ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ В ИНДУКТОРЕ ПРИ МАГНИТНО-ИМПУЛЬСНОЙ ШТАМПОВКЕ

Савельев Д.Н.

Тульский государственный университет, Тула, e-mail: tm@tsu.tula.ru

Рассмотрим один из вариантов системы магнитно-импульсной штамповки (СМИШ) с одновитковым индуктором [1]. При замыкании конденсаторной батареи на индуктор на поверхности разреза индуктора подается импульсное напряжение, равномерно распределенное по поверхностям разреза индуктора и с известным законом изменения по времени. Протекающий по индуктору объемный ток индуцирует в заготовке переменное электромагнитное поле, приводящее к возникновению в объеме системы пондеромоторных сил. Их радиальная составляющая, возникающая в заготовке, приводит к ее обжатию.

При декомпозиции СМИШ можно выделить две подсистемы:

– электрическая подсистема, определяющая пондеромоторные силы;

– деформационная подсистема, определяющая деформации заготовки в процессе действия импульса и после его окончания.

Связь между подсистемами обеспечивается пондеромоторными силами и ускоренными движениями заготовки. В первом приближении вторая связь может считаться слабой и вследствие этого может быть оборвана. Это дает возможность вместо связной задачи электромагнитного поля и деформирования определить последовательность двух задач:

– определение пондеромоторных сил в СМИШ;

– определение деформаций заготовки при действии известных пондеромоторных сил на заготовку.

Рассмотрим математическую формулировку первой задачи. Примем, что пространствозадачи не содержит диэлектриков, тогда в области задачи, где будут существовать электрические токи, диэлектрическая постоянная ε будет равна 1, и вектор напряженности электрического поля $\vec{E}$ будет совпадать с вектором электрической индукции $\vec{D}$.

Будем считать, что пространство задачи не содержит ферромагнетиков. Это значит, что магнитная проницаемость μ постоянна и близка к 1 (что характерно для обычных диа- и пара- магнитных тел), и, следовательно, вектор магнитной индукции B совпадает по направлению с вектором напряженности магнитного поля H. Таким образом, эффектами, обусловленными появлением вектора намагничения среды, будем пренебрегать в силу малости молекулярных токов по сравнению с токами проводимости.

Также примем, что в рассматриваемой области отсутствуют сторонние электрические заряды, т.е. их плотность $\rho_{эл} = 0$.

Как известно [1], объемная плотность пондеромоторных сил, в рамках сделанных предположений, определяется формулой:

$$F = j \cdot H,$$

где F – вектор пондеромоторных сил; j – вектор объемного тока; H – напряженность магнитного поля.

Вектор плотности тока находим, используя закон Ома в дифференциальной форме:

$$j = \lambda E.$$

Здесь λ – удельная электропроводность, E – напряженность электрического поля. Она определяется тремя составляющими:

$$E = E_c + E_u + E_d, \; E_c = -grad\varphi,$$

$$E_u = -\frac{\partial A}{\partial t}, \; E_d = v \cdot H.$$

Здесь φ – так называемый скалярный потенциал, A – векторный потенциал, v – скорость сплошной среды. Последнее слагаемое выражает слабую связь между электрической и деформационной подсистемами и в первом приближении может быть опущено.

Потенциалы φ и A вводятся таким образом, чтобы удовлетворить уравнениям Максвелла:

$$\nabla^2\varphi - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = 0,$$

$$\nabla^2 A - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = -\mu_0 j,$$

$$divA = -\frac{\partial\varphi}{\partial t}.$$

Напряженность магнитного поля определяется через векторный потенциал:

$$H = \mathrm{rot}A.$$

Отметим, что в низкочастотной постановке «инерционными» слагаемыми в (4) следует пренебречь. Тогда состояние электрической подсистемы описывается уравнениями относительно скалярного и векторного потенциалов:

$$\nabla^2\varphi = 0,$$

$$\nabla^2 A = \mu_0\lambda\left[grad(\varphi) + \frac{\partial A}{\partial t}\right]. \qquad (6)$$

Граничные условия для скалярного потенциала следующие:

• на поверхностях разреза индуктора:

$$\forall t: \quad \varphi(r,t) = U_{11}(r,t), \; r \in S_{11}, \qquad \varphi(r,t) = U_{12}(r,t), \; r \in S_{12} \qquad (7)$$

• на поверхностях $z = 0$, $z = h$, $r = r_{1н}$, $r = r_{1в}$, $r = r_{2н}$, $r = r_{2в}$, $z = 0$:

$$n \cdot \nabla\varphi = 0; \qquad (8)$$

здесь h – высота СМИШ, $r = r_{1н}$, $r = r_{1в}$ – наружный и внутренний радиусы индуктора, $r = r_{2н}$, $r = r_{2в}$ – то же для заготовки.

Очевидно, что формулировка уравнений относительно скалярного и векторного потенциалов также может быть подвергнута декомпозиции, так как первое уравнение относительно скалярного потенциала может быть решено отдельно как однородное гармоническое уравнение с неоднородными граничными условиями. Второе уравнение системы, представляющее уравнения теплопроводности, не имеет условий на границах, но будет неоднородным:

$$\frac{\partial A}{\partial t} - \frac{1}{\mu_0\lambda}\nabla^2 A = -grad(\varphi).$$

с однородными начальными условиями.

Список литературы

1. Математическое моделирование электромеханических процессов в индукторе для магнитно-импульсной обработки металлов / А.К. Талалаев, В.Д. Кухарь, А.А. Орлов и др. – Тула: Изд. ТулГУ, 2004. – 118 с.

УСТАНОВКА ДЛЯ ВЗРЫВНОГО МЕТАНИЯ СТРУИ ЖИДКОСТИ

Сазонов В.Д.

Тульский государственный университет, Тула, e-mail: tm@tsu.tula.ru

В настоящее время гидроструйные технологии с успехом применяются для решения задач расснаряжения морально и физически устаревших боеприпасов и различных взрывных устройств. Однако промышленное внедрение данных устройств сопряжено с достаточно большим риском и требует гарантированного обеспечения безопасности реализуемых

технологических процессов. В связи с этим требуется разработка специального оборудования и методики, позволяющей оценить чувствительность взрывчатого вещества (ВВ) к воздействию высокоскоростной струи жидкости и определить границы безопасного протекания процессов расснаряжения.

Установка, позволяющая моделировать воздействие струи жидкости высокого давления на навеску ВВ и определять момент возникновения химических реакций, была разработана и успешно прошла испытания [1].Одной из основных целей, реализуемых с помощью данной установки, является определение верхнего и нижнего пределов скорости (давления) струи при которых происходит эффективное разрушение ВВ и не возникает его термического саморазложения: горения и детонации.

Однако, в связи с появлением новых,более высокоэнергетических ВВ, скоростей струи порядка 800-1200 м/с, реализуемых при помощи пороховой навески, становится недостаточно и требуется модернизировать установку. В нее вводятся изменения, связанные с использованием в зарядной камере ВВ (ТЭН) вместо пороха инаправленные в первую очередь на обеспечение безопасных режимов при взрывных превращениях (рис. 1).

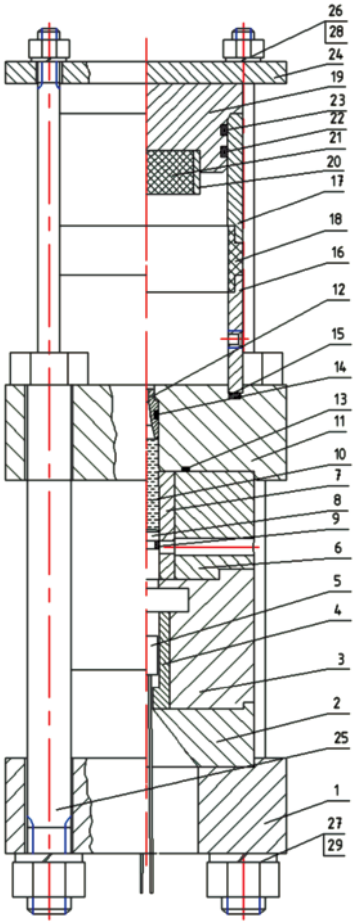


Рис. 1. Схема установки

Установка работает следующим образом: при срабатывании детонатора 5 ВВво взрывной камере 3 создает волну детонации, воздействует на поршень 8, заключенный во вкладыш 7, по которому он будет осуществлять свое движение, а также перемещать жидкость 10, расположенную над ним. Проходя через ускоряющее сопло 14, жидкость воздействует на испытуемый образец ВВ 21, заключенный в обойме 20. Кинематические параметры струи рассчитываются по известным зависимостям, а наличие детонации в испытуемом ВВ определяется либо визуально, либо с использованием датчиков газоанализатора.

При функционировании в данной установке протекает комплекс сложных взаимосвязанных процессов, различных по своей природе. Чтобы описать действие данного устройства, необходимо составить комплексную модель, включающую в себя следующие составляющие[2]:

– модели распространения детонационной волны по заряду ВВа также продуктов детонации и воздуха;

– уравнения движения поршня ипроцессов, протекающие в сжимаемой жидкости за поршнем;

– соотношения для оценки прочности поршня и зарядной каморы, параметров струи.

Для описания процессов, протекающих при: детонации ВВ, а также распространении продуктов детонации во взрывной камере вместе с вовлеченными в движение массивами воздуха, воспользуемся зависимостями [3, 4].

При моделировании процессов необходимо учесть сжимаемость и истечение жидкости. Уравнения, описывающие течение жидкости, повторяют уравнения течения невязкого совершенного газа за исключением уравнения состояния, которое следует заменить уравнением состояния для сжимаемой жидкости:

$$p = p_0 + a \cdot \left(\left(\frac{v_0}{v} \right)^{7,15} - 1 \right),$$

где p_0 – начальное (атмосферное) давление; v_0 – начальный удельный объем; $a = 3047 \cdot 10^5$ – константа уравнения Тэйта.

В ходе разработки установки производилась оценка степени влияния различных конструктивных параметров установки на верхний и нижний пределы скорости (давления) струи, необходимые для назначения безопасных режимов при расснаряжении боеприпасов. Некоторые полученные зависимости представлены на рисунках.

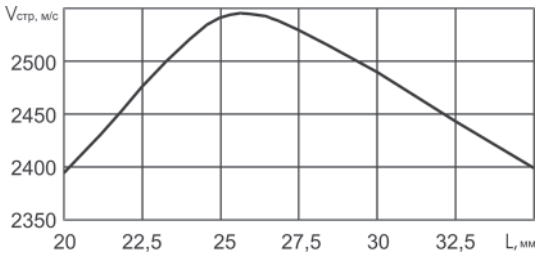


Рис. 2. Зависимость скорости струи от положения детонатора

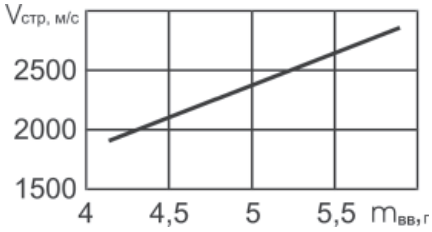


Рис. 3. Зависимость скорости струи от массы ВВ

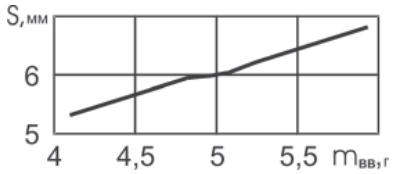


Рис. 4. Зависимость перемещения поршня от массы ВВ

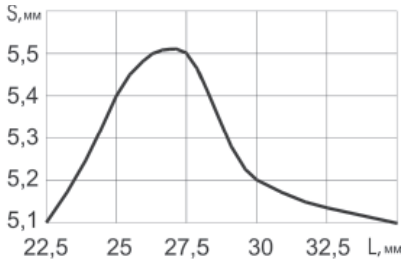


Рис. 5. Зависимость перемещения поршня от положения детонатора

Список литературы

1. Патент № 2122206. Способ определения чувствительности-зарядаВВ к динамическому воздействия струей жидкости / Антипов В.В., Антонова ЕВ., Бреннер В.А., Воротилин М.С. и др.
2. Вопросы теории горении и взрыва конденсированных систем: уч. пособие / Л.И. Алешичева, В.В. Ветров и др. – Тула: Из-во ТулГУ, 2008. – 231 с.
3. Воробьев Д.В., Горбунов В.В. Моделирование процесса разгона недеформируемого тела зарядом взрывчатого вещества // Вестник ТулГУ. Сер. «Актуальные вопросы механики». – Тула, 2008. – Вып. 4, Т.1. – 157 с., С.48-53.
4. Линник В.И., Могильников Н.В. Модель метания стержневой оболочки продуктами детонации. // Известия ТулГУ. Сер. Проблемы специального машиностроения. – Тула: ТулГУ, 2005. – Вып. 8.

МАЛЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПРИЗМАТИЧЕСКОГО БРУСКА НА ЦИЛИНДРЕ

Сазонова А.Д.

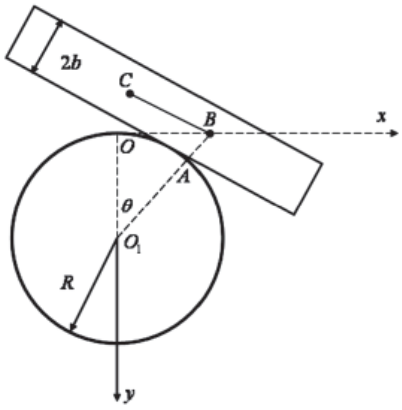
Тульский государственный университет, Тула, e-mail: tm@tsu.tula.ru

На цилиндрическую поверхность радиуса положен призматический брусок с прямоугольным поперечным сечением высоты $2b$. Радиус инерции бруска вокруг оси, проходящей через его центр масс и параллельный оси бруска равен i_c.

Взяв за параметр, определяющий положение бруска угол θ его наклона к горизонту, выражаем через него кинетическую энергию T и потенциальную энергию П. По теореме Кёнига [1]:

$$T = \frac{1}{2}MV_c^2 + \frac{1}{2}J_c\dot{\theta}^2. \qquad (1)$$

Здесь M – масса бруска, а $J_c = Mi_c^2$ – его момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс сечения.



Призматический брусок на цилиндрической поверхности

Чтобы вычислить скорость центра масс бруска V_c, возьмём начало координат в точке O касания бруска и цилиндра при равновесии. Так как при колебаниях брус катится без скольжения, то $CB = OA = R\theta$. Для нахождения координаты центра масс (точки C), проектируем на координатные оси векторную сумму

$$\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OO_1} + \overrightarrow{O_1B} + \overrightarrow{BC},$$

тогда

$$x_c = (R+b)\sin\theta - R\theta\cos\theta,$$
$$y_c = R - (R+b)\cos\theta - R\theta\sin\theta. \qquad (2)$$

Дифференцируя формулы (2), найдём проекции вектора скорости $\overrightarrow{V_c}$ на оси координат [2]:

$$V_{cx} = \dot{x}_c = [(R+b)\cos\theta - R\cos\theta + R\theta\sin\theta]\dot{\theta} = (b\cos\theta + R\theta\sin\theta)\dot{\theta};$$
$$V_{cy} = \dot{y}_c = [(R+b)\sin\theta - R\sin\theta - R\theta\cos\theta]\dot{\theta} = (b\sin\theta - R\theta\cos\theta)\dot{\theta};$$
$$V_c^2 = \dot{x}_c^2 + \dot{y}_c^2 = (b^2 + R^2\theta^2)\dot{\theta}^2.$$

Таким образом, формула кинетической энергии (1) принимает вид:

$$T = \frac{1}{2}M(i_c^2 + b^2 + R^2\theta^2)\dot{\theta}^2$$

Считая колебания малыми, можно предположить, что $\theta^2 \approx 0$, тогда:

$$T = \frac{1}{2}M(i_c^2 + b^2)\dot{\theta}^2, \qquad (3)$$

Потенциальная энергия

$$\Pi = -Mgy_c + c = c - Mg[R - (R+b)\cos\theta - R\theta\sin\theta]. \qquad (4)$$

Определим постоянную C при условии, что П = 0, если θ = 0,

$$O = c + Mgb \quad \text{или} \quad C = -Mgb..$$

Введём константу C в формулу (4) и получим:

$$\Pi = -Mg[(R+b)(1-\cos\theta) - R\theta\sin\theta].$$

Полагая $\sin\theta \approx \varphi$, $\cos\theta \approx 0$, получим:

$$\Pi = Mg\frac{R-b}{2}\theta^2. \qquad (5)$$

Вводя формулы (3) и (5) в уравнение Лагранжа, получим:

$$M(i_c^2 + b^2)\ddot{\theta} = -Mg(R-b)\theta$$

или

$$\ddot{\theta} + \frac{(R-b)g}{i_c^2 + b^2}\theta = 0. \qquad (6)$$

Уравнение (6) представляет собой дифференциальное уравнение малых колебаний, циклическая частота которых и период колебаний τ определяются формулами:

$$k = \sqrt{\frac{(R-b)g}{i_c^2 + b^2}}, \qquad \tau = 2\pi\sqrt{\frac{i^2 + b^2}{(R-b)g}}.$$

Т.о. для малых колебаний призматического бруска на круговом цилиндре при отсутствии проскальзывания получено разрешающее уравнение колебательного процесса, определена циклическая частота и период колебаний.