Расчёт сырьевых запасов сухого тростника определялся по следующей методике:

Определяли относительную среднюю арифметическую урожайность ($m_{\text{ср}}$) по формуле, кг/м²:

$$m_{\text{ср}} = \frac{\sum m_i}{4n}; \qquad (1)$$

где m_i – масса сырья, собранная с одной учетной площадки (площадь площадки 4 м²), n – число учетных площадок.

Определяли уточненную дисперсию

$$C = \frac{\sum \left(m_i - m_{\text{ср}}\right)^2}{n-1}. \qquad (2)$$

Далее рассчитывали квадратическое отклонение σ по формуле:

$$\sigma = \sqrt{\frac{n}{n-1}C}. \qquad (3)$$

Ошибку u рассчитывали по формуле:

$$u = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}. \qquad (4)$$

Удельная величина эксплуатационного запаса (на 1 га):

$$E_{\text{эксп}} = \left(m_{\text{ср}} - u\right)10^4. \qquad (5)$$

Определяли объем возможной ежегодной заготовки (V), кг:

$$V = \frac{E_{\text{эксп}}}{a}S \qquad (6)$$

где a – срок восстановления; S – площадь зарослей (га).

Анализ результатов показал, что урожайность тростника в промышленной зоне города Волжского достигает 14 т/га, а объём ежегодной заготовки около 1800 тонн. Таким образом, в результате проведённых исследований получены необходимые исходные данные для разработки технико-экономического обоснования параметров комплекса для производства топливных гранул из тростника с учётом географических, климатических и эксплуатационных особенностей.

АНАЛИЗ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РЕСУРСОВ В ОПТИМАЛЬНОМ ПЛАНЕ

Мягков М.М., ГафуровТ.Д., Агишева Д.К.

Волжский политехнический институт, филиал Волгоградского государственного технического университета, Волжский, www.volpi.ru, e-mail: volk_666@mail.ru

Для изготовления четырёх видов продукции используют три виды сырья. Данные расходов приведены в таблице.

Виды сырья	Нормы расхода сырья на одно изделие (ед.)				Запасы сырья
	А	Б	В	Г	
I	1	2	1	0	18
II	1	1	2	1	30
III	1	3	3	2	40
Цена изделия	12	7	18	10	

Необходимо исследовать использование ресурсов в оптимальном плане.

Сформулируем прямую оптимизационную задачу на максимум общей стоимости продукции и соответствующую ей двойственную задачу.

Прямая задача

$$L(\overline{x}) = 12x_1 + 7x_2 + 18x_3 + 10x_4 \to \max;$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 \le 18, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 \le 30, \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 \le 40, \end{cases}$$

$$x_i \ge 0,\ i = \overline{1,4}.$$

Двойственная задача

$$S(\overline{y}) = 18y_1 + 30y_2 + 40y_3 \to \min;$$

$$\begin{cases} y_1 + y_2 + y_3 \ge 12, \\ 2y_1 + y_2 + 3y_3 \ge 7, \\ y_1 + 2y_2 + 3y_3 \ge 18, \\ y_2 + 2y_3 \ge 10, \end{cases}$$

$$y_j \ge 0,\ j = \overline{1,3}.$$

Решая исходную задачу симплексным методом, получим оптимальное решение $\overline{x}_{\text{опт}} = (18;0;0;11)$, $L_{\max} = 326$.

Вывод: для получения максимально возможной прибыли в 326 ден. ед. необходимо выпустить изделий вида А – 18 единиц, изделий вида Б – 0 единиц, изделий вида В – 0 единиц и изделий вида Г – 10 единиц.

Укажем оптимальный план двойственной задачи

$$\overline{y}_{\text{опт}} = (7;0;5); \quad S_{\min} = 326.$$

Проанализируем использование ресурсов в оптимальном плане (дефицитность сырья). Проранжируем двойственные оценки и сделаем соответствующие выводы.

$y_1 = 7 \Rightarrow$ сырьё I наиболее дефицитное и расходуется полностью. Запасы этого ресурса необходимо постоянно пополнять.

$y_3 = 5 \Rightarrow$ сырьё II менее дефицитное в сравнении с сырьём I. Запасы необходимо пополнять периодически.

$y_2 = 5 \Rightarrow$ сырьё III не является дефицитным. Пополнение запасов не требуется.

Список литературы

1. Математика в экономике. Математические методы и модели: учебник / М.С. Красс, Б.П. Чупрынов. – М.: Финансы и статистика, 2007. – 544 с.: ил.

2. Математическая статистика: учебное пособие / Д.К. Агишева, С.А. Зотова, Т.А. Матвеева, В.Б. Светличная // Успехи современного естествознания. – 2010. – № 2. – С. 122-123.

3. Линейное программирование: учебное пособие / Д.К. Агишева, С.А. Зотова, Т.А. Матвеева, В.Б. Светличная Успехи современного естествознания. – 2010. – № 9. – С. 61-62,

4. Методы принятия оптимальных решений. Часть 1: учебное пособие / Д.К. Агишева, С.А. Зотова, В.Б. Светличная, Т.А. Матвеева. – Волгоград: ИУНЛ ВолгГТУ, 2011. – 155 с.

ВЫЧИСЛЕНИЕ «НЕБЕРУЩЕГОСЯ» ИНТЕГРАЛА РАЗНЫМИ СПОСОБАМИ

Орыщенко А.И., Светличная В.Б.

Волжский политехнический институт, филиал Волгоградского государственного технического университета, Волжский, www.volpi.ru, e-mail: Tema__777@mail.ru

С помощью функции Лапласа

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{0,2} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

в ТВ вычисляют вероятности для нормальной распределенной случайной величины этой функции табулировано. Интеграл $\int e^{-\frac{x^2}{2}} dx$ не выражается через элементарные функции.

В представленной работе определенный интеграл $\int e^{-\frac{x^2}{2}}dx$ – вычислен тремя способами:

1. Разложением подынтегральной функции в ряд Макларена.

2. Приближенным методом Симпсона.

3. С помощью таблицы значений функции Лапласа.

1. Значение интеграла вычислялось с точностью до 0,0001

$$e^t = 1+\frac{t}{1!}+\frac{t^2}{2!}+\frac{t^3}{3!}+...=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{t^n}{n!};$$

$$e^{-\frac{x^2}{2}} = 1+\frac{\frac{1}{2}x^2}{1!}+\frac{\left(\frac{1}{2}x^2\right)^2}{2!}+\frac{\left(\frac{1}{2}x^2\right)^3}{3!}+\frac{\left(\frac{1}{2}x^2\right)^4}{4!}...=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{2^n n!}x^{2n}.$$

Вычислим интеграл

$$\int_0^{0,2} e^{-\frac{x^2}{2}}dx = \left(x-\frac{1}{2\cdot 1!}\cdot\frac{x^3}{3}+\frac{1}{4\cdot 2!}\cdot\frac{x^5}{5}-\frac{1}{8\cdot 3!}\cdot\frac{x^7}{7}+...\right)\Bigg|_0^{0,2} = 0,2-0,00133+0,000008-....$$

Для знакочередующегося числового ряда остаток оценивается с…

$$\left.\begin{array}{l}|R_n| \le U_n+1\\ U_3 \le 0,0001\end{array}\right\}$$

поэтому

$$\int_0^{0,2} e^{-\frac{x^2}{2}}dx \approx 0,2-0,00133 \approx 0,19867.$$

2. $\int_0^{0,2} e^{-\frac{x^2}{2}}dx.$

Разделим промежуток [0; 0,2] на 5 частей и вычислим

$$\int_{x_1}^{x_2} e^{-\frac{x^2}{2}}dx.$$

По формуле

$$\int_{x_1}^{x_2} f(x)dx \approx \frac{x_2-x_1}{6}\left(f(x_1)+4f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)+f(x_2)\right).$$

Применим формулу Симпсона на каждом шаге:

1) $\int_0^{0,04} e^{-\frac{x^2}{2}}dx = 0,03994;$

2) $\int_{0,04}^{0,08} e^{-\frac{x^2}{2}}dx = 0,03988;$

3) $\int_{0,08}^{0,12} e^{-\frac{x^2}{2}}dx = 0,03975;$

4) $\int_{0,12}^{0,16} e^{-\frac{x^2}{2}}dx = 0,039567;$

5) $\int_{0,16}^{0,2} e^{-\frac{x^2}{2}}dx = 0,039315.$

Сложив пошаговые результаты, получим окончательное значение интеграла:

$$0,03994 + 0,03988 + 0,03975 + 0,039567 + \\ + 0,039315 = 0,19845$$

3. С помощью функции Лапласа

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^{0,2} e^{-\frac{t^2}{2}}dt \Rightarrow \int_0^{0,2} e^{-\frac{x^2}{2}}dx = \Phi(0,2) = \sqrt{2\pi}\cdot 0,0793 = 0,198776.$$

Сравним все полученные результаты

1) ряд Макларена	0,19867;
2) формула Симпсона	0,19845;
3) функция Лапласа	0,198776.

Список литературы

1. Математическая статистика: учебное пособие / Д.К. Агишева, С.А. Зотова, Т.А. Матвеева, В.Б.Светличная // Успехи современного естествознания. – 2010. – №9. – С. 122-123.

ПРИКЛАДНОЕ ЗНАЧЕНИЕ СРАВНИМОСТИ ЧИСЕЛ В КРИПТОГРАФИИ

Посевкин Р.В., Светличная В.Б.

Волжский политехнический институт, филиал Волгоградский государственного технического университета, Волжский, www.volpi.ru, e-mail: rus_posevkin@mail.ru

Сравнения нашли широкое применение в криптографии и шифровании. Один из наглядных примеров – алгоритмы ассиметричного шифрования. Основная идея асимметричного шифрования заключается в существовании сразу двух ключей для обмена информацией – открытого, известного любому желающему, и закрытого, который известен лишь получателю информации. Очевидно, что открытый и закрытый ключи генерируются одновременно и между ними существует определенная математическая связь. Основная задача проектировщика асимметричного алгоритма заключается в том, чтобы по известному открытому ключу было бы невозможно (очень трудоемко) получить секретный ключ шифрования. Для этого в основу асимметричных алгоритмов закладываются вычислительно трудные задачи факторизации, дискретного логарифмирования, проецирования точек на эллиптической кривой и т.д. Объединяет все эти задачи то, что они используют операцию получения остатка от целочисленного деления (сравнения). Говорят, что два целых числа a и b являются сравнимыми по модулю n, если (a mod n) = (b mod n). Это записывается в виде:

$$a \equiv b \bmod n.$$

В качестве примера алгоритмов симметричного шифрования можно привести первую систему с открытым ключом – метод экспоненциального ключевого обмена Диффи – Хеллмана. Метод предназначен для передачи секретного ключа симметричного шифрования. В обмене задействованы два участника А и Б. Сначала они выбирают большие простые числа n и $g < n$ (эти числа секретными не являются). Затем участник А выбирает большое целое число x, вычисляет $X = g^x \bmod n$ и передает X участнику Б. Б в свою очередь выбирает большое целое число y,