

После вычислений

$$\Phi_y = 353 \text{ Н}\cdot\text{с}, \text{ с другой стороны } \Phi_y = N\Delta t.$$

Отсюда находим нормальную реакцию:

$$N = \frac{\Phi_y}{\Delta t} = 882 \text{ Н.}$$

Для определения горизонтальной составляющей нужно знать силу трения и продолжительность толчка:

$$\Phi_x = -f N \Delta t = -318 \text{ Н}\cdot\text{с.}$$

Зная эти величины можно сразу записать кинематические уравнения движения центра масс.

$$x = \left(V_0 + \frac{\Phi_x}{m} \right) t,$$

$$y = \frac{\Phi_y}{m} t - \frac{gt^2}{2}.$$

Это есть параметрические уравнения параболы. Найдем координаты ее вершины. В точке максимума

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\dot{y}}{\dot{x}} = 0,$$

откуда

$$\frac{\Phi_y}{m} gt_0, \quad t_0 = \frac{\Phi_y}{mg},$$

где t_0 – время движения центра масс до вершины траектории.

Далее находим координаты вершины траектории

$$x_0 = \left(V_0 + \frac{\Phi_x}{m} \right) \frac{\Phi_y}{mg}, \quad y_0 = -\frac{\Phi_y^2}{2m^2 g}.$$

Из последнего соотношения $y_0 = 1,3$ м, что просто подтверждает правильность решения задачи.

Из первого уравнения находим:

$$0,5(V_0 - 4,5) = x_0 \quad \text{или} \quad x_0 = b = 0,8 \text{ м,}$$

следовательно, можно определить V_0 . После вычислений находим:

$$V_0 = 6,2 \text{ м/с.}$$

Результаты расчетов можно представить в виде графика

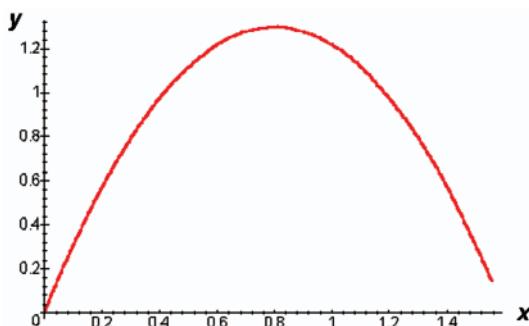


Рис. 3. График траектории движения

Рассмотрим силы, действующие на прыгуна.

Реакция опоры N подлежит определению через усилия в мышцах. Для ее определения рассмотрим равновесие стопы (рис. 4).

На рис. 4 символом Q обозначена реакция голеностопного сустава. Уравнение моментов относительно центра O будет иметь вид

$$F(a - b) - Nb = 0,$$

тогда

$$N = \frac{F(a - b)}{b}.$$

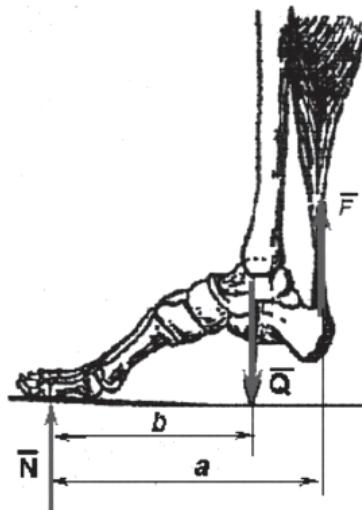


Рис. 4. Схема стопы

В соответствии с этим

$$m\sqrt{2gh} = \left[\frac{F(a-b)}{b} - P \right] t,$$

откуда

$$F = \frac{b}{t(a-b)} m(gt + \sqrt{2gh}).$$

Найдем значение искомой силы при следующих исходных данных: $m = 60$ кг, $a = 18$ см, $b = 12$ см, $t = 0,5$ с, $h = 0,413$ см. После вычислений получим $F = 3,4$ кН.

Также на прыгуна действует сила трения, которая в данном случае не учитывается. Следовательно, задача биомеханического исследования прыжка в высоту с разбега сводится к определению кинематических характеристик движения по картине действующих сил.

Список литературы

1. Тарасов В.К. Биомеханика. – ТулГУ, 2009. – 170 с.

ФИЛЬР НА ОСНОВЕ ПЛАНАРНОЙ СТРУКТУРЫ С НАНОКОМПОЗИТНЫМ СЛОЕМ И СВЕРХПРОВОДНИКОМ

Мустафин И.А., Феолемптов Р.С.

Поволжский государственный университет
телекоммуникаций и информатики, Самара,
e-mail: qwertycup10@mail.ru

В последние годы сложные искусственные материалы стали предметом изучения для многих исследователей во всем мире. Новые понятия и концепции в синтезе метаматериалов способствовали созданию структур, имитирующих электромагнитные свойства известных веществ или обладающих качественно новыми функциями. Одним из развивающихся направления инженерии материалов являются тонкие пленки высокотемпературных сверхпроводников, применяющиеся в сверхпроводниковых высокочастотных фильтрах в системах связи [1]. Искусственные включения и неоднородности в подобных структурах меньше или соизмеримы с длиной волны, что позволяет создать среды для использования в инфракрасном и оптическом диапазоне. Особый интерес представляют метаматериалы с отрицательным показателем преломления, на основе которых были предложены различные конструкции для создания фильтров, модуляторов и др. устройств [2]. В нашей работе мы исследовали электродинамические свойства структуры, содержащей слой композитного метаматериала, который в определенном частотном диапазоне может обладать отрицательным значением

ем показателя преломления, и тонкий слой высокотемпературного сверхпроводника YBaCuO. Проведен расчет коэффициентов отражения и пропускания от данной структуры. Результаты численного расчета показывают, что рассматриваемая структура может использоваться для создания фильтра, работающего в ИК и оптическом диапазоне.

Список литературы

1. Головкина М.В. Особенности распространения электромагнитных волн в периодических структурах полупроводник – сверхпроводник // Вестник Поморского государственного университета, серия Естественные науки. – 2009. – № 3. – С. 70-75.
2. Pryce I., Aydin K., Kelaita Y., Briggs R., Atwater H. Highly Strained Compliant Optical Metamaterials with Large Frequency Tunability // Nano Lett. – 2010. – Vol. 10. – P. 4222–4227.

ВЫВОД УРАВНЕНИЯ ЛАГРАНЖА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ФУНКЦИИ СОСТОЯНИЯ

Пономарёв Ю.И., Зеленский А.В.

Оренбургский государственный педагогический университет, Оренбург, e-mail: Ponomarev_ogpu@mail.ru

В работе Пономарёва [1] был предложен метод получения основного уравнения механики с помощью введения в ней функции состояния. Такой подход позволяет в отличии от использования традиционного принципа наименьшего действия проще получить уравнение Лагранжа.

Введём в рассмотрение функцию состояния P которая описывает состояние исследуемой частицы и зависит от $q_i, q_i(t), t$ где $q_i(t)$ это обобщённая координата с индексом i , а q_i отличается от $q_i(t)$ только тем что q_i это функция только от начального вркмени

$$dP = \sum(\partial P / \partial q_i) dq_i + \sum(\partial P / \partial q_i)(dq_i / dt) dt + (\partial P / \partial t) dt.$$

Введём следующие обозначения: $p_i = \partial P / \partial q_i$,

$$W = -\partial P / \partial t, L = \sum(\partial P / \partial q_i)(dq_i / dt) dt + (\partial P / \partial t) dt,$$

Из этого следует:

$$L = p_1(dq_1 / dt) + p_2(dq_2 / dt) + \dots + p_m(dq_m / dt) - W, \quad (1)$$

где W – это полная энергия, p_1, p_2, \dots, p_m – обобщённые импульсы.

Обозначим через \sum суммирование всех элементов с индексом i . Так например в книге Г. Голдстейна «Классическая механика» пишется :

$$H(p, q, t) = \sum(dq_i / dt)p_i - L(q, dq/dt, t)$$

где H – это функция Гамильтона.

Рассмотрим случай когда $H = W$. Поэтому:

$$\begin{aligned} L &= \sum(dq_i / dt)p_i - \\ &- ((1/2)\sum(dq_i / dt)p_i + F) = (1/2)\sum(dq_i / dt)p_i - F. \quad (2) \end{aligned}$$

В книге Г. Голдстейна «Классическая механика» пишется что эта формула выполняется когда система консервативна ,а кинетическая энергия является однородной квадратичной функцией от обобщённых скоростей. Где F – это потенциальная энергия а \sum – это суммирование всех элементов с индексом i .

С учётом того что в большинстве случаев обобщённый импульс зависит не более чем от производной первого порядка от соответствующей обобщённой координаты то согласно формуле 2 мы получаем:

$$\partial L / \partial(dq_i / dt) = p_i.$$

Дифференциал dP будет полным дифференциалом если смешанные частные производные от P по её аргументам не будут зависеть от порядка дифференцирования.

Например

$$\delta p_1 / \delta t = \partial L / \partial q_1.$$

Так как мы имеем дело с полной функциональной производной то с учётом формулы $\partial L / \partial(dq_1 / dt) = p_1$ получаем уравнение Лагранжа :

$$d(\partial L / \partial(dq_1 / dt)) / dt = \partial L / \partial q_1.$$

Список литературы

1. Пономарёв Ю.И. Функция состояния в классической механике и теории поля // Успехи современного естествознания. – 2008.
2. Голдстейн Г. Классическая механика: монография. – М.: Наука, 1975.

БИОМЕХАНИКА ПЕРЕГРУЗОК И НЕВЕСОМОСТИ

Попова А.И.

Тульский государственный университет, Тула, e-mail: tm@tsu.tula.ru

Девочка раскачивает сама себя на качелях (рис. 1). Внешними силами данной системы являются сила тяжести и натяжение веревок. Каким образом действия указанных сил приводят к увеличению амплитуды колебаний, и каким образом увеличивается механическая энергия системы? Механической моделью данной системы является математический маятник (рис. 2). Маятник может (теоретически) совершать и незатухающие колебания, но увеличивать амплитуду колебаний маятник сам по себе не может. Человек, находящийся на качелях, может прилагать определенные усилия и взаимодействовать с качелями, но все это будут внутренние силы, которые не могут изменить движение центра масс системы [1].



Рис. 1. Девочка на качелях

Но, тем не менее, человек на качелях может раскачать сам себя и обеспечить амплитуду колебаний до 360° , особенно если использовать не веревку, а жесткий стержень. В основе этого лежит физическое явление, называемое параметрическим резонансом. Меняя свое положение относительно точки подвеса, человек меняет длину маятника. Если менять длину маятника по периодическому закону, то при определенном соотношении частот возникает параметрический резонанс и амплитуда колебаний увеличивается. Изобразим расчетную схему (рис. 2).

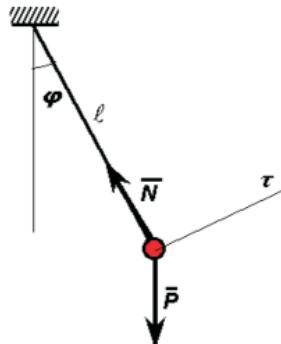


Рис. 2. Расчётная схема