Спрос называется эластичным, если доход от реализации продукции растёт; если доход падает, то спрос называется неэластичным (рисунок).

Спрос эластичен относительно цены (дохода), если эластичность функции спроса по абсолютной величине больше единицы.

Список литературы

1. Математика в экономике. Математические методы и модели: учебник / М.С. Красс, Б.П. Чупрынов. – М.: Финансы и статистика, 2007. – 544 с.: ил.
2. Математическая статистика: учебное пособие / Д.К. Агишева, С.А. Зотова, Т.А. Матвеева, В.Б. Светличная // Успехи современного естествознания. – 2010. – № 2. – С. 122-123.
3. Линейное программирование: учебное пособие / Д.К. Агишева, С.А. Зотова, Т.А. Матвеева, В.Б. Светличная Успехи современного естествознания. – 2010. – № 9. – С. 61-62,
4. Методы принятия оптимальных решений. Часть 1: учебное пособие/ Д.К. Агишева, С.А. Зотова, В.Б. Светличная, Т.А. Матвеева. – Волгоград: ИУНЛ ВолгГТУ, 2011. – 155 с.

РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ИМПУЛЬСНОЙ ПРАВОЙ ЧАСТЬЮ

Любимова О.В., Самодьянова А.С., Матвеева Т.А.

Волжский политехнический институт, филиал ФГБОУ ВПО «Волгоградский государственный технический университет», Волжский, www.volpi.ru, e-mail: alt_123@bk.ru

Дифференциальные уравнения (Д.У.) часто и очень плодотворно используются при описании самых разнообразных процессов окружающей действительности. Но большинство Д.У., возникающих в прикладных задачах, явно не интегрируются.

Мы остановимся на решении Д.У. с импульсной правой частью. Одним из методов решения таких уравнений является операционный метод (преобразование Лапласа), применяющий в данном случае теорему запаздывания для составного оригинала.

$$x'' + x' = f(t);$$

$$x(0) = 1, x'(0) = 0,$$

где функция $f(t)$ задана графиком

$$f(t) = \begin{cases} 0 & t \le 0 \\ 1 & 0 < t < 1. \\ 2 & t \ge 1 \end{cases}$$

Пусть решение Д.У. является оригиналом $x(t)$ и ему соответствует изображение $X(p)$.

Тогда по теореме дифференцирования оригинала имеем

$$x'(t) \leftrightarrow pX(p) - x(0) = pX(p) - 1;$$

$$x''(t) \leftrightarrow p^2 X(p) - p \cdot x(0) - x'(0) = p^2 X(p) - p.$$

Импульсную правую часть можно представить в виде

$$f(t) = \big(\eta(t) - \eta(t-1)\big) + 2 \cdot \eta(t-1) = \eta(t) + \eta(t-1),$$

где $\eta(t)$ – единичная функция Хевисайда.

Изображения функции $f(t)$ найдем по теореме запаздывания:

$$f(t) \leftrightarrow \frac{1}{p} + \frac{1}{p} \cdot e^{-p}.$$

Запишем теперь операторное уравнение:

$$p^2 X(p) - p + pX(p) - 1 = \frac{1}{p}\left(1 + e^{-p}\right).$$

Находим из него неизвестное изображение $X(p)$:

$$X(p) = \frac{1}{p^2(p+1)}\left(1 + e^{-p}\right) + \frac{1}{p}$$

или

$$X(p) = \left(\frac{1}{p^2} - \frac{1}{p} + \frac{1}{p+1}\right) \cdot \left(1 + e^{-p}\right) + \frac{1}{p}.$$

Еще раз, используя теорему запаздывания, находим искомый оригинал $x(t)$, соответствующий изображению $X(p)$:

$$X(p) = \frac{1}{p^2} + \frac{1}{p+1} + \frac{1}{p^2} \cdot e^{-p} - \frac{1}{p} \cdot e^{-p} + \frac{1}{p+1} \cdot e^{-p} \leftrightarrow$$

$$\leftrightarrow x(t) = \left(t - e^{-t}\right) \cdot \eta(t) + (t-1) \cdot \eta(t-1) - \eta(t-1) + e^{-(t-1)}\eta(t-1).$$

Таким образом, при решении Д.У. с импульсной и составной правой частью операционный метод имеет преимущество перед другими методами решения таких уравнений. Операционное исчисление играет важную роль при решении прикладных задач, особенно в современной автоматике и телемеханике.

Список литературы

1. Сборник задач по высшей математике / К.Н. Лунгу, В.П. Норин, Д.Т. Письменный. – М.: Айрис Пресс, 2004.
2. Практическое руководство к решению задач по операционному исчислению / С.А. Зотова, В.Б. Светличная. – Волгоград: ВолгГТУ, ВПИ, 2000.
3. Матвеева Т.А. Некоторые методы обращения преобразования Лапласа и их приложения: автореф. дис …канд. физ-мат. наук. – СПб., 2003. – 16 с.
4. Специальные главы математики: операционное исчисление: учебное пособие / Т.А. Матвеева, В.Б. Светличная, Д.К. Агишева, С.А. Зотова. – Волгоград, 2010. – 56 с.

ПРИЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ ФУНКЦИИ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО К ВЫЧИСЛЕНИЮ НЕСОБСТВЕННЫХ ИНТЕГРАЛОВ

Морозов А.О., Никулица Д.В., Матвеева Т.А., Афонасенков О.В.

Волжский политехнический институт, филиал ФГБОУ ВПО «Волгоградский государственный технический университет», Волжский, www.volpi.ru, e-mail: alexmoroz1993@yandex.ru

При изучении реальных систем возникает необходимость создания новых математических моделей. Для их качественного исследования привлекают методы теории функции, среди которых особую роль играет аппарат теории функции комплексного переменного.

В ходе работы была изучена теория вычетов и ее применение к вычислению несобственных интегралов функции действительной переменной.

В этой статье мы рассмотрим приложения этой теории к вычислению несобственных интегралов вида

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \cdot e^{iax} dx\ ; \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \cdot \cos(ax)\, dx; \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \cdot \sin(ax)\, dx; \quad (a > 0).$$

Пусть функция комплексного переменного $f(z)$ удовлетворяет трем условиям: $f(z)$ аналитична в верхней полуплоскости $\operatorname{Im} z > 0$, кроме конечного числа особых изолированных точек z_k; непрерывна на вещественной оси и

$$\lim_{z \to \infty} f(z) = 0.$$

Тогда $$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\cdot e^{iax}\,dx = 2\pi i \sum_{\operatorname{Im} z_k>0} \operatorname{Res}\left[f(z)\cdot e^{iaz},\ z_k\right].$$

Т.к. $\cos(az)=\operatorname{Re}\left(e^{iaz}\right);\ \sin(az)=\operatorname{Im}\left(e^{iaz}\right)$, то

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\cdot\cos(ax)dx = \operatorname{Re}\left(2\pi i\cdot\sum_{\operatorname{Im} z_k>0}\operatorname{Res}\left[f(z)\cdot e^{iaz},z_k\right]\right);$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\cdot\sin(ax)dx = \operatorname{Im}\left(2\pi i\cdot\sum_{\operatorname{Im} z_k>0}\operatorname{Res}\left[f(z)\cdot e^{iaz},z_k\right]\right).$$

Рассмотрим применение этой теории на примере вычисления интегралов:

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{e^{i\cdot 3x}\,dx}{x^2+4x+20};\quad \int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\cos(3x)\,dx}{x^2+4x+20};$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\sin(3x)\,dx}{x^2+4x+20}.$$

Найдем особые точки функции

$$f(z)=\frac{1}{z^2+4z+20}:$$

$z^2+4z+20=0$, дискриминант $D=-16$, тогда

$$z_{1,2}=-2\pm 2\cdot i.$$

Имеем, что функция удовлетворяет трем условиям, сформулированным выше, т.к. имеет в полуплоскости $\operatorname{Im} z>0$ один простой полюс $z_0=-2+2\cdot i$.

Вычислим вычет в этой особой точке

$$\operatorname{Res}\left[f(z)\cdot e^{iaz},z_0\right]=\frac{e^{3\cdot i\cdot z}}{(z^2+4z+20)'}\Bigg|_{z_0=-2+2\cdot i}=\frac{e^{3\cdot i\cdot z}}{2z+4}\Bigg|_{z_0=-2+2\cdot i}=\frac{e^{-6-6\cdot i}}{4i}.$$

Получаем, что

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{e^{i\cdot 3x}\,dx}{x^2+4x+20}=2\pi i\cdot\operatorname{Res}\left[f(z)\cdot e^{iaz},z_0\right]=2\pi i\cdot\frac{e^{-6-6\cdot i}}{4i}=\frac{\pi\cdot e^{-6}}{2}\cdot\left(\cos(6)-i\sin(6)\right).$$

Следовательно,

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\cos(3x)dx}{x^2+4x+20}=\operatorname{Re}\left(\frac{\pi\cdot e^{-6}}{2}\cdot\left(\cos(6)-i\sin(6)\right)\right)=\frac{\pi\cdot e^{-6}}{2}\cdot\cos(6);$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{\sin(3x)dx}{x^2+4x+20}=\operatorname{Im}\left(\frac{\pi\cdot e^{-6}}{2}\cdot\left(\cos(6)-i\sin(6)\right)\right)=-\frac{\pi\cdot e^{-6}}{2}\cdot\sin(6).$$

Таким образом, мы рассмотрели применение функции комплексного переменного к решению некоторых видов несобственных интегралов.

Список литературы

1. Лунгу К.Н. Сборник задач по высшей математике / К.Н. Лунгу, В.П. Норин, Д.Т. Письменный. – М.: Айрис Пресс, 2004. – С. 439-484.

2. Специальные главы математики: теория функции комплексного переменного / В.Б. Светличная, Д.К. Агишева, Т.А. Матвеева, С.А. Зотова. – Волгоград: РПК «Политехник», 2011.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭКСПЛУАТАЦИОННЫХ ЗАПАСОВ ТРОСТНИКА МЕТОДОМ УЧЁТНЫХ ПЛОЩАДОК С ЦЕЛЬЮ РАЗРАБОТКИ ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКОГО ОБОСНОВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ КОМПЛЕКСА ПО ПРОИЗВОДСТВУ ТОПЛИВНЫХ ГРАНУЛ

Мухина К.А., Паршев С.С., Костин В.Е., Соколова Н.А.

Волжский политехнический институт, филиал Волгоградского государственного технического университета, Волжский, www.volpi.ru, e-mail: x2-morgan@yandex.ru

Тростник южный – многолетнее растение семейства злаковых широко распространённое во всех южных регионах России. Обширные заросли тростника имеются в промышленной зоне города Волжского. Заросли тростника, особенно в весенний период, создают повышенную пожароопасную обстановку на территории промышленной зоны города Волжского. Возникшее в зарослях тростника возгорание, особенно при сухой ветреной погоде, быстро приобретает характер неконтролируемого пожара, который создаёт угрозу хозяйственным постройкам, промышленным объектам, линиям электропередач, а также здоровью и жизни людей. Вследствие, того, что тростник южный быстро возобновляет свою биомассу в течение тёплого времени года, рациональным решением проблемы снижения пожароопасности представляется выкос тростника и производство из него топливных гранул.

Для решения инженерной задачи подбора оборудования и разработки технико-экономического обоснования параметров комплекса для производства топливных гранул необходимо иметь чёткое представление об эксплуатационных запасах тростника на изучаемой территории.

Для определения запасов тростника использовалась следующая методика определения растительных биоресурсов на учетных площадках.

На исследуемом участке выбиралось случайным образом от 5 площадок размером 2×2 м². Тростник на этих площадках скашивался, собирался и взвешивался, результаты покосов тростника приведены в таблице.

Результаты покосов тростника на учётных площадках

Номер площадки	Общее кол-во, шт.	Общая масса, кг
1	90	3,22
2	280	8,36
3	140	3,8
4	180	4,66
5	280	3,18