$$S=\frac{\tau_0 H_0}{\eta V};\quad \zeta(\xi)=\frac{h_0(x)}{h(x)},\qquad (1)$$

где g – ускорение свободного падения; ρ – плотность жидкости; P – давление; q – безразмерный расход; ξ – безразмерная переменная Гаскелла; ξ_0, λ – безразмерные координаты входа и выхода из зазора; $2\zeta(\xi)$ – безразмерная текущая толщина квазитвердого ядра; η – пластическая вязкость; St – число Стокса; La – число Лагранжа; S – число Ильюшина.

Толщина слоя материала на валках $\delta_{мат}$ находится итерационным методом: задаваясь толщиной слоя материала (см. рисунок) находим безразмерную координату точки выхода:

$$\lambda=\sqrt{\frac{\delta_{мат}}{H_0}-1},\qquad (2)$$

затем координата входного сечения ξ_0 определяется с учетом условия $\xi=\xi_0$, $La=0$ из уравнения:

$$La=St(\xi-\lambda)-S\int_{\lambda}^{\xi}\frac{sign(\xi+\lambda)}{(1+\xi^2)\zeta}d\xi.\qquad (3)$$

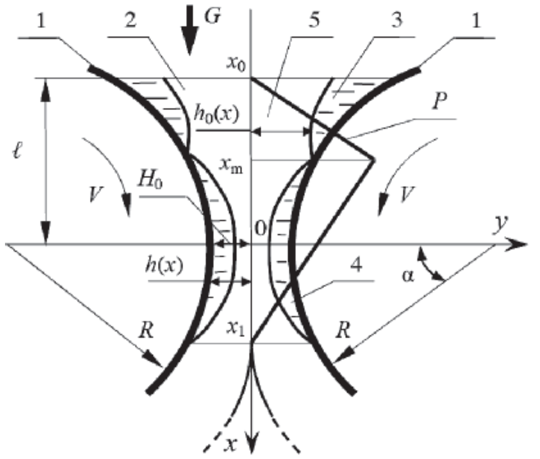

Схема течения вязкопластической среды в вертикальном межвалковом зазоре: 1 – валки, 2 – жидкость, 3,4 – первая (противотока) и вторая (прямотока) зоны градиентного течения, 5 – квазитвердое ядро

Полученная координата входного сечения ξ_0 выражается из уравнения:

$$q=2\left(1+\xi^2\right)+\operatorname{sign}(\xi+\lambda)\,S\,\frac{\left(3\zeta-\zeta^3-2\right)}{3\zeta}\left(1+\xi^2\right)^2,\qquad (4)$$

и позволяет вычислить необходимый расход влажного материала и высоту уровня суспензии над осью абсцисс. С помощью уравнений (1) несложно перейти к размерной форме переменных. При несовпадении расчетного значения расхода G с заданным, изменяем λ и повторяем расчет.

Вычисление энергосиловых характеристик движения жидкости (силы трения F; распорного усилия W; мощности привода M) совпадает с классической методикой расчета:

$$F=-\tau_0\sqrt{2RH_0}\int_{\xi_0}^{\lambda}\frac{\operatorname{sign}(\xi+\lambda)d\xi}{\zeta(\xi)};\qquad (5)$$

$$W=-2\tau_0\sqrt{2RH_0}\int_{\xi_0}^{\lambda}\frac{\operatorname{sign}(\xi+\lambda)}{\zeta(\xi)}d\xi;\qquad (6)$$

$$M=FR.\qquad (7)$$

Список литературы

1. Шаповалов В.М., Зубович С.О. Влияние гравитационных сил на течение среды Шведова-Бингама в валковой сушилке // Химия и химическая технология. Известия высших учебных заведений. – 2006. – Т. 49, №6. – С. 59-61.

2. Зубович С.О., Шаповалов В.М. Математическая модель течения тяжёлых вязкопластических сред в зазоре вращающихся валков (постановка задачи) // Известия Волгоградского государственного технического университета: межвузовский сборник научных статей. – Волгоград, 2007. – №11(37). – С. 37-40.

Секция «Математические методы решения инженерных задач», научный руководитель – Светличная В.Б., канд. техн. наук, доцент

ЭКСТРАКЦИЯ УКСУСНОЙ КИСЛОТЫ

Абсатарова Э.Н., Антипина С.Г.

Волжский политехнический институт, филиал Волгоградского государственного технического университета, Волжский, www.volpi.ru, e-mail: 001elmira@mail.ru

Экстракция – процесс разделения смеси жидких или твёрдых веществ с помощью избирательных (селективных) растворителей (экстрагентов). К достоинствам экстракции относятся низкие рабочие температуры, рентабельность извлечения веществ из разбавленных растворов, возможность разделения смесей, состоящих из близкокипящих компонентов, и азеотропных смесей, возможность сочетания с другими технологическими процессами (ректификацией, кристаллизацией), простота аппаратуры и доступность её автоматизации. Недостатком экстракции. в ряде случаев является трудность полного удаления экстрагента из экстрагируемых веществ.

Рассмотрим экстракцию в три этапа уксусной кислоты из водного раствора бензолом. Пусть начальная концентрация уксусной кислоты в объема а водного раствора составляет x_0. Определим соотношение объемов b_1, b_2, b_3 бензола на каждом этапе экстрагирования. Обозначим x_i и y_i – весовую концентрацию кислоты в водном растворе и бензоле соответственно после каждой экстракции. Известно, что процесс экстрагирования подчиняется закону равновесного распределения:

$$\frac{y_i}{x_i}=k\Rightarrow y_i=kx_i.$$

Из условия материального баланса получим функцию, выражающую концентрацию кислоты, оставшейся в водном растворе после последней экстракции:

$$x_3=\frac{a^3x_0}{(a+kb_1)(a+kb_2)(a+kb_3)}.$$

Для достижения наиболее полного извлечения кислоты при заданном количестве бензола значение x_3 должно быть минимальным. Т.к. числитель является постоянной величиной, то следует максимизировать знаменатель полученной функции. Вычисляя условный максимум функции:

$$F(b_1,b_2,b_3)=(a+kb_1)(a+kb_2)(a+kb_3),$$

удовлетворяющий уравнению связи $b_1 + b_2 + b_3 = b$, приходим к соотношению $b_1 = b_2 = b_3 = b/3$.

В ходе проделанной работы выявлено, что для максимального извлечения вещества при экстракции следует пользоваться равными количествами растворителя.

ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРЕМ СУЩЕСТВОВАНИЯ И ЕДИНСТВЕННОСТИ

Ахметова Ю.А., Афонасенков О.В.

Волжский политехнический институт, филиал Волгоградского государственного технического университета, Волжский, www.volpi.ru, e-mail: yahmetova@yandex.ru

Вопрос о том, когда решение дифференциального уравнения существует, когда оно единственно, решается так называемыми теоремами существования и единственности. Эти теоремы очень важны, как для самой теории, так и для практики. Они гарантируют законность применения качественных методов теории дифференциальных уравнений для решения задач естествознания и техники. Численному интегрированию дифференциального уравнения обязательно должно предшествовать обращение к теоремам существования и единственности. И это необходимо делать для того, чтобы избежать недоразумений или вообще неправильных выводов.

Теорема существования. *Если в уравнении*

$$y' = f(x,y) \qquad (1)$$

функция f определена и непрерывна в некоторой ограниченной области D плоскости (x, y), то для любой точки $(x_0, y_0) \in D$ *существует решение y(x) начальной задачи*

$$y' = f(x,y), \quad y(x_0) = y_0, \qquad (2)$$

определенное на некотором интервале, содержащем точку x_0.

Теорема существования и единственности. *Если в уравнении* $y' = f(x,y)$ *функция f определена и непрерывна в некоторой ограниченной области D плоскости (x,y), причем она удовлетворяет в области D условию Липшица по переменной y, т.е.*

$$\left|f(x,y_2) - f(x,y_1)\right| < L\cdot\left|y_2 - y_1\right|,$$

где L – положительная постоянная, то для любой точки $(x_0, y_0) \in D$ *существует единственное решение y(x) начальной задачи (2) определенное на интервале, содержащем точку* x_0.

Теорема о продолжении. *При выполнении условий теоремы существования или теоремы существования и единственности всякое решение уравнения* $y' = f(x,y)$ *с начальными данными* $(x_0, y_0) \in D$ *может быть продолжено до точки, сколь угодно близкой к границе области D. При этом в первом случае продолжение, вообще говоря, будет не обязательно единственным, во втором же случае оно единственно.*

Для иллюстрации «недоразумений» возникающих при использовании численных решений дифференциальных уравнений без учета теорем существования рассмотрим несколько примеров.

Пример 1. Требуется, используя численный метод интегрирования Эйлера с итерационной схемой

$$y_{i+1} = y_i + h\cdot f(x_i, y_i)$$

с шагом h =0,1, решить начальную задачу

$$y' = -\frac{x}{y}, \quad y(-1) = 0{,}21 \qquad (3)$$

на отрезке [–1, 3].

Решение. (с помощью пакета Mathcad)

```
f(x,y) := -(x/y)    x0 := -1   x1 := 3   y0 := 0.21   h := 0.1   i := 0..35

euler(x0,y0,h,x1,fn) := | n ← (x1 - x0)/h
                        | z[0,0] ← x0
                        | z[0,1] ← y0
                        | for i ∈ 1..n
                        |    | z[i,0] ← x0 + i·h
                        |    | z[i,1] ← z[i-1,1] + h·fn(z[i-1,0], z[i-1,1])
                        | z

A := euler(x0,y0,h,x1,f)
```

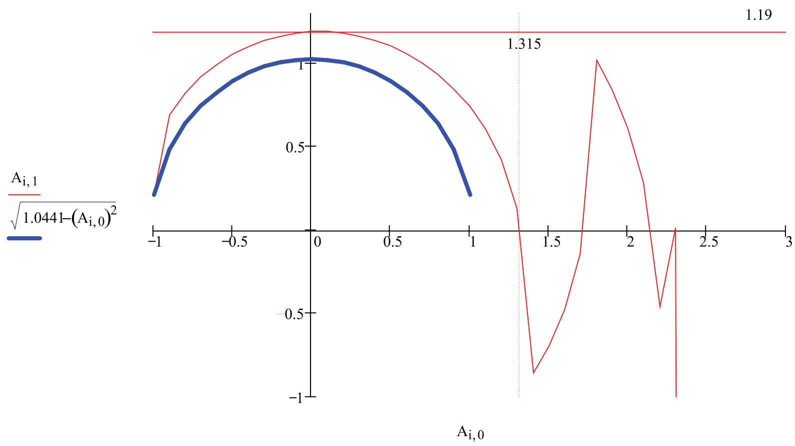

Рис. 1.
Тонкой линией показано приближенное решение, толстой – истинное решение