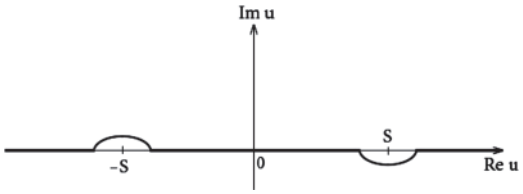
а S – число Струхала

$$S = \frac{\omega R}{c}.$$

В уравнении (8) и далее знаки «штрих», «волна» и «звездочка» опущены.

В соответствии с условием излучения Зоммерфельда необходимо, чтобы решение содержало волны, уходящие на бесконечность и не содержало волны, приходящие из бесконечности. Для отбора такого решения контур Г был выбран следующим образом:



Выбор контура Г

Отсюда, однозначные ветви, соответствующие обходу точек ветвления, взяты в виде:

$$\sqrt{u^2 - S^2} = \begin{cases} \sqrt{u^2 - S^2}, \text{ если } |u| > S \\ -i\sqrt{S^2 - u^2}, \text{ если } 0 \le |u| < S \end{cases}. \quad (9)$$

Учитывая, линейность полученных уравнений, функцию w будем искать в виде функционального ряда:

$$w(z) = C_1 + \frac{1}{2}(1 - z^2)C_2 + \sum_{n=1}^{\infty} X_n \psi_n(z) = \sum_{n=0}^{\infty} X_n \psi_n(z);$$
$$X_0 = 1, \quad \psi_0 = C_1 + \frac{1}{2}(1 - z^2)C_2, \quad (10)$$

где $\psi_n(z)$ выражаются формулой

$$\psi_n(z) = \cos(\xi_n z) - \frac{\cos(\xi_n)}{ch(\xi_n)} ch(\xi_n z) \ (n = 1, 2, ..), \quad (11)$$

а ξ_n определяется из уравнения

$$\sin\xi + \cos\xi \cdot \text{th}\xi = 0; \ \xi_n \approx \pi\left(n - \frac{1}{4}\right). \quad (12)$$

Отметим, что

$$\psi_n^{\text{IV}}(z) = \xi_n^4 \psi_n^{\text{IV}}(z). \quad (13)$$

В силу линейности задачи γ тоже представим в функционального ряда:

$$\gamma(\eta) = \gamma_0(\eta) + \sum_{n=1}^{\infty} X_n \gamma_n(\eta) = \sum_{n=0}^{\infty} X_n \gamma_n(\eta). \quad (14)$$

Представления (10) и (14) позволяют разделить систему уравнений (8) и рассматривать каждое из них отдельно. Преобразуем интегральное уравнение и рассмотрим его относительно γ_n при известных правых частях.

$$\sum_{n=0}^{\infty} X_n \int_{-1}^{1} \gamma_n(\eta) d\eta \int_0^{\infty} L(u) \sin\left(u \frac{\eta - z}{\lambda}\right) du = 2\pi\lambda \sum_{n=0}^{\infty} X_n \psi_n(z). \quad (15)$$

Приравняем слагаемые при X_n

$$\int_{-1}^{1} \gamma_n(\eta) d\eta \int_0^{\infty} L(u) \sin\left(u \frac{\eta - z}{\lambda}\right) du = 2\pi\lambda \psi_n(z) \ (n = 1, 2, ..). \quad (16)$$

Главную часть ядра интегрального уравнения (16) можно получить, учитывая обобщенное значение интеграла

$$\int_0^t \sin ut \, du = \frac{1}{t}. \quad (17)$$

Тогда решение интегрального уравнения (16) целесообразно строить в виде:

$$\gamma_n(\eta) = \frac{1}{\sqrt{1 - \eta^2}} \sum_{m=1}^{\infty} Y_{nm} T_{2m+1}(\eta). \quad (18)$$

Применение процедуры метода ортогональных многочленов к уравнению (16), сводит это уравнение к СЛАУ относительно X_n

$$\sum_{n=1}^{\infty} X_n \left\{ \left[\varepsilon_n^4 + (\alpha - \omega^2) \right] \int_{-1}^{1} \psi_n^2(z) \delta_{mj} dz + \beta\omega^2 \int_{-1}^{1} v_n(z) \psi_j(z) dz \right\} =$$
$$= -\beta\omega^2 \int_{-1}^{1} v_0(z) \psi_j(z) dz - (\alpha - \omega^2) \int_{-1}^{1} \psi_0(z) \psi_j(z) dz. \quad (19)$$

Подставим найденные X_n в $w(z) = \sum_{n=0}^{\infty} X_n \psi_n(z)$.

Непосредственные вычисления были проведены с использованием метода редукции.

При этом для получения решения с достаточной для практического использования точностью при $2 \le \lambda < \infty$ можно ограничится решением урезанных систем состоящих из шести уравнений. В табл. 1 приведены значения функции $|w_*(z)|$ на частоте $\omega = 10$ для случая несжимаемой жидкости ($S = 0$), соответствующие $M = 3, 4, 5, 6$, где M – порядок урезанной системы (19).

1. Значения функции $|w_*(z)|$
при $\alpha = 1000$, $\beta = 30$, $\lambda = 2$, $\omega = 10$, $S = 0$

M \ z	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
3	1,97357	1,26168	0,34574	1,61614	1,62038	0,99999
4	2,15145	1,34339	0,42596	1,73302	1,66494	0,99999
5	2,15479	1,34371	0,42815	1,73327	1,66484	0,99999
6	2,15485	1,34369	0,42817	1,73325	1,66484	0,99999

В табл. 2 приведены значения функции $|w_*(z)|$ на частоте $\omega = 10$ при для случая сжимаемой жидкости ($S = 1$), соответствующие $M = 3, 4, 5, 6$, где M – порядок урезанной системы (19).

2. Значения функции $|w_*(z)|$
при $\alpha = 1000$, $\beta = 30$, $\lambda = 2$, $\omega = 10$, $S = 1$

M \ Z	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1
3	3,80923	2,38121	0,77378	3,03780	2,52649	0,99999
4	4,23417	2,58308	0,95095	3,30801	2,63233	0,99999
5	4,24139	2,58387	0,95555	3,30859	2,63214	0,99999
6	4,24152	2,58382	0,95561	3,30854	2,63216	0,99999

На основании проведенных вычислений для различных значений приведенной частоты ω можно сделать выводы, что в рассмотренном диапазоне изменения параметров метод редукции сходится достаточно хорошо, с увеличением частоты увеличивается количество максимумов функции W по длине оболочки.

Список литературы

1. Горшков А.Г., Морозов В.И., Пономарев А.Т., Шклярчук Ф.Н. Аэрогидроупругость конструкций. – М.: Физматлит, 2000. – 592 с.
2. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. – М.: Физматгиз, 1963. – 636 с.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ПРОЦЕССАХ РОТАЦИОННОЙ КОВКИ

Тимофеев Д.Ю.

Тульский государственный университет, Тула, e-mail: tm@tsu.tula.ru

Для исследования процесса использовалась модель представляющая половину меридионального сечения осесимметричной заготовки.

Применение деформационной теории позволяет решать задачу с учетом упругих объемных деформаций и оценить гидростатическое давление в пластической области. При этом сохраняется однозначная

зависимость между перемещениями, деформациями, напряжениеми и усилиями, а решаемая система уравнений является линейной. Однако происходит искажение начальной конечно-элементной сетки. Поэтому необходимо производить вычисление матрицы жесткости, считая на каждом шаге решения в качестве исходной сетки полученную на предыдущем шаге, а оценку деформированного состояния проводить путем суммирования приращений и деформаций.

При решении задачи были приняты следующие граничные условия:

1. Грань *AB* есть граница контакта материала и инструмента. В силу непроницаемости границ узлы, расположенные на этом отрезке, могут перемещаться в осевом направлении.

2. Элементы отрезка *AC* могут свободно перемещаться в осевом направлении. Перемещение этих элементов в радиальном направлении ограничивается оправкой.

3. Граница *CF* представляет собой внешнюю стенку трубчатой заготовки и перемещение элементов на ней обусловлено перемещением бойка.

4. Элементы отрезка *BF* неподвижны, ввиду того, что *BF* место крепления заготовки.

Исследовался процесс ротационной ковки заготовки из стали РА50 со степенью обжатия ε = 0б2.

Исходными данными для расчета послужили следующие геометрические параметры: диаметр заготовки 20 мм, диаметр оправки 15 мм, длина заготовки 50 мм, толщина стенки 3 мм, угол конуса бойка 12°.

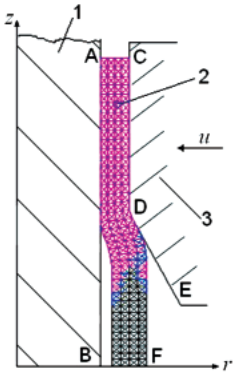


Рис. 1. Расчетная схема процесса ротационной ковки трубчатой заготовки на оправке:
1 – оправка; 2 – заготовка; 3 – боек; – направление перемещения

Рассматривалась ротационная ковка на оправке коротким бойком. Этот вариант предусматривает поэтапное деформирование заготовки бойками, длина которых меньше длины обжимаемого участка заготовки (рис. 2).

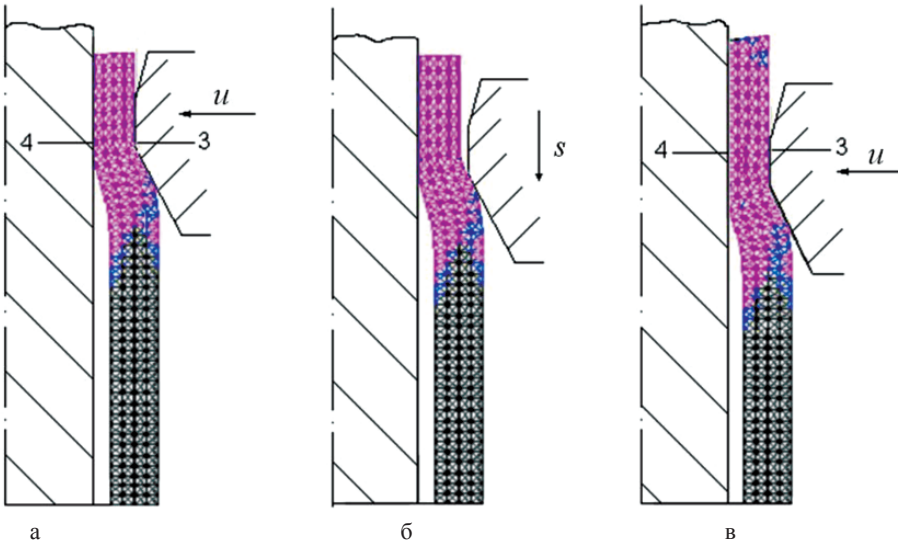


Рис. 2. Положение элементов 3 и 4 в расчетной схеме ротационной ковки на оправке коротким бойком:
а – первый этап нагружения; б – перемещение бойка; в – второй этап нагружения

Результаты исследования показали, что картина напряженного состояния на каждом новом этапе нагружения, соответствующему одному удару бойка, в рассматриваемых областях (элемент 1, 2, см. рис. 2) носит сложный характер. Осевые и радиальные напряжения на внешней поверхности из зоны сжатия переходят в зону растяжения. На внутренней стенке также происходит переход осевых напряжений из зоны растяжения в зону сжатия, однако в момент касания оправки в элементах внутренней стенки заготовки осевое напряжение начинает резко уменьшаться, а радиальное напряжение становится растягивающим.

Анализ остаточных напряжений показывает, что на внешней стенке заготовки присутствуют сжимающие тангенциальные и радиальные, а также осевые растягивающие напряжения. На внутренней стенке осевые и тангенциальные компоненты остаточных напряжений носят сжимающий характер, а радиальные отсутствуют.

Проведенное исследование позволяет утверждать, что пошаговое нагружение приводит к существенной неоднородности напряженно-деформированного состояния по длине заготовки, однако при этом сила процесса ковкиниже на 75 %, чем при ковке длинным бойком за один переход. Следует отметить также, что в отличие от безоправочной ротационной ковки, ротационная ковка на оправке характеризуется равным удлинением заготовки по обеим схемам нагружения.

Список литература

1. Семенов Е.И. Ковка и объемная штамповка. – М.: Высшая школа, 1972. – 352 с.

ОТРАЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ОТ СЛОИСТОЙ СТРУКТУРЫ С МАГНИТНЫМ ПОЛУПРОВОДНИКОМ

Трегуб А.С.

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, Самара, e-mail: alextreg@mail.ru

В настоящее время пристальное внимание исследователей привлекает создание новых нанокомпозитных материалов с заранее предсказанными свойствами, которые можно использовать в фотонике и оптоэлек-