зависимость между перемещениями, деформациями, напряжениеми и усилиями, а решаемая система уравнений является линейной. Однако происходит искажение начальной конечно-элементной сетки. Поэтому необходимо производить вычисление матрицы жесткости, считая на каждом шаге решения в качестве исходной сетки полученную на предыдущем шаге, а оценку деформированного состояния проводить путем суммирования приращений и деформаций.

При решении задачи были приняты следующие граничные условия:

1. Грань *AB* есть граница контакта материала и инструмента. В силу непроницаемости границ узлы, расположенные на этом отрезке, могут перемещаться в осевом направлении.

2. Элементы отрезка *AC* могут свободно перемещаться в осевом направлении. Перемещение этих элементов в радиальном направлении ограничивается оправкой.

3. Граница *CF* представляет собой внешнюю стенку трубчатой заготовки и перемещение элементов на ней обусловлено перемещением бойка.

4. Элементы отрезка *BF* неподвижны, ввиду того, что *BF* место крепления заготовки.

Исследовался процесс ротационной ковки заготовки из стали РА50 со степенью обжатия ε = 0б2.

Исходными данными для расчета послужили следующие геометрические параметры: диаметр заготовки 20 мм, диаметр оправки 15 мм, длина заготовки 50 мм, толщина стенки 3 мм, угол конуса бойка 12°.

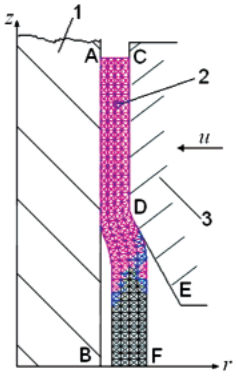

Рис. 1. Расчетная схема процесса ротационной ковки трубчатой заготовки на оправке:
1 – оправка; 2 – заготовка; 3 – боек; – направление перемещения

Рассматривалась ротационная ковка на оправке коротким бойком. Этот вариант предусматривает поэтапное деформирование заготовки бойками, длина которых меньше длины обжимаемого участка заготовки (рис. 2).

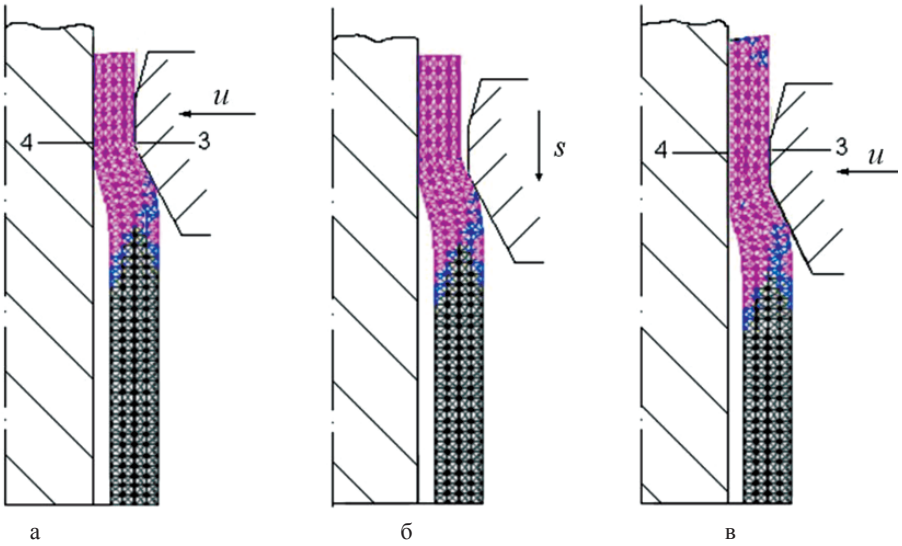

Рис. 2. Положение элементов 3 и 4 в расчетной схеме ротационной ковки на оправке коротким бойком:
а – первый этап нагружения; б – перемещение бойка; в – второй этап нагружения

Результаты исследования показали, что картина напряженного состояния на каждом новом этапе нагружения, соответствующему одному удару бойка, в рассматриваемых областях (элемент 1, 2, см. рис. 2) носит сложный характер. Осевые и радиальные напряжения на внешней поверхности из зоны сжатия переходят в зону растяжения. На внутренней стенке также происходит переход осевых напряжений из зоны растяжения в зону сжатия, однако в момент касания оправки в элементах внутренней стенки заготовки осевое напряжение начинает резко уменьшаться, а радиальное напряжение становится растягивающим.

Анализ остаточных напряжений показывает, что на внешней стенке заготовки присутствуют сжимающие тангенциальные и радиальные, а также осевые растягивающие напряжения. На внутренней стенке осевые и тангенциальные компоненты остаточных напряжений носят сжимающий характер, а радиальные отсутствуют.

Проведенное исследование позволяет утверждать, что пошаговое нагружение приводит к существенной неоднородности напряженно-деформированного состояния по длине заготовки, однако при этом сила процесса ковкиниже на 75 %, чем при ковке длинным бойком за один переход. Следует отметить также, что в отличие от безоправочной ротационной ковки, ротационная ковка на оправке характеризуется равным удлинением заготовки по обеим схемам нагружения.

Список литература

1. Семенов Е.И. Ковка и объемная штамповка. – М.: Высшая школа, 1972. – 352 с.

ОТРАЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ОТ СЛОИСТОЙ СТРУКТУРЫ С МАГНИТНЫМ ПОЛУПРОВОДНИКОМ

Трегуб А.С.

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, Самара, e-mail: alextreg@mail.ru

В настоящее время пристальное внимание исследователей привлекает создание новых нанокомпозитных материалов с заранее предсказанными свойствами, которые можно использовать в фотонике и оптоэлек-

тронике. В решении данной задачи может помочь исследование и применение разбавленных магнитных полупроводников. Это полупроводники, в немагнитной решетке которых растворяется небольшое количество магнитных ионов. Обменное взаимодействие между зонными электронами и локализованными на примесных ионах электронами приводит к ряду специфических эффектов и высокой чувствительности разбавленных магнитных полупроводников.

В работе рассматривается периодическая структура, содержащая чередующиеся слои магнитных полупроводников и диэлектриков. Проведен расчет коэффициентов отражения и пропускания от данной структуры. В качестве разбавленного магнитного полупроводника рассматривается оксид цинка ZnO с примесью Sn, легированный 3 % Mn [1]. Магнитная восприимчивость магнитного полупроводника аппроксимирована функцией вида $\mu = \mu(H)$, где H – напряженность внешнего магнитного поля. Для расчета коэффициента отражения использовался матричный метод.

В результате численных расчетов исследована зависимость коэффициентов отражения и пропускания от величины внешнего магнитного поля и температуры. Показана возможность изменения электродинамических характеристик рассматриваемой структуры в зависимости от величины магнитного поля. Рассмотренные структуры могут применяться в оптоэлектронике для создания переключателей различного типа, управляемых внешним магнитным полем.

Список литературы

1. Peaton S.J., Abernathy C.R., Norton D.P., Hebard A.F., Park Y.D., Boatner L.A., Budai J.D. // Materials Science and Engineering R. – 2003. – Vol. 40. – P. 137.

2. Tomasz Dietl. A ten-year perspective on dilute magnetic semiconductors and oxides // Nature Materials. – 2010. – Vol. 9. – P. 965–974.

СОСТАВЛЕНИЕ И РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ЛАГРАНЖА I РОДА

Ульченков М.А.

Тульский государственный университет, Тула, e-mail: tm@tsu.tula.ru

Движение голономной системы, состоящей из n точек с a связями вида $f_\alpha(\vec{r}_\nu, t) = 0$ $(\alpha = 1, ..., a)$ описывается системой уравнений

$$m_\nu \ddot{\vec{a}}_\nu = \vec{F}_\nu + \sum_{\alpha=1}^{a} \lambda_\alpha grand_\nu f_\alpha \quad (\nu = 1, ..., n);$$

$$\frac{d^2 f_\alpha}{dt^2} = \sum_{\nu=1}^{n} grand_\nu f_\alpha \cdot \vec{a}_\nu + c_\alpha = 0 \quad (\alpha = 1, ..., a); \qquad (1)$$

$$\vec{N}_\nu = \sum_{\alpha=1}^{a} \lambda_\alpha grand_\nu f_\alpha,$$

из которых определяются ускорения $\vec{a}_\nu$, реакции связей $\vec{N}$ и множители Лагранжа λ_α при заданных m_ν и $\vec{F}_\nu$. Уравнения (1) называются уравнениями Лагранжа первого рода [1].

Пример 1.

Материальная точка движется под действием силы тяжести по гладкой горизонтальной плоскости (рис. 1).

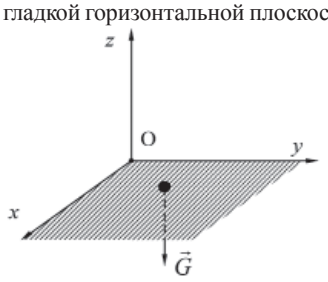

Рис. 1. Материальная точка движется по идеально гладкой горизонтальной плоскости под действием силы тяжести

Система имеет две степени свободы. Активная сила, действующая на точку, сила тяжести $\vec{G} = -G\vec{k}$, сила реакции связи $\vec{N} = -N_Z\vec{k}$. Уравнения Лагранжа I рода в данном случае имеют вид:

$$m\ddot{x} = 0,\ m\ddot{y} = 0,\ m\ddot{z} = -G + \lambda\frac{\partial f}{\partial z},$$

где $f = z = 0$ – уравнение связи и $\frac{\partial f}{\partial z} = 1$. Из последнего уравнения следует, что $\lambda = G$, $\vec{N} = \lambda grandf = -\vec{G}$, $\ddot{x} = \ddot{y} = \ddot{z} = 0$, точка движется по инерции.

Пример 2.

Материальная точка, движется по поверхности сферы под действием силы тяжести. Сфера идеально гладкая, точка сферу не покидает (рис. 2).

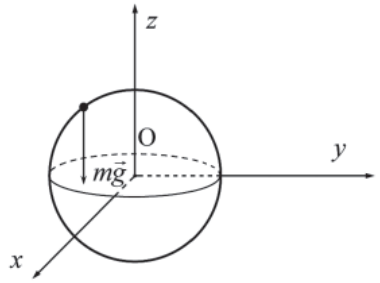

Рис. 2. Материальная точка движется под действием силы тяжести по идеально гладкой поверхности сферы

Система имеет две степени свободы. Уравнение связи $f = x^2 + y^2 + z^2 - R^2 = 0$. На точку действует активная сила – сила тяжести $\vec{G} = -G\vec{k}$ и сила реакции связи $\vec{N} = \lambda grandF = 2\lambda\vec{r}$. Уравнения Лагранжа I рода имеют следующий вид:

$$m\ddot{x} = 2\lambda x,\ m\ddot{y} = 2\lambda y,\ m\ddot{z} = -G + 2\lambda z.$$

К полученным уравнениям присоединим условие, которому удовлетворяют возможные ускорения точки:

$$\frac{d^2 f}{dt^2} = 2\left(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2 + \dot{x}\ddot{x} + \dot{y}\ddot{y} + \dot{z}\ddot{z}\right) = 0.$$

В последнее равенство подставим значения $\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}$ и получим:

$$\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2 + 2\frac{\lambda}{m}\left(x^2 + y^2 + z^2\right) - \frac{Gz}{m} = 0,$$

откуда

$$\lambda = \left(Gz - mV^2\right)/2R^2$$

и, следовательно

$$\vec{N} = \lambda grandf = m\left(gz - v^2\right)\vec{r}/R^2.$$

Тогда искомые уравнения имеют вид:

$$m\ddot{x} = \frac{Gz - mV^2}{R^2}x, \quad m\ddot{y} = \frac{Gz - mV^2}{R^2}y;$$

$$m\ddot{z} = -G + \frac{Gz - mV^2}{R^2}z,$$

где $V^2 = x^2 + y^2 + z^2$.

Пример 3.

Материальная точка массой m движется по поверхности цилиндра радиуса R, уравнение которого в декартовых координатах $x^2 + y^2 = R^2$ (рис. 3). Силы, действующие на точку, уравновешены. Определить траекторию точки и реакцию поверхности, если в на-