

AspenTech HYSYS показали, что использование, в качестве контактного массообменного устройства, насадки Koch-Sulzer позволит увеличить производительность установки до 2,27 млн. т в год, а также снизить содержание углеводородов  $C_7$  во фракции н.к – 75 °С до 0,43 % и содержание бензолобразующих соединений во фракции 100 °С – к.к до 0,0006 %. Расчеты показывают, что реконструкция техно-

логической схемы действующего производства не требуются.

Таким образом, анализ процесса четкой ректификации бензиновой фракции позволил выбрать путь совершенствования рассматриваемого производства. Замена в ректификационных колонных клапанных тарелок на регулярную насадку Koch-Sulzer позволит увеличить производительность установки на 10 %.

### Физико-математические науки

#### О ФАЗОВОЙ ДИАГРАММЕ СИСТЕМЫ $Cu_{1-x}Ni_xCr_2O_4$

Муковнин А.А., Таланов В.М.

Южно-Российский государственный технический университет, Новочеркасский политехнический институт, Новочеркасск, e-mail: valtalanov@mail.ru

Фазовые диаграммы, на которых в плоскости двух управляющих параметров в окрестности особой – мультикритической – точки соприкасаются более чем три фазы, впервые были приведены Л.Д. Ландау [1, 2]. Эти результаты впоследствии были воспроизведены во многих фундаментальных теоретических расчетах при анализе различных типов термодинамических потенциалов [3–6].

Мы будем рассматривать модельный термодинамический потенциал Ландау с симметрией  $3m$ . Этим потенциалом описывается широкий круг систем, среди них – некоторые металлы и сплавы, простые и сложные оксиды. В данном сообщении мы кратко опишем методику оценки параметров модельного потенциала по экспериментально полученным фазовым диаграммам на примере системы  $Cu_{1-x}Ni_xCr_2O_4$ , диаграмма для которой приведена в [7].

Ограничимся разложением термодинамического потенциала шестой степени по компонентам параметра порядка:

$$\Phi = \alpha_1 I_1 + \alpha_2 I_1^2 + \alpha_3 I_1^3 + \beta_1 I_2 + I_2^2 + \delta_1 I_1 I_2, \quad (1)$$

где  $I_1$  и  $I_2$  – инварианты, составленные из двух компонент  $\eta_1$  и  $\eta_2$  параметра порядка:

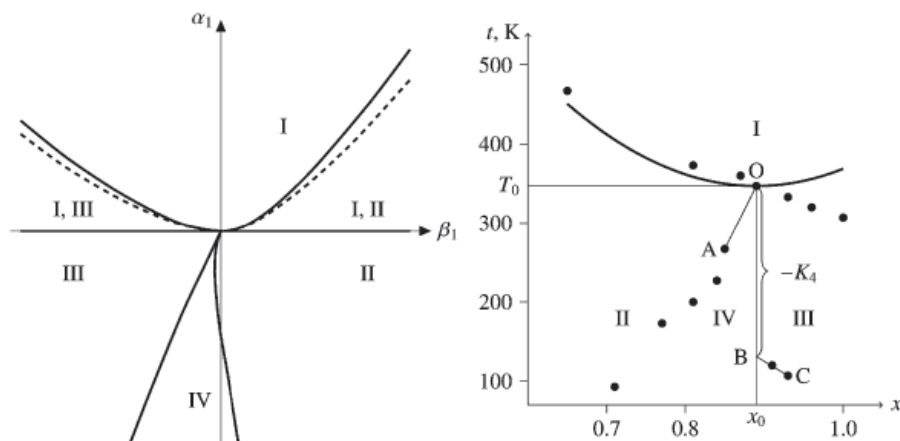
$$I_1 = \eta_1^2 + \eta_2^2; \quad I_2 = \eta_1^3 - 3\eta_1\eta_2^2.$$

Рассмотрение системы необходимых условий минимума модельного термодинамического потенциала (1) даёт следующие симметрично неэквивалентные типы её решений и соответствующие типы фаз [6]:

- 1)  $\eta_1 = \eta_2 = 0$  – высокосимметричная фаза I,
- 2)  $\eta_1 \neq 0, \eta_2 = 0$  – однопараметрические фазы: II ( $\eta_1 < 0$ ) и III ( $\eta_1 > 0$ ),
- 3)  $\eta_1 \neq 0, \eta_2 \neq 0$  – двухпараметрическая фаза IV.

Относительное расположение областей термодинамической устойчивости указанных фаз показано на теоретически рассчитанной фазовой диаграмме с мультикритической точкой для случая  $\delta_1 > 0$  и  $\gamma = 4\alpha_2 - \delta_1^2 > 0$  (рисунок, слева). Отрицательность  $\gamma$  приводит к распаду мультикритической точки. На диаграмме сплошными линиями показаны границы устойчивости фаз (и линии фазовых переходов второго рода), линии равновесия первого рода обозначены пунктиром.

В случае  $\gamma > 0, \delta_1 < 0$  область устойчивости двухпараметрической фазы оказывается смещённой в другую сторону, а при  $\delta_1 = 0$  получается симметричная диаграмма.



Теоретически построенная диаграмма для случая  $\gamma, \delta_1 > 0$  (слева) и экспериментальные точки фазовой диаграммы  $Cu_{1-x}Ni_xCr_2O_4$  (справа)

В системе  $\text{Cu}_{1-x}\text{Ni}_x\text{Cr}_2\text{O}_4$  решётки нуль-, одно- и двухпараметрической фаз обладают соответственно кубической, тетрагональной и ромбической симметрией. Экспериментальные точки фазовой диаграммы для этой системы взяты из [7] и показаны на рис. 1 справа. Координаты мультикритической точки:  $x_0 = 0,89$ ,  $t_0 = 347$  К.

Коэффициенты  $\alpha_1$  и  $\beta_1$  модельного потенциала неособым образом зависят от управляющих параметров – в данном случае, температуры и концентрации. Мы будем считать, что

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= A \cdot (t - t_0), \\ \beta_1 &= B \cdot (x - x_0). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $A$  и  $B$  – некоторые коэффициенты, а  $t$  и  $x$  – температура и состав, причём под  $t_0$  и  $x_0$  понимаются их значения в мультикритической точке.

Можно показать, что при малых значениях параметра порядка (т.е. в окрестности мультикритической точки) зависимость между  $\alpha_1$  и  $\beta_1$  на линии фазового перехода первого рода между высокосимметричной и какой-либо из однопараметрических фаз выражается формулой

$$\alpha_1 \approx \frac{1}{4\alpha_2} \beta_1^2,$$

или, с учётом (2),

$$t - t_0 \approx K_1 (x - x_0)^2, \quad (3)$$

где  $K_1 = \frac{B^2}{4A\alpha_2}$ .

Набор экспериментальных точек, относящихся к равновесию между кубической и тетрагональными фазами и находящихся вблизи мультикритической точки, для рассматриваемой системы приведён в табл. 1.

Таблица 1

Данные о равновесии между кубической и тетрагональными фазами

$x$	0,65	0,81	0,87	0,93	0,96	1,00
$t$ , К	467	373	360	333	320	300

Применяя метод наименьших квадратов, по этим данным находим:  $K_1 = 1800$ . На экспериментальной диаграмме (рис. 1) проведена соответствующая аппроксимирующая парабола.

Данные о равновесии между ромбической и тетрагональными фазами приведены в табл. 2.

Таблица 2

Данные о равновесии между ромбической и тетрагональными фазами

$x$	0,71	0,77	0,81	0,84	0,85	0,91	0,93
$t$ , К	93	173	200	227	267	120	107

Можно строго показать, что в мультикритической точке две сходящиеся ветви кривой,

ограничивающей область устойчивости наиболее низкосимметричной фазы, должны иметь одинаковый наклон  $\frac{dt}{dx}$ , равный

$$K_2 = \frac{2B\alpha_2}{A\delta_1},$$

а касательная к ветви, пересекающей ось  $x = x_0$ , в точке пересечения должна иметь наклон

$$K_3 = \frac{B}{2A\delta_1} \cdot (3\delta_1^2 - 8\alpha_2 - 6\alpha_3\delta_1^2),$$

причём ордината  $(t - t_0)$  этой точки пересечения должна быть равна

$$K_4 = \frac{\delta_1^2}{16A} \cdot (2\delta_1^2 - 8\alpha_2 - 3\alpha_3\delta_1^2).$$

Нетрудно показать также, что

$$\begin{aligned} \alpha_3 &= -\frac{2}{3} \cdot \left( \frac{K_3}{K_2} + 2 \right) \cdot \frac{\alpha_2}{\delta_1^2} + \frac{1}{2}; \\ -128 \cdot \frac{K_1 K_4}{K_2^2} \cdot \left( \frac{\alpha_2}{\delta_1^2} \right)^3 &+ \left( \frac{K_3}{K_2} - 2 \right) \cdot \frac{\alpha_2}{\delta_1^2} + \frac{1}{4} = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Эти уравнения можно использовать для нахождения величин  $\alpha_3$  и  $\alpha_2 / \delta_1^2$ .

Учитывая (2), по виду экспериментальной диаграммы (рис. 1) можно сделать вывод, что  $A > 0$ , т.к. кубическая фаза в целом более устойчива при более высоких температурах, чем ромбическая, и  $B < 0$ , т.к. области фаз II ( $\eta_1 < 0$ ,  $c/a < 1$ ) и III ( $\eta_1 > 0$ ,  $c/a > 1$ ) расположены соответственно слева и справа от мультикритической точки (ср. с диаграммой в координатах « $\alpha_1 - \beta_1$ »). Соединив мультикритическую точку  $O$  с ближайшей к ней точкой, относящейся к левой границе устойчивости ромбической фазы, получим отрезок  $OA$ , наклон которого приближённо можно считать равным наклону касательной к этой границе в точке  $O$ . Отсюда определяем:

$$K_2 = \frac{347 - 267}{0,89 - 0,85} = 2000.$$

Т.к. для диаграмм с мультикритической точкой  $\alpha_2 > 0$  (поскольку  $\gamma > 0$ ), то, имея знаки  $A$  и  $B$ , по знаку  $K_2$  можно судить о знаке  $\delta_1$ . В данном случае  $\delta_1 < 0$ . Соединяя две точки, относящиеся к правой границе ромбической фазы, и продлевая линию до пересечения с осью  $x = x_0$ , получим отрезок  $BC$ , наклон которого приближённо равен наклону касательной к этой линии-границе в данной точке пересечения. Следовательно,

$$K_3 = \frac{120 - 107}{0,91 - 0,93} = -650.$$

Наконец, по длине отрезка  $OB$ , отсекаемого этой линией на оси  $x = x_0$ , определим:

$$K_4 = 133 - 347 = -214.$$

Второе уравнение в (4) имеет здесь три вещественных корня, однако только один из них удовлетворяет условию  $\frac{\alpha_2}{\delta_1^2} \geq \frac{1}{4}$ , т.е.  $\gamma > 0$ . Окончательно находим, что для данной системы

$$A > 0, \quad B < 0, \quad \delta_1 < 0,$$

$$\frac{\alpha_2}{\delta_1^2} = 0,365,$$

$$\alpha_3 = 9,242 \cdot 10^{-2}.$$

Таким образом, нами показан пример оценки коэффициентов модельного термодинамического потенциала Ландау по экспериментальным фазовым диаграммам (с мультикритическими точками), описываемым этим потенциалом.

#### Список литературы

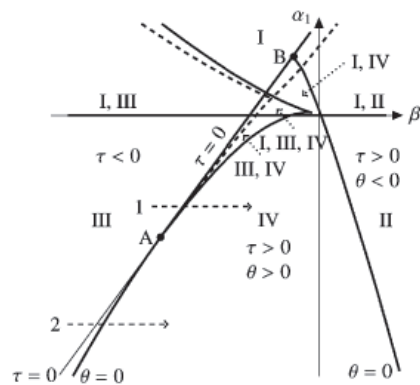
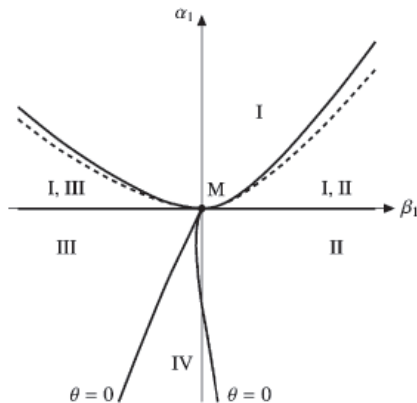
1. Ландау Л.Д. Собрание трудов. – М.: Наука, 1969. – Т. 1. – С. 234–252.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика. – М.: Наука, 1976. – 584 с.
3. Гуфан Ю.М. Структурные фазовые переходы. – М.: Наука, 1982. – 304 с.
4. Toledano J.-C., Toledano P. The Landau Theory of Phase Transitions. – World Scientific, 1987. – 451 p.
5. Изюмов Ю.А., Сыромятников В.Н. Фазовые переходы и симметрия кристаллов. – М.: Наука, 1984. – 248 с.
6. Сахненко В.П., Таланов В.М. // Физ. тв. тела. – 1979. – Т. 21, В. 8. – С. 2435–2444.
7. Kataoka M., Kanamori J. // J. Phys. Soc. Jpn. – 1972. – Vol. 32, №1. – P. 113–134.

### ФАЗОВЫЕ РАВНОВЕСИЯ В ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ С СИММЕТРИЕЙ $C_{3v}$

Муковнин А.А., Таланов В.М.

*Южно-Российский государственный технический университет, Новочеркасский политехнический институт, Новочеркасск, e-mail: valtanov@mail.ru*

В рамках теории фазовых превращений второго рода прогнозируется существование на фазовых диаграммах особых « $N$ -фазных точек» (в терминах классической термодинамики являющихся мультикритическими), в которых соприкасаются  $N > 3$  фаз. Впервые двумерные фазовые диаграммы с такими точками были



Фазовая диаграмма с мультикритической точкой  $M$  (слева) и диаграмма, реализующая в случае одного из типов распада (справа). Сплошными жирными линиями обозначены границы устойчивости фаз, пунктиром – линии фазовых переходов первого рода

приведены Ландау [1, 2]. Эти результаты были позже воспроизведены при анализе различных типов термодинамических потенциалов [3–6].

Фазовые переходы второго рода выделяют в пределах одной фазы области, отличающиеся своими симметрично-структурными характеристиками, но описываемые одним фундаментальным уравнением фазы. Для различения областей одной и той же фазы с различной симметрией вводится параметр порядка (в общем случае многокомпонентный), обладающий определенными трансформационными (симметричными) свойствами. Моделирование фазовых состояний, различающихся своими симметричными свойствами, проводят с помощью феноменологического потенциала Ландау.

При нарушении строго определенных соотношений между коэффициентами модельного термодинамического потенциала Ландау мультикритические точки распадаются с образованием обычных, изучаемых классической термодинамикой, фазовых диаграмм. Поэтому мы полагаем, что диаграммы Ландау являются своеобразными метадиаграммами – «материнскими» диаграммами, – из которых проистекает все многообразие фазовых, «дочерних», диаграмм. Впервые явление распада мультикритической точки было отмечено при изучении термодинамического потенциала, инвариантного относительно группы преобразований  $3m (C_{3v})$  [6]. В [7] был разработан и применен, в том числе для потенциала с данной симметрией, метод построения фазовых диаграмм, позволяющий разделять симметрично-обусловленные особенности и свойства, обусловленные модельными предположениями. Позже были предприняты и другие попытки развития и конкретизации полученных результатов [8].

В данном сообщении мы кратко опишем новые результаты полного анализа распада мультикритической точки для термодинамического потенциала  $\Phi$  с указанной симметрией, описывающего фазовые превращения в интерметаллидах, пероксидах, шпинелях, гранатах и других классах веществ.