$k = 2$, угловая скорость тела изменится на конечную величину и принимает значение.

$$\omega_2 = \omega_1 + \frac{\sum_{j=1}^{m}\left(x_j s_{jz} - z_j s_{jx}\right)}{I_y}, \qquad (3)$$

где I_y – момент инерции тела относительно оси вращения; s_{jx}, s_{jz} – проекции ударного импульса на оси координат; x_j, z_j – координаты точки приложения удара.

Для $k = 3$ движение тела описывается уравнением (2), и начальная угловая скорость тела будет ω_2, что позволит вычислить ω_3, отнесенную к моменту t_3, и так далее.

В частном случае установившегося технологического процесса, когда $\omega_2 = \omega_4 = \omega_6$ ..., что имеет место, например, при тормозящем действии импульсов, изучение установившегося движения ограничивается выполнением двух операций: интегрированием уравнения (2) за время Δt_1 и применением теоремы о кинетическом моменте в связи с нахождением ω_2, то есть использованием соотношения (3). При необходимости исследования ударной вибрации задача решается с помощью уравнения, применимого для всего времени возмущения.

$$I_y\ddot{\varphi} = M_{yi} + M_y\left(\vec{P}\right)\cdot\sigma_{(i)}, \qquad (4)$$

где $t_1 \le t \le t_{i-1}$; M_{yi} – совокупный момент активных и пассивных сил; $M_y\left(\vec{P}\right)$ – момент импульсивных сил; i – указатель интервала времени;

$$\sigma_{(i)}\begin{cases}0, & \text{если } i - \text{нечетное}\\ 1, & \text{если } i - \text{четное}\end{cases}.$$

Возмущение P является известной функцией времени.

В случае, когда значение времени равно или превышает τ – время удара, то есть когда удары отсутствуют, дифференциальное уравнение имеет вид:

$$I_y\ddot{\varphi} = M_y \quad [\tau \le t].$$

ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ МОЛОТИЛЬНОГО БАРАБАНА ПОД ДЕЙСТВИЕМ НЕПРЕРЫВНЫХ УДАРНЫХ ИМПУЛЬСОВ

Богус Ш.Н., Букаткин Р.Н., Пономарев Р.В.

Кубанский государственный аграрный университет, Краснодар, e-mail: pcls@bk.ru

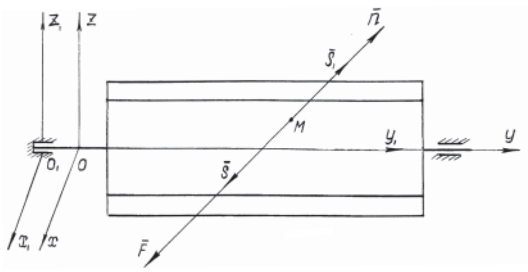
Такое воздействие молотильного барабана на обмолачиваемую массу происходит при установившемся режиме подачи массы в молотильный аппарат. Допустим, что молотильный барабан вращается вокруг неподвижной оси под действием непрерывных ударных импульсов. Отнесем вращающийся барабан к неподвижной прямоугольной системе координат $ox_1y_1z_1$, приняв ось y_1 за ось вращения. Систему осей, связанную с телом, обозначим , причем ось oy совместим с oy_1 (рисунок). Уравнение поверхности, полагая ее гладкой, относительно подвижных осей $oxyz$, имеет вид: $f(x, y, z) = 0$.

Пусть частица массы Δm ударяет барабан точке $M(x, y, z)$. Тогда ударный импульс, приложенный к барабану, определится по теореме о количестве движения

$$\vec{S} = -\Delta m\left(\vec{u} - \vec{v}\right),$$

где $\vec{v}$, $\vec{u}$ – абсолютные скорости частицы до и после удара соответственно.

Очевидно, импульс $\vec{S}_1$, приложенный к частице, связан с $\vec{S}$ соотношением $\vec{S} = -\vec{S}_1$.



Общая схема расположения импульсов

Обозначая скорости точки M барабана до удара через $\vec{u}_e$, а после удара $\vec{u}_e + d\vec{u}_e$, и принимая эту скорость за переносную, пренебрегая малой величиной $d\vec{u}_e$, имеем:

$$\vec{u} - \vec{v} = \vec{u}_r - \vec{v}_r, \qquad (1)$$

где $\vec{v}_r$, $\vec{u}_r$ – относительная скорость частицы до и после удара.

В точке M соударения частицы и барабана возьмем единичный вектор внешней нормали $\vec{n}$ и единичный вектор $\vec{\tau}$, касательный к поверхности $f(x, y, z) = 0$, причем вектор $\vec{\tau}$ лежит в плоскости, проходящей через вектор $\vec{n}$ и $\vec{v}_r$. Тогда равенство (1) можно представить в виде:

$$\vec{u} - \vec{v} = \vec{u}_r^{\,n} + \vec{u}_r^{\,\tau} - \vec{v}_r^{\,n} - \vec{v}_r^{\,\tau}.$$

Учитывая, что для гладких поверхностей $\vec{u}_r^{\,n} = \vec{v}_r^{\,\tau}$, получим $\vec{u} - \vec{v} = \vec{u}_r^{\,n} - \vec{v}_r^{\,n}$.

Допуская применимость гипотезы Ньютона, согласно которой $\vec{u}_r^{\,n} = -\varepsilon\vec{v}_r^{\,n}$, где ε – коэффициент восстановления, получим

$$\vec{u} - \vec{v} = -\left(1+\varepsilon\right)\vec{v}_r^{\,n}.$$

Следовательно, ударный импульс, действующий на молотильный барабан, равен

$$\vec{S} = \Delta m\left(1+\varepsilon\right)\vec{v}_r^{\,n}.$$

Принимая ударный импульс как предельный случай действия больших сил в течение коротких промежутков времени, представим импульс непрерывных ударов эквивалентной силой. Используя теорему о среднем определенного интеграла для импульсов:

$$\vec{S} = \vec{F}_{\text{ср}}\Delta t, \quad \text{или} \quad F_{\text{ср}} = \frac{\Delta m}{\Delta t}\left(1+\varepsilon\right)\vec{v}_r^{\,n},$$

откуда путем предельного перехода ($\Delta t \to 0$), находим

$$\vec{F} = \frac{dm}{dt}\left(1+\varepsilon\right)\vec{v}_r^{\,n}.$$

Если учесть что $\vec{v}_r^{\,n} = -\left|v_r^{\,n}\right|\vec{n}$, то ударная сила равна

$$\vec{F} = \frac{dm}{dt}\left(1+\varepsilon\right)\cdot\left|v_r^{\,n}\right|\vec{n}.$$

Учитывая, что момент инерции барабана I_y есть, вообще, постоянная величина, мы приходим к дифференциальному уравнению вращательного движения барабана под действием непрерывных ударных импульсов в подвижной системе координат

$$I_y\ddot{\varphi} = zX - xZ,$$

где X и Z – проекции силы $\vec{F}$ на оси координат, связанные с барабаном, или

$$I_y\ddot{\varphi} = \frac{\left(1+\varepsilon\right)\cdot\left|\vec{v}_r^{\,n}\right|}{\Delta f}\cdot\left(z\frac{df}{dx} - x\frac{df}{dz}\right)\frac{dm}{dt}, \qquad (2)$$

где $\Delta f = \left|gradf\right|$.