

альное уравнение движения в проекции на нормаль к траектории

$$\frac{mV^2}{R} = N - mg,$$

откуда

$$N = mg \left(1 + \frac{V^2}{Rg} \right).$$

Перегрузка составит

$$k = \frac{N}{mg} = \left(1 + \frac{V^2}{Rg} \right) = 9.$$

Такая перегрузка является опасной. Большинство проблем ракетостроения направлено именно на то, чтобы уменьшить ускорение при старте и в то же время получить космическую скорость.

Определим время действия перегрузки на пилота. Будем считать, что восьмикратная перегрузка является опасной.

Уравнение движения в проекции на нормаль к траектории:

$$\frac{mV^2}{R} = N - mg \cos \varphi.$$

При восьмикратной перегрузке

$$\cos \varphi = 8 - \frac{V^2}{gR}.$$

После вычислений найдем угол $\varphi = 100^\circ$. Таким образом, при перегрузке не менее 8 самолет описывает дугу 200° , что соответствует дуге:

$$S = \frac{200}{180} \cdot 3,14 \cdot 2000 = 6978 \text{ м.}$$

При скорости 400 м/с это занимает 17 с. Без специальной, предварительной подготовки, такую перегрузку выдержать трудно.

Список литературы

1. Тарасов В.К. Механика: учебн. пособие для вузов.– Тула: Изд-во ТулГУ, 2007.

РАСЧЕТ СОСТАВНОЙ КОНСТРУКЦИИ С ОДНОСТОРОННИМИ ВНУТРЕННИМИ СВЯЗЯМИ В СРЕДЕ MATHCAD

Раев А.В.

Тульский государственный университет, Тула, e-mail: tm@tsu.tula.ru

Рассматривается равновесие составной конструкции (рис. 1), имеющей внутренние односторонние связи в точках E и F [1]. Требуется:

1) выяснить, какая из связей работает, т.е. в какой из точек E или F при заданной нагрузке имеет место контакт (на рисунке показаны зазоры в обоих случаях), а также определить реакции связей;

2) определить область значений угла α , в точках которой $R_E > 0$, и область значений этого угла, в точках которой $R_F > 0$.

$$\begin{cases} \sum F_{ix} = 0 \\ \sum F_{iy} = 0 \\ \sum M_C(\bar{F}_i) = 0 \end{cases} \left\| \begin{cases} -X'_C + X_D - R_E + P_1 \sin \alpha = 0, \\ -Y'_C + Y_D - P_1 \cos \alpha = 0, \\ -X_D(a+b) + Y_D 2(a+b) + R_E a - M - P_1(a+b) \sin \alpha = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Расчетная схема для тела EFDL приведена на рис. 4. Заметим, что $\bar{X}'_D = -\bar{X}_D$, $\bar{Y}'_D = -\bar{Y}_D$, $\bar{R}'_E = -\bar{R}_E$.

Уравнения равновесия сил, действующих на тело CD, имеют вид:

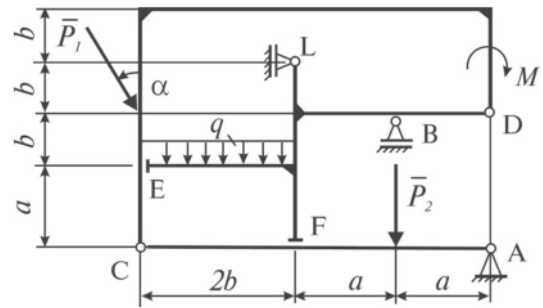


Рис. 1

Предполагая, что контакт осуществляется в точке E, расчленим конструкцию на составляющие ее тела AC, CD, EFDL и рассмотрим равновесие каждого тела отдельно; при этом действие связей заменяем их реакциями. На каждое тело действует уравновешенная плоская система сил. Расчетная схема для тела AC приведена на рис. 2.

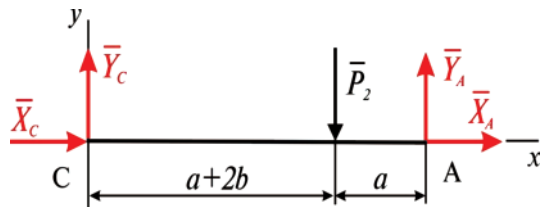


Рис. 2

Уравнения равновесия сил, действующих на тело CD, имеют вид:

$$\begin{cases} \sum F_{ix} = 0 \\ \sum F_{iy} = 0 \\ \sum M_A(\bar{F}_i) = 0 \end{cases} \left\| \begin{cases} X_A + X_C = 0, \\ Y_A + Y_C - P_2 = 0, \\ -2Y_C(a+b) + P_2 a = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Расчетная схема для тела CD приведена на рис. 3. Заметим, что $\bar{X}'_C = -\bar{X}_C$, $\bar{Y}'_C = -\bar{Y}_C$.

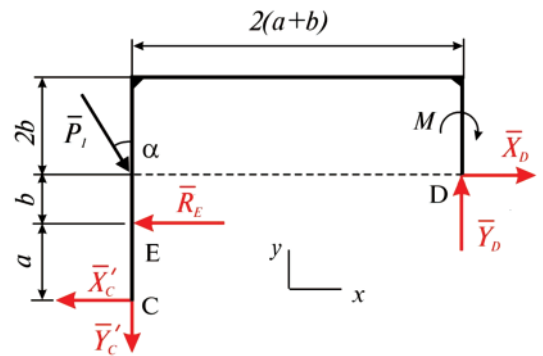


Рис. 3

Уравнения равновесия сил, действующих на тело CD, имеют вид:

$$\begin{cases} \sum F_{ix} = 0 \\ \sum F_{iy} = 0 \\ \sum M_C(\bar{F}_i) = 0 \end{cases} \left\| \begin{cases} -X'_D + R_L + R'_E = 0, \\ -Y'_D + R_B - Q = 0, \\ -R_B a - R_L b + R_E b - M + Q(2a+b) = 0. \end{cases} \quad (3)$$

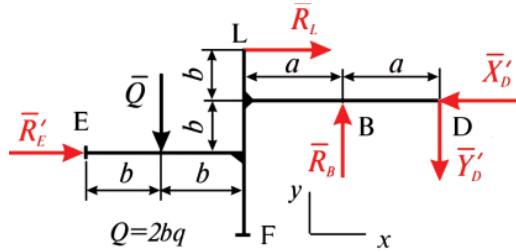


Рис. 4

Из системы девяти уравнений (1)–(3) можно определить неизвестные реакции связей $R_E, X_A, Y_A, R_B, X_C, Y_C, X_D, Y_D, R_L$.

Аналогично предполагая, что контакт осуществляется в точке F, получаем систему уравнений для определения реакций связей $R_F, X_A, Y_A, R_B, X_C, Y_C, X_D, Y_D$ и R_L и (эта система здесь не приводится).

Решение полученных систем линейных уравнений проводилось в среде Mathcad. Использовался ме-

тод обратной матрицы. Расчеты показывают, что при заданных нагрузках контакт имеет место в точке E, так $R_E > 0$.

Определим область значений угла α при условии $R_E > 0$. Для этого воспользуемся принципом возможных перемещений. Предполагая, что контакт осуществляется в точке E, освободим конструкцию от связи в этой точке, заменив ее действие реакциями R_E и R'_E . Полученный плоский механизм имеет одну степень свободы. Звено AC этого механизма может вращаться вокруг неподвижного центра A, а звенья EFDL и CD – совершать плоское движение. Сообщим звену AC возможное перемещение $\delta\varphi_1$ (рис. 5). Возможным перемещением звена CD является поворот на угол $\delta\varphi_2$ вокруг мгновенного центра вращения P_2 , а возможным перемещением звена EFDL – поворот на угол $\delta\varphi_3$ вокруг мгновенного центра вращения P_3 . Центр P_3 найден как точка пересечения перпендикуляров к направлениям возможных перемещений точек B и L, а центр P_2 – как точка пересечения перпендикуляров к направлениям возможных перемещений точек C и D.

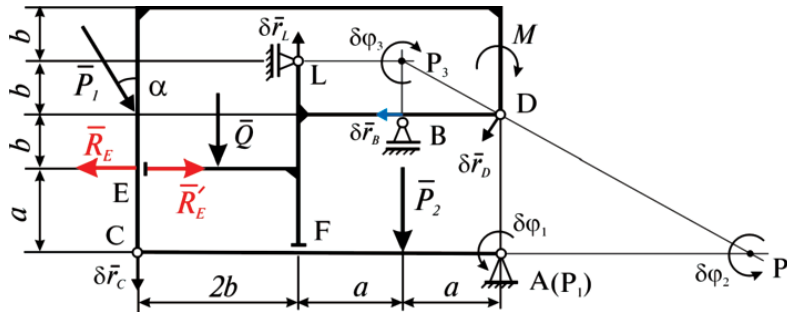


Рис. 5

Записывая уравнение работ принципа возможных перемещений, получаем

$$P_2 a \delta\varphi_1 + \left[P_1(a+b) \left(\frac{a+2b}{b} \cos\alpha - \sin\alpha \right) - M + R_E a \right] \delta\varphi_2 - 2[b(a+b)q + R'_E b] \delta\varphi_3 = 0. \tag{4}$$

Учитывая, что

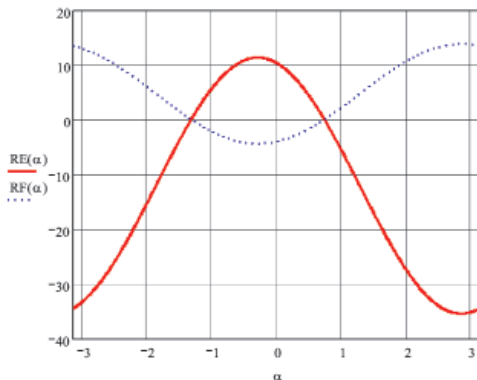
$$\delta\varphi_2 = \frac{2b}{a+2b} \delta\varphi_1, \quad \delta\varphi_3 = \frac{2(a+b)}{a+2b} \delta\varphi_1, \quad R_E = R'_E.$$

из уравнения (4) находим

$$R_E = \frac{1}{a+2b} \left[P_1(a+b) \left(\frac{a+2b}{b} \cos\alpha - \sin\alpha \right) + P_2 \frac{a(a+2b)}{2b} - M - q(a+b)^2 \right] \tag{5}$$

Аналогично, полагая, что контакт осуществляется в точке F, находим

$$R_F = -\frac{1}{2a(2a+3b)} \left\{ 2b \left[P_1(a+b) \left(\frac{a+2b}{b} \cos\alpha - \sin\alpha \right) \right] + 2P_2 a(a+2b) - 4bq(a+b)^2 \right\}. \tag{6}$$



Располагая формулами (5) и (6) (вообще говоря, достаточно одной из них) можно найти области значений угла α на отрезке $[-\pi, \pi]$ в точках которых выполняются неравенства $R_E > 0$ или $R_F > 0$. Расчет проводился в среде Mathcad. Построены графики функций $R_E(\alpha)$ и $R_F(\alpha)$. Корни уравнений $R_E(\alpha) = 0$ и $R_F(\alpha) = 0$ на отрезке $[-\pi, \pi]$ определены с помощью функции-процедуры root.

Список литературы

1. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике / под ред. А.А. Яблонского. – М.: Высшая школа – 1985.
2. Кирьянов Д. В. Самоучитель Mathcad 11. – СПб.: БХВ-Петербург – 2003.