$

Здесь используются следующие обозначения:

 $P_{e}^{m}$  — прибыль m-го предприятия при использовании е-й технологии с единичной мощностью;

 $a_{ie}^m$  – объем выпуска продукции вида j на *m-м* предприятии по способу производства;

 $b_e^m$  — мощность выброса примеси на m-m пред-

приятии по e-й технологии с единичной мощностью;  $S_{je}^m$  — себестоимость производства единицы продукции е-го вида для т-го предприятия по технологическому способу;

 $K_e^{m}$  — капитальное вложение на предотвращения загрязнения атмосферы в e-ю технологию на m-m предприятии ( $k_e^{m} \neq 0$  для вновь осваиваемых и реконструируемых технологий);

 $V_e^m$  – затраты на эксплуатацию и содержание газоочистных установок и других очистных сооружении в связи с применением e-го технологического способа на m-m предприятии;

 $K_0^m$  – лимит капиталовложений для e-го предприятия;

 $V_0^m$  – лимит эксплуатационных затрат на m-м предприятии;

 $S_e^m$  — предельная величина себестоимости выпускаемой m-m предприятием продукции.

Оптимальный план функционирования m-го предприятия определяется с помощью решения задачи линейного программирования (12)-(17). Переменная  $e_m$  участвует в этой задаче как параметр. Величина  $E_m$  в рамках принятой модели может быть определена из решения задачи линейного программирования:

$$e_m \rightarrow_{h_m,l_s}^{\max}$$

При ограничениях (12)-(17). Если  $e_m^*$  – оптимальное решение этой задачи, то  $E_m = l_m^*$  .

Пусть  $h_m^*(l_m)$  — вектор оптимального решения задачи оптимизации (12)-(17), зависящий от параметра. Используя введенные обозначения вычислим следующие величины:

$$P_{m}\left(l_{m}\right)=\sum_{a}P_{e}^{m}h_{me}^{*}\left(l_{m}\right)$$
 — прибыль  $m$ -го

предприятия при оптимальном плане  $h_e^m \left( l_m \right)$ 

$$S_m(l_m) = \sum_{j,e} S_{je}^m a_{je}^m h_m^*(l_m) h_m^*(l_m) - \text{cefe-}$$

стоимость продукции на m-м предприятии при оптимальном плане  $h_{\scriptscriptstyle e}^*(l_{\scriptscriptstyle m})$ 

$$K_{m}\left(l_{m}\right)=\sum_{e}K_{e}^{m}h_{me}^{*}\left(l_{m}\right)$$
 – объем капта-

ловложений на оздоровление атмосферы, требуемый *m*-му предприятию при данном режиме работы

$$V(l_m) = \sum V_e^m h_{me}^*(l_m)$$
 – стоимость всех эксплуатационных затрат, связанных с работой очистных сооружений и установок при плане работы  $m$ -го предприятия.

Определим суммарные издержки m-го предприятия (функцию  $G_m(l_m)$ ), возникающие вследствие уменьшения выбросов на  $l_m$ . Тогда

$$G_m(l_m) = (P_m(0)P_m(l_m)) + (S_m(l_m) - S_m(0)) + (K_m(l_m) - K_m(0)) + (V_m(l_m) - V_m(0))$$
(19)

Отметим,  $G_m(l_m)$  что функция  $l_m$  является кусочно-линейной функцией на  $[0,E_m]$ . Это следует из общего свойства решения задач линейного программирования, вектор-функция  $h^*(l_m)$  «склеена» из кусков линейных отрезков в  $R^m$ . Поэтому для построения функции стоимости  $G_m(l_m)$  достаточно иметь решения нескольких задач линейного программирования вида (12)-(17),которые последовательно принимают значения, равные точкам излома графика вектор-функции  $h_m^*(l_m)$ .

тор-функции  $h_m^*(l_m)$ . Таким образом, построенная экономикоматематическая модель управления используется для описания процессов распространения загрязнителей в численных моделях. Это позволяет получить оценку уровней загрязнения в точках рассматриваемого региона, которые далее могут быть использованы для формирования критерия качества воздушного бассейна

области. Целевая функция представлена в виде свертки кусочно-линейной функции.

### Список литературы

- 1. Охрана окружающей среды. Модели управления чистой природной среды. /Под.ред. Гофонова К.Г., Гусева А.А. М.:Экономика,1987.
- 2. Gorr W.K., Gistafson S.A., Kortonen R.O. Optimal control strategies and regulatory policy. Environment and Planning, 1992, I/4.
- 3. Гурман В.И. Вырожденные задачи оптимального управления. М.: Наука, 1997.
- 4. Пенеко В.В., Шпак В.А. Некоторые модели управления качеством воздушного бассейна. Новосибирск, 1996.
- 5. Марчук Г.И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. М.:Наука, 2001.
- 6. Балацкий О.А. Экономика чистого воздуха. Киев: Наукова Думка, 1999.
- 7. Пененко В.В., Рапутова В.Ф. Некоторые модели оптимизации режима работы источников загрязнения атмосферы. //Метеорология и гидрология, 1995, N2.
- 8. Багриновский А.Г., Бусыгин В.П. Математика плановых решений. М.:Наука, 2000.
- 9. Базарова М., Шетти К. Нелинейное программирование. Теория и алгоритмы. М.:Мир, 2002.