

УДК 532.543

ОЦЕНКА ПАДЕНИЯ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО НАПОРА В КОСЫХ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ ПРЫЖКАХ

¹Жоханенко В.Н., ²Мицик М.Ф.

¹ФГБОУ ВПО «Донской государственный аграрный университет», Ростовская обл.,
пос. Персиановский, e-mail: krutoi_ded08@rambler.ru;

²ИСО и П «Институт сферы обслуживания и предпринимательства», филиал ФГБОУ ВПО
«Донской государственный технический университет», Шахты, e-mail: m_mits@mail.ru

Рассматривается явление косого гидравлического прыжка, при котором резко изменяются местные глубины и скорости бурного потока. Решения уравнения для угла схода косого прыжка ранее определялись с помощью номограмм. В настоящей работе данное уравнение сведено к алгебраическому уравнению пятой степени относительно тангенса угла схода косого прыжка. Для уравнения пятой степени проведен анализ его решений и с помощью пакета прикладных математических программ определено единственное решение, удовлетворяющее физике процесса. Приведена таблица расчета угла схода косого прыжка, которая уточняет значения такого угла, полученного ранее с помощью номограмм. Проведена оценка падения гидронапора в косом прыжке.

Ключевые слова: косой гидравлический прыжок, угол схода косого прыжка, алгебраическое уравнение пятой степени, падение гидродинамического напора

ESTIMATION OF A DROP IN THE HYDRODYNAMIC PRESSURE IN THE SLANTING HYDRAULIC JUMPING

¹Kochanenko V. N., ²Mitsik M.F.

¹Donskoy Agrarian State University, Persianovskij vill., Rostov reg., e-mail: krutoi_ded08@rambler.ru;

²Service sector and entrepreneurship Institute, the branch of the Don State Technical University, Shakhty,
e-mail: m_mits@mail.ru

It is examined the phenomenon of the slanting hydraulic leap, with which sharply change local depths and speeds of the turbulent flow. The solutions of equation for the angle of tilt slanting leap previously were determined with the aid of the nomograms. In the present work this equation is brought to the algebraic equation of fifth degree relative to the tangent of the angle of tilt slanting leap. The analysis of its solutions is carried out for the equation of fifth degree and the unique solution, which satisfies physics of process, is determined with the aid of the batch of applications mathematical programs. The table of the calculation of the angle of tilt slanting leap, which refines the values of this angle, obtained earlier with the aid of the nomograms, is given. Is carried out the estimation of a drop in the hydraulic pressure in the slanting leap.

Keywords: slanting hydraulic leap, the angle of tilt slanting leap, algebraic equation of fifth degree, a drop in the hydrodynamic pressure

Явление косого гидравлического прыжка возникает в бурном потоке, когда его струи относительно резко отклоняются на конечный угол внутрь потока [1]. Внешне косой прыжок проявляется в резком, почти скач-

кообразном повышении свободной поверхности. Фронт прыжка представляет собой полосу конечной ширины, но, учитывая ее относительно небольшую величину, прыжок схематически обозначается уступом (рис. 1).

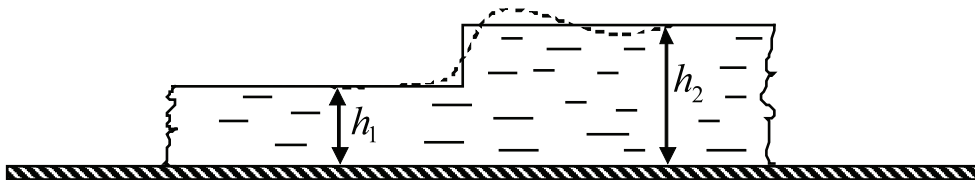


Рис. 1. Сечение потока в направлении, перпендикулярном фронту прыжка

Для изучения двумерных в плане бурных потоков можно использовать законы «масса – количество движения», так как они применимы как к неразрывным, так и к разрывным условиям течения потока, а законы

«масса – энергия» применимы только к потокам с непрерывными параметрами течения.

В настоящей работе, пользуясь парой уравнений «масса – количество движения», определим основные параметры косого ги-

гидравлического прыжка и оценим падение напора в интеграле энергии.

Этими вопросами занимался Б.Т. Емцев [1, 2], который вывел следующие зависимости:

$$\eta = \frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{1 + 8F_1 \sin^2 \beta} - 1 \right); \quad (1)$$

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{1}{\eta} + \left(\frac{1}{\eta^2} - 1 \right) \frac{\eta + 1}{2F_1}; \quad (2)$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\operatorname{tg} \beta \left(\sqrt{1 + 8F_1 \sin^2 \beta} - 3 \right)}{\sqrt{1 + 8F_1 \sin^2 \beta} - 1 + 2 \operatorname{tg}^2 \beta}, \quad (3)$$

где $\eta = \frac{h_2}{h_1}$ – относительная высота прыжка;

F_1 – число Фруда перед прыжком; F_2 – число Фруда после прыжка; β – угол, характеризующий направление фронта гидравличе-

ского прыжка; δ – угол набегания потока на боковую стенку русла.

Считая известными величины δ, h_1, F_1 , по формулам (1) – (3) необходимо определить параметры β, h_2, F_2 .

Б.Т. Емцев построил номограмму косых гидравлических прыжков [1], которую необходимо использовать для определения угла β в уравнении (3). Однако её использование вызывает определённые неудобства, к тому же значения угла набегания на стенку в таблице ограничены значением 60° , а на практике угол растекания потока, например, за круглыми трубами может значительно превышать 60° , следовательно использовать номограмму из [1], с. 114 невозможно.

В связи с этим в настоящей работе разработан численно-аналитический метод решения уравнения (3) с применением прикладных математических пакетов Maple 9.5.

Выразив $\sin \beta$ через $\operatorname{tg} \beta$, перепишем уравнение (3) в форме

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\operatorname{tg} \beta \left(\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \beta + 8F_1 \operatorname{tg}^2 \beta} - 3\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \beta} \right)}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \beta + 8F_1 \operatorname{tg}^2 \beta} - (1 + 2 \operatorname{tg}^2 \beta) \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \beta}}. \quad (4)$$

Избавимся в (4) от радикалов, преобразовав его к виду:

$$x^5 + \frac{3}{A}x^4 - \frac{B-8}{4A^2}x^3 + \frac{4+B}{2A}x^2 + \frac{8-4A^2-BA^2}{4A^2}x - \frac{1}{A} = 0, \quad (5)$$

где $x = \operatorname{tg} \beta$; $A = \operatorname{tg} \delta$; $B = 8F_1$.

Преобразуем уравнение (5) к виду, содержащему параметр F_1 [3]:

$$x^5 + \frac{3}{A}x^4 + \frac{2}{A^2}x^3 + \frac{4}{A}x^2 + \frac{2-A^2}{A^2}x - \frac{1}{A} - 2F_1 \frac{(x-A)^2}{A^2}x = 0. \quad (6)$$

Сделаем замену переменной

$$x = y + A. \quad (7)$$

После замены (7) из уравнения (6) получим

$$y^5 A^2 + y^4 (5A^3 + 3A) + y^3 (10A^4 + 12A^2 + 2) + y^2 (10A^5 + 18A^3 + 8A) + y (5A^6 + 12A^4 + 9A^2 + 2) + A(A^2 + 1)^3 - 2F_1 y^2 (y + A) = 0. \quad (8)$$

Опуская математические преобразования, приведем формулу для предельного значения

критерия Фруда F_1 при котором уравнение (7) имеет единственный положительный корень

$$F_1^{\text{пр}} = 6A^4 + 5A^3 + \frac{23}{3}A^2 + 3A + 1. \quad (9)$$

В табл. 1 приведены для сравнения расчётные значения предельного значения кри-

терия Фруда $F_1^{\text{пр}}$ и значения Фруда, взятые из номограмм Б.Т. Емцева $F_1^{\text{Т}}$.

Таблица 1

Сравнение расчетных предельных значений Фруда и по номограмме Б.Т. Емцева

δ	0	30°	45°	50°	60°
A	0	0,577	1	1,192	1,732
F_1^{np}	1	6,917	22,67	36,03	109,18
F_1^T	1	7	22,55	36	110

Приведем уравнение (8) к стандартной форме

$$a_0 y^5 + a_1 y^4 + a_2 y^3 + a_3 y^2 + a_4 y + a_5 = 0 \quad (10)$$

Запишем формулы для коэффициентов $a_k, k = 0, 1, \dots, 5$

$$a_0 = A^2; \quad a_1 = 5A^3 + 3A;$$

$$a_2 = 10A^4 + 12A^2 + 2 - 2F_1;$$

$$a_3 = 10A^5 + 18A^3 + 8A - 2 \cdot A \cdot F_1; \quad (11)$$

$$a_4 = 5A^6 + 12A^4 + 9A^2 + 2;$$

$$a_5 = A(A^2 + 1)^3.$$

Таким образом, при $A > 0$ коэффициенты a_0, a_1, a_4, a_5 являются положительными, а коэффициенты a_2, a_3 могут менять знак.

Представим коэффициенты a_2, a_3 в форме

$$a_2 = 2 \cdot (5A^4 + 6A^2 + 1 - F_1);$$

$$a_3 = 2A \cdot (5A^4 + 6A^2 + 1 - F_1) + 6A^3 + 6A; \quad (12)$$

Из (12) нетрудно видеть, что

$$a_3 = A \cdot a_2 + 6A^3 + 6A.$$

Рассмотрим таблицу возможных знаков в наборе коэффициентов $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$.

Таблица 2

№ п/п	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
1	+	+	+	+	+	+
2	+	+	0	+	+	+
3	+	+	-	+	+	+
4	+	+	-	0	+	+
5	+	+	-	-	+	+

Проиллюстрируем применение табл. 2 на примере. Известно из номограммы Б.Т. Емцева, что при $\delta = 60^\circ$ и $\sqrt{F_1^T} = 10,5$

существует единственный корень $\beta = 75^\circ$. Установим, к какому варианту относится этот случай. Найдем коэффициенты a_2, a_3 .

$$a_2 = 2 \cdot (5A^4 + 6A^{2T} + 1 - F_1) = 2(5 \cdot 9 + 6 \cdot 3 + 1 - 110,25) = -92,5;$$

$$a_3 = \sqrt{3} \cdot (-92,5) + 6 \cdot \sqrt{3} (3 + 1) = -118,642.$$

Этот случай соответствует пятому варианту табл. 2. Уравнение (10) в этом случае может иметь два положительных корня, может иметь один совпадающий положительный корень и может не иметь положительных корней.

Для нахождения положительных корней уравнения (8) была написана программа в среде Maple 9.5. Входными данными для определения корней являются значения δ, F_p, F_1^{np} . Выходной параметр – угол b .

Для поиска положительных корней уравнения (8) определяем верхнюю границу этих корней [3]

$$l = 1 + \sqrt{\max(|a_2|, |a_3|)}. \quad (13)$$

Таким образом, в заданном диапазоне $[0; l]$ с помощью программы отыскиваются корни уравнения (8). Количество корней, и их значения определяются как графически, так и аналитически.

Результаты расчетов для широкого диапазона значений угла d приведены в табл. 3.

Таблица 3

Расчетные и табличные значения угла β

№ п/п	δ	F_1	$x = \operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \delta$	$\beta^{\text{табл}}$	$\beta^{\text{расч}}$
1	30°	16	0,46045	47°	46,15°
2	35°	25	0,41464	48°	48,13°
3	45°	49	0,47254	56°	55,8°
4	50°	56,25	0,68387	62°	61,94°
5	60°	111,5	1,98276	75°	75,0°
6	70°	200	11,6865	–	86,05°
7	72°	210	15,1456	–	87,16°
8	72°	220	16,9245	–	86,84°
9	75°	230	22,8348	–	87,8°

$\beta^{\text{табл}}$ – значения угла направления косо́го гидравлического прыжка по номограмме Б.Т. Емцева;
 $\beta^{\text{расч}}$ – расчетные значения угла направления косо́го прыжка.

Из табл. 3 нетрудно видеть, что значения $\beta^{\text{табл}}$ и $\beta^{\text{расч}}$ практически совпадают при $\delta \leq 60^\circ$, однако предложенная программа позволяет рассчитывать значение β и при $60^\circ < \delta \leq 80^\circ$, что важно для практики.

Далее, определив значение угла β , найдем значение параметра h из (1), а затем и параметры потока после прыжка

$$h_2 = \eta \cdot h_1; \quad F_2 = F_1 \left[\frac{1}{\eta} + \frac{\eta + 1}{2F_1} \left(\frac{1}{\eta^2} - 1 \right) \right];$$

$$V_2 = \eta \cdot h_1 \sqrt{F_2 g h_2}; \quad (14)$$

Определим значения гидродинамического напора до удара струи потока о боковую стенку русла и после удара:

$$H_1 = \frac{V_1^2}{2g} + h_1; \quad H_2 = \frac{V_2^2}{2g} + h_2; \quad (15)$$

Определим относительные потери энергии при набегании струи потока на боковую стенку

$$\delta_{H_2} = \frac{H_2 - H_1}{H_2} \cdot 100\%.$$

Результаты расчетов приводим в табл. 4.

Таблица 4

№ п/п	F_1	δ	h_1 , м	β	h_2 , м	F_2	H_1 , м	H_2 , м	δ_{H_2} , %
1	16	30°	0,2	46,2°	0,722	2,304	1,80	1,553	13,68
2	25	35°	0,14	48,1°	0,67	2,456	1,89	1,93	21,01
3	49	45°	0,092	55,8°	0,709	2,083	2,346	1,447	38,33
4	56,25	50°	0,081	61,9°	0,718	1,47	2,359	1,246	47,17
5	111,5	60°	0,059	75°	0,822	0,57	3,348	1,058	68,4
6	200	70°	0,041	86,1°	0,798	0,075	4,141	0,828	80,01
7	210	72°	0,04	87,2°	0,799	0,052	4,24	0,82	80,66
8	220	72°	0,039	86,8°	0,798	0,058	4,33	0,821	81,04
9	230	75°	0,038	87,8°	0,796	0,041	4,408	0,812	81,58

Выводы

1. В работе предложен метод численно-определения направления фронта косо́го гидравлического прыжка и потери напора для элементарных струй в точке набегания потока на боковую стенку.

2. Такой подход и является обоснованием выбора законов «масса – количество движения» для описания явления косо́го гидравлического прыжка.

3. Угол набегания крайней линии тока на боковую стенку в предложенной модели

может изменяться в диапазоне $0^\circ < \delta \leq 90^\circ$, что соответствует эксперименту.

Список литературы

1. Емцев, Б.Т. Двухмерные бурные потоки [Текст] / Б.Т. Емцев. – М.: Энергия, 1967. – 212 с.
 2. Емцев, Б.Т. Техническая гидромеханика [Текст]: Учебник для вузов по спец. «Гидравлические машины и средства автоматики» / Б.Т. Емцев. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1987. – 440 с.
 3. Коханенко, В.Н. Двухмерные в плане бурные стационарные потоки за водопропускными сооружениями в условиях свободного растекания [Текст]: дисс. на соиск. уч. степ. д-ра техн. наук: 05.23.16 / В.Н. Коханенко. – М., 1997. – 238 с.