математики // Открытый урок: Всероссийский фестиваль педагогических идей. – М., 2011. – Режим доступа: https://festival.1september.ru/articles/ 596466/

4. Эрдниев П.М., Эрдниев Б.П. Обучение математике в школе. – М.: Столетие, 1996. – 320 с.

НЕСТАНДАРТНАЯ МЕТОДИКА ДЕЛЕНИЯ (СЛЕВА И СПРАВА) КВАДРАТНЫХ МАТРИЦ ОДНОГО РАЗМЕРА В СРЕДЕ MATHCAD

Колупаев И.А., Часов К.В.

Армавирский механико-технологический институт, филиал ФГБОУ ВПО «КубГТУ», Армавир, e-mail: Kolupaev.ia@yandex.ru

Применяя обратные операции в математике можно увидеть новые связи в учебном материале. Их применение позволяет получить и новые методические подходы, обобщения, модификацию научного знания.

При использовании обратных операций, несомненно, лучше понимается изучаемый материал. Поставленная перед студентом задача может быть легче проанализирована, составлен план её решения.

Выполнение обратных операций позволяет использовать различные ходы мысли: аналитические и синтетические, с помощью которых можно увидеть и осознать те логические связи в соответствующем разделе или теме (а также и между ними), которые до этого были не известны, или воспринимались формально, без обдумывания. Несомненно, что умение видеть и выполнять обратные операции позволяют иной раз заметить кроме стандартных способов решения поставленной задачи и нестандартные.

Примерами обратных операций: могут быть: умножение – деление, сложение – вычитание, дифференцирование – интегрирование, и т.д. В данной работе будем рассматривать операцию, обратную операции умножения матриц – их деление (для случая квадратных матриц одного размера) без ***использования обратных матриц***. Рассмотрим этот вопрос и в теории матриц, и с использованием математического редактора MathCAD.

Указанная задача появляется при решении матричных уравнений или систем матричных уравнений. При этом все компоненты этих структур – квадратные матрицы одинакового размера. Традиционно эта задача решается посредством нахождения обратной матрицы. Но есть и другой способ решения задачи!

Впервые формулы и правила непосредственного деления квадратных матриц одинакового размера вывел студент Кендюхов В.С. (07-ФАПИ. 2008 г.), под руководством одного из авторов (Часов К.В. [1, с. 46-48]). Необходимо отметить, что небезызвестные формулы Крамера вычисляют лишь неизвестную матрицу-столбец (решение системы *n* уравнений с *n* неизвестными), но не матрицу того же порядка, что и основная матрица системы при произведении матриц одного порядка, дающих в результате матрицу того же порядка, что и перемножаемые матрицы. Исследование литературных источников (по высшей алгебре) также не вывило наличия непосредственной операции деления квадратных матриц одинакового размера (кроме формул Крамера с известным ограничением).

Умение ***нестандартно*** делить квадратные матрицы одного размера позволяет получить более полное представление об операциях с матрицами и определителями [2, с. 92].

Поэтому авторы поставили перед собой проблему: ***внедрение в учебный процесс нестандартной методики деления квадратных матриц одного размера (в том числе и n-го порядка) без вычисления обратной, получение формул вычисления элементов неизвестной матрицы как множимого, так и множителя, реализация полученных формул в среде математического редактора MathCAD***.

Основными результатами проведённого научного исследования одним из авторов (Колупаев И.А.) являются подтверждение формул вычисления элементов неизвестной матрицы-множимого (или множителя) 2-го, 3-го, …, *n*-го порядков, правил их вычисления, полученных студентом Кендюховым В.С. Кроме того, были впервые получены формулы вычисления матрицы-множимого или множителя с помощью MathCAD.

При этом нужно отметить, что в среде MathCAD есть только одна операция деления – деления на матрицу-множитель (деление справа) (рис. 1). Но совершенно не представлена операция деления на матрицу-множимое (деление слева).

Пусть даны матрицы

$$B := \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad C := \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

Проверим результат умножением

$$X := \frac{C}{B} \qquad X = \begin{pmatrix} -3 & 2 & 0 \\ -4 & 5 & -2 \\ -5 & 3 & 0 \end{pmatrix} \qquad X \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$$

Рис. 1. Операция деления на матрицу-множитель (деление справа)

Авторами были изучены операции с матрицами в математическом редакторе MathCAD (в частности – рис. 1). Проводя компьютерный эксперимент, были получены соответствующие поставленной задаче формулы поэлементного расчёта искомой матрицы.

Рассмотрим алгебраическое решение задачи для матриц 2-го порядка. Пусть имеются две матрицы 2-го порядка *A* и *X*, при их перемножении получаем матрицу *C*.

$A \times X = C$, тогда искомая матрица $X = C/A_{\text{слева}}$.

Ниже (рис. 2) приведены формулы нахождения элементов матрицы, получаемой при делении одной матрицы 2-го порядка на другую.

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} = \frac{\begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix}}{\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}}$$

Рис. 2. Операция деления матрицы на матрицу

В результате вывода по формулам Крамера получаем матрицу-результат (рис. 3).

Аналогично получаются формулы для случая $X \times A = C - X = C/ш_{справа}$.

$$X = \begin{pmatrix} \dfrac{\begin{vmatrix} c_{11} & a_{12} \\ c_{21} & a_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}} & \dfrac{\begin{vmatrix} c_{12} & a_{12} \\ c_{22} & a_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}} \\ \dfrac{\begin{vmatrix} a_{11} & c_{11} \\ a_{21} & c_{21} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}} & \dfrac{\begin{vmatrix} a_{11} & c_{12} \\ a_{21} & c_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}} \end{pmatrix} \quad \text{или} \quad X = \frac{1}{\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}} \cdot \begin{pmatrix} \begin{vmatrix} c_{11} & a_{12} \\ c_{21} & a_{22} \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} c_{12} & a_{12} \\ c_{22} & a_{22} \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} a_{11} & c_{11} \\ a_{21} & c_{21} \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} a_{11} & c_{12} \\ a_{21} & c_{22} \end{vmatrix} \end{pmatrix}$$

Рис. 3. Матрица-результат «левого» деления в теории

Далее составляем документ в MathCAD. Несмотря на то, что деление справа присутствует в редакторе (рис. 1), формулы были получены и реализованы (для проверки формул и правил). Для получения формул «левого» деления матриц зададим соответствующие матрицы третьего порядка (рис. 4). Соответствующие формулы и правила для деления матриц второго порядка легко переносятся на матрицы третьего порядка.

Затем, используя правило [1, с. 47-48], составляем формулы, вычисляющие соответствующие элементы матрицы. После этого проверяем соответствующие формулы «левого» деления (рис. 5).

ORIGIN:= 1

$$d := \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \qquad X := \begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$k := d \cdot X \qquad k = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 8 \\ 2 & -2 & 12 \\ 10 & 6 & 6 \end{pmatrix}$$

Рис. 4. Задание исходных матриц

$$k = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 8 \\ 2 & -2 & 12 \\ 10 & 6 & 6 \end{pmatrix}$$

$$x_{1,1} := \frac{\left|\begin{pmatrix} k_{1,1} & d_{1,2} & d_{1,3} \\ k_{2,1} & d_{2,2} & d_{2,3} \\ k_{3,1} & d_{3,2} & d_{3,3} \end{pmatrix}\right|}{|d|} \qquad x_{1,2} := \frac{\left|\begin{pmatrix} k_{1,2} & d_{1,2} & d_{1,3} \\ k_{2,2} & d_{2,2} & d_{2,3} \\ k_{3,2} & d_{3,2} & d_{3,3} \end{pmatrix}\right|}{|d|} \qquad x_{1,3} := \frac{\left|\begin{pmatrix} k_{1,3} & d_{1,2} & d_{1,3} \\ k_{2,3} & d_{2,2} & d_{2,3} \\ k_{3,3} & d_{3,2} & d_{3,3} \end{pmatrix}\right|}{|d|}$$

$$x_{1,1} = 0 \qquad x_{1,2} = -1 \qquad x_{1,3} = 3$$

$$x_{2,1} := \frac{\left|\begin{pmatrix} d_{1,1} & k_{1,1} & d_{1,3} \\ d_{2,1} & k_{2,1} & d_{2,3} \\ d_{3,1} & k_{3,1} & d_{3,3} \end{pmatrix}\right|}{|d|} \qquad x_{2,2} := \frac{\left|\begin{pmatrix} d_{1,1} & k_{1,2} & d_{1,3} \\ d_{2,1} & k_{2,2} & d_{2,3} \\ d_{3,1} & k_{3,2} & d_{3,3} \end{pmatrix}\right|}{|d|} \qquad x_{2,3} := \frac{\left|\begin{pmatrix} d_{1,1} & k_{1,3} & d_{1,3} \\ d_{2,1} & k_{2,3} & d_{2,3} \\ d_{3,1} & k_{3,3} & d_{3,3} \end{pmatrix}\right|}{|d|}$$

$$x_{2,1} = 2 \qquad x_{2,2} = 1 \qquad x_{2,3} = 3$$

$$x_{3,1} := \frac{\left|\begin{pmatrix} d_{1,1} & d_{1,2} & k_{1,1} \\ d_{2,1} & d_{2,2} & k_{2,1} \\ d_{3,1} & d_{3,2} & k_{3,1} \end{pmatrix}\right|}{|d|} \qquad x_{3,2} := \frac{\left|\begin{pmatrix} d_{1,1} & d_{1,2} & k_{1,2} \\ d_{2,1} & d_{2,2} & k_{2,2} \\ d_{3,1} & d_{3,2} & k_{3,2} \end{pmatrix}\right|}{|d|} \qquad x_{3,3} := \frac{\left|\begin{pmatrix} d_{1,1} & d_{1,2} & k_{1,3} \\ d_{2,1} & d_{2,2} & k_{2,3} \\ d_{3,1} & d_{3,2} & k_{3,3} \end{pmatrix}\right|}{|d|}$$

$$x_{3,1} = 2 \qquad x_{3,2} = 1 \qquad x_{3,3} = 1$$

$$x = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad X = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Очевидно, что матрицы равны

Рис. 5. Проверка «левого» деления матриц

Правило работает! И, хотя вычислительных операций по этой методике больше, чем при использовании обратных матриц, применив функцию пользователя или специальное средство – области, все промежуточные выкладки или вычисления можно скрыть.

Проведённое исследование расширяет представление о взаимно-обратных операциях в математике, показывает многообразие методов решения задач, в частности деления квадратных матриц одинакового размера как стандартными, так и нестандартными методами. Это, несомненно, влияет на усвояемость обучающимися теоретического материала на операции с матрицами. Применение математического редактора MathCad позволяет обучающимся более ясно представлять смысл выполняемых математических действий.

Список литературы

1. Кендюхов В.С., Часов К.В. Операция деления матрицы на матрицу (квадратные) // Сборник студенческих работ, отмеченных наградами XIV студенческой научной конференции АМТИ. – Армавир: Изд-во АМТИ, 2008.– Вып.1. – С. 46-48.

2. Часов К.В. Развитие учебной деятельности студентов при обучении математике // Педагогика-XXI: материалы II Международной научно-теоретической конференции. – Ч.2. – Караганда: ПЦ «Полиграфист», 2011. – С. 90-95.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ В ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧИТЕЛЯ

Крохмалова Т.С., Телеева Е.В.

Шадринский государственный педагогический институт, Шадринск, e-mail: teleevaev@rambler.ru

На современном этапе развития образования с особой остротой встает вопрос о возможности опережающего представления действительности, предвидении будущих изменений на основе педагогического проектирования. Именно оно позволяет педагогически грамотно, технологично строить образовательный процесс, обеспечивающий высокий уровень качества образования.

При проектировании учебного процесса важную роль играет подготовка педагога. Она может состоять из трех этапов: пропедевтический (развитие педагогической направленности и создание мотивационной установки на овладение педагогическим проектированием); образовательный (теоретическое овладение вопросами проектирования и технологизации процесса обучения); практический (разработка и реализация проекта изучения конкретной учебной темы на педагогической практике).

Существует две стратегии поведения педагога в процессе проектирования: содержательная и динамическая. Содержательная стратегия педагогического проектирования основывается на целях и задачах обучения и воспитания личности, сохраняя их неизменными, варьируя лишь содержание, методы и формы. Цели и задачи при этом рассматриваются как исходные и объективно заданные. Учитель в этом случае ищет такие способы влияния на личность, которые побудили бы ее развиваться в соответствии с поставленными целями. Динамическая стратегия в качестве системообразующих компонентов учитывает возможности личности обучающегося и учителя. Логика мышления в данной стратегии состоит в том, что нужно исходить из объективно заданных возможностей участников, систем, процессов и двигаться далее к определению целей, принципов, содержания, методов, средств и форм.

Если говорить о предметном обучении, то следует отметить, что сейчас очень серьезно ставится вопрос о проектировании учебного процесса на уровне всего учебного курса, на уровне темы, на уровне конкретного понятия.

ОСОБЕННОСТИ ПОДБОРА ПАРТНЕРОВ В ЖЕНСКОЙ ГРУППОВОЙ АКРОБАТИКЕ

Лобырева Ю.Ю.

Волгоградская государственная академия физической культуры, Волгоград, e-mail: Lobyreva_90@mail.ru

Совместимость партнеров в акробатике лежит в основе формирования взаимопонимания, межличностного взаимодействия, взаимоотношений и их срабатываемости во время тренировочных занятий. Сочетание личностных характеристик, положительно влияющих на результаты совместной деятельности, определяется как совместимость. Основной компонент совместимости – субъективная удовлетворенность взаимодействующих людей. Спортивная парно-групповая акробатика относится к подобным видам спорта, где высокий спортивный результат зависит от партнеров.

Нами предполагалось, что повысить техническое мастерство партнеров в парно-групповой акробатике можно, если будут выявлены структурные и функциональные взаимосвязи формируемые во время совместной двигательной деятельности и разработаны средства повышающие уровень их взаимопонимания.

Исходя из этого в работе были поставлены следующие задачи:

1. Установить факторы, определяющие особенности взаимодействия партнеров в женских групповых составах.
2. Определить динамику уровня физической и технической подготовленности партнеров во время совместной деятельности.
3. Разработать и обосновать диагностическую эффективность критериев совместимости составов в парно групповой спортивной акробатике.

Для решения поставленных задач применялся анализ и обобщение данных научно-методической литературы, проводились педагогические наблюдения, тестирование и педагогический эксперимент.

Теоретическая и практическая значимость. Разработанная система формирования женских спортивных троек на основе учета совместимости индивидуальных особенностей партнеров применялась в детско-юношеской спортивной школе и может быть использована на тренировочных занятиях в других физкультурных и учебных заведениях.

Для выяснения факторов, влияющих на совместную тренировочную деятельность, было проведено ряд исследований.

В частности, для установления особенностей психологической совместимости партнеров в групповой акробатике был проведен анкетный опрос. Спортсменам и тренерам был задан вопрос о важности и необходимости контролирования и регулирования в тренировочном занятии отношений между партнерами в тройках. 98,3% опрошенных считают, что психологический фактор также очень важен, как и технический. И только 1,7% респондентов не признают необходимости формирования троек по психологическим характеристикам. В ходе исследования установлено, что плохие взаимоотношения партнеров во время совместной деятельности отрицательно влияют на подготовку к соревнованиям. Таких было 27%.

31% спортсменов указали на то, что отношения между партнерами оказывают огромное влияние на эффективность участия в соревнованиях, когда отношения в тройке доброжелательные, то появляется чувство свободного «не зажатого» выполнения элементов, пропадает боязнь срыва. 15% опрошенных заявили, что в тройке обязательно должен быть лидер, который следит за изменениями во взаимоотно-