

УДК 548.1

ОПИСАНИЕ И КЛАССИФИКАЦИЯ ТОЧЕЧНЫХ И ПРОИЗВОДНЫХ ОТ НИХ МОНОМОДУЛЯРНЫХ ФРАКТАЛЬНЫХ СТРУКТУР

Иванов В.В.

ФБГОУ ВПО «Южно-Российский государственный технический университет»,
Новочеркасск, e-mail: valivanov11@mail.ru

Обсуждается проблема символического описания и классификации точечных мономодулярных фрактальных структур в 3D-пространстве.

Ключевые слова: фрактальная структура, фрактальная размерность, итерационная последовательность, канторово множество

DESCRIPTION AND CLASSIFICATION OF THE POINTED AND SOME DERIVATIVE FROM ITS MONOMODULAR FRACTAL STRUCTURES

Ivanov V.V.

South-Russian state engineering university, Novocherkassk, e-mail: valivanov11@mail.ru

The problem of the symbolic description and classification of the pointed monomodular fractal structures in 3D space was discussed.

Keywords: fractal structure, fractal dimension, iterative successivity, Cantor's multitude

Фрактальный характер структуры в 3D-пространстве может определяться как позиционным упорядочением одинаковых структурных элементов с постоянным изменением масштаба позиционирования, так и подобием строения структурных фрагментов (локальной структуры) на разных уровнях иерархии, достигаемого путем инъективных или сюръективных отображений. Точечные фрактальные структуры – результат позиционного упорядочения простейших структурных элементов без внутренней структуры, т.е. точек, по определенным фрактальным законам. Классическими примерами подобных точечных структур в 1D-пространстве являются итерационная последовательность точек и канторово множество точек.

По аналогии с используемыми обозначениями фракталов в [1-7] для точечных фрактальных структур введем следующее символическое обозначение

$$F(N)\{d_{sp}, d_{frag}, d_{gen} +(-)\},$$

где: $F(N)$ – имя структуры и характеристики классификационной принадлежности, d_{sp} , d_{frag} и d_{gen} – топологические размерности пространства, в котором существует данная структура, структурного фрагмента, на котором задан генератор, и собственно генератора фрактала, соответственно. Знак + или – указывает тенденцию изменения фрактальной размерности генератора $\text{Dim Gen}F(N)$ по сравнению с его топологической размерностью d_{gen} .

Формально возможны следующие значения топологических размерностей: $d_{sp} [1, 2, 3]$, $d_{frag} [0, 1, 2]$, $d_{gen} [0, 1, 2]$. Разные непротиворечивые сочетания этих значений для d_{sp} , d_{frag} и d_{gen} определяют разные классы фрактальных структур. Перечислим основные 12 классов точечных и некоторых производных от них мономодулярных фрактальных структур.

1D-пространство:

1) $F\{1,0,0+\}$,

2) $F\{1,0,1-\}$.

2D-пространство:

3) $F\{2,0,0+\}$,

4) $F\{2,1,1+\}$: sv $F\{2,1,1+\} = F\{1,0,0+\}$,

5) $F\{2,0,1-\}$,

6) $F\{2,1,2-\}$: sv $F\{2,1,2-\} = F\{1,0,1-\}$.

3D-пространство:

7) $F\{3,0,0+\}$,

8) $F\{3,1,1+\}$: sv $F\{3,1,1+\} = F\{2,0,0+\}$,

9) $F\{3,2,2+\}$: sv $F\{3,2,2+\} = F\{2,1,1+\}$, sv² $F\{3,2,2+\} = F\{1,0,0+\}$,

10) $F\{3,0,1-\}$,

11) $F\{3,1,2-\}$: sv $F\{3,1,2-\} = F\{2,0,0+\}$,

12) $F\{3,2,3-\}$: sv $F\{3,2,3-\} = F\{2,1,2-\}$, sv² $F\{3,2,3-\} = F\{1,0,1-\}$.

Указанные выше непрерывные преобразования структур классов 4, 6, 8, 9, 11, и 12 типа свертки в одном (sv) или двух (sv²) ортогональных направлениях показывают генетическую связь линейчатых структур и структур из фрагментов поверхности с собственно точечными структурами. Отметим, что линейчатые структуры и структуры из фрагментов поверхности могут быть получены путем

применения к ней одного (или двух) из возможных преобразований непрерывной группы трансляций t_y или t_{yz} в направлениях, ортогональных к пространству существования анализируемой точечной структуры.

Учитывая, что при каждой свертке фрактальная размерность структуры изменяется на единицу, имеем следующие простые соотношения:

$$\text{Dim } F(N)\{d_{sp}, d_{frag}, d_{gen}\} = 1 + \text{Dim sv } F(N)\{d_{sp}, d_{frag}, d_{gen}\};$$

$$\text{Dim } F(N)\{d_{sp}, d_{frag}, d_{gen}\} = 2 + \text{Dim sv}^2 F(N)\{d_{sp}, d_{frag}, d_{gen}\}.$$

Необходимо также учесть, что локальная размерность точечной фрактальной структу-

ры определяется фрактальной размерностью ее генератора Gen F . Тогда имеем

$$\text{Dim } F(N)\{d_{sp}, d_{frag}, d_{gen}\} = \text{Dim Gen } F(N)\{d_{sp}, d_{frag}, d_{gen}\}.$$

Локальная фрактальная размерность структуры, генератор которой задает определенный коэффициент ее самоподобия в виде отношения $K = (b/a)$, может быть представлена следующим образом. Обозначим

$$\text{Gen } F(N)\{d_{sp}, d_{frag}, d_{gen}\} = \text{Gen } F(K).$$

Тогда для точечных фрактальных структур $\text{Dim Gen } F(K) = \ln(Da)/\ln b$, где D – мерность пространства, в котором существует фрактал. В частности, имеем

$$\text{в 1D-пространстве} - \text{Dim Gen } F(K) = \ln a / \ln b,$$

$$\text{в 2D-пространстве} - \text{Dim Gen } F(K) = \ln(2a) / \ln b,$$

$$\text{в 3D-пространстве} - \text{Dim Gen } F(K) = \ln(3a) / \ln b.$$

Таким образом, предложено символическое описание точечных и некоторых производных от них мономодулярных фрактальных

структур в 3D-пространстве, проведена их первичная классификация и определены основополагающие соотношения между их фрактальными размерностями.

Список литературы

1. Иванов В.В., Таланов В.М. // Наносистемы: Физика, Химия, Математика. 2010. Т.1. №1. С.72-107.
2. Иванов В.В., Шабельская Н.П., Таланов В.М. // Совр. наукоемкие технологии, 2010. №10. С.176-179.
3. Иванов В.В., Демьян В.В., Таланов В.М. // Междунар. журн. эксп. образования, 2010. №11. С.153-155.
4. Иванов В.В., Таланов В.М., Гусаров В.В. // Наносистемы: Физика, Химия, Математика, 2011. Т.2. № 3. С.121-134.
5. Иванов В.В., Таланов В.М. // Успехи современного естествознания. 2012. №3. С.56-57.
6. Иванов В.В., Таланов В.М., Гусаров В.В. // Наносистемы: Физика, Химия, Математика. 2012. Т.3. № 4. С.82-100.
7. Иванов В.В., Таланов В.М. // Журн. структурной химии. 2013. Т.54. №2. С.354-376.