

тами и в известных физических моделях выражается уравнением Гриффитса.

Диапазон изменения эмпирического коэффициента трещиностойкости  $n$  предполагается в модели для  $\alpha_{pv}$  равным 0,30–0,65 и нормируется минимальным и максимальными уровнями параметров  $\alpha_{pv}$  и  $\sigma_{ост}$  для исследуемых термодиффузионных покрытий. Обеспечение этого условия возможно при соблюдении условий, определяемых выражением:

$$n = 0,25 + \frac{1}{K_n} (1 + \lg \alpha_{pv}), \quad (4)$$

в котором коэффициент  $K_n$  определяли из экспериментов потрещиностойкости:

$$K_n = \left( \frac{0,2}{\Delta \alpha_{pv}} \right),$$

где  $\Delta \alpha_{pv} = \alpha_{pv}^{\max} - \alpha_{pv}^{\min}$ .

Для конкретного по структуре покрытия параметр  $\alpha_{pv}$  можно, в зависимости от внутренних напряжений  $\sigma_{ост}$ , трансформировать в виде:

$$\alpha_{pv} = 0,25 \pm K_n \sigma_{ост}, \quad (5)$$

где знак «+» соответствует растягивающим напряжениям в покрытии, «-» – сжимающим. Коэффициент перехода от внутренних напряжений к параметру трещиностойкости  $K_n$  составляет, например, для никотрированных и борированных покрытий на уровне  $\approx 2 \cdot 10^{-4}$ – $3 \cdot 10^{-4}$  и в зависимости от модуля упругости материалов, может быть рассчитан в соответствии с выражением

$$K_n = 10^{-4} \left( \frac{E_{сл}}{E^*} \right). \quad (6)$$

Экспериментальные и расчетные результаты  $\sigma_{ост}$ ,  $\alpha_{pv}$  и  $n$  для никотрированных и боридных покрытий показали, что значение константы  $n$  соответствует границе эпицентра разрушения. В то же время для более удаленных на поверхности от кратера зон его величина будет уменьшаться.

#### Список литературы

1. Власов В.М., Нечаев Л.М. Работоспособность высокопрочных термодиффузионных покрытий в узлах трения машин. – Тула: Приок. книж.изд-во, 1994. – 237 с.
2. Анализ эпюр макронапряжений в поверхностных слоях сталей после проведения борирования / Л.М. Нечаев, Н.Б. Фомичева, Е.В. Маркова, И.Ю. Канунникова // *Фундаментальные исследования*. – 2009. – №1.
3. Нечаев Л.М., Фомичева Н.Б., Иванькин И.С. Определение параметров трещиностойкостиникотрированных сталей // *Современные наукоемкие технологии*. – 2007. – №5.

#### БИОДИНАМИКА ПРЫЖКОВ В ВЫСОТУ

Макарова Е.В.

Тульский государственный университет, Тула,  
e-mail: tm@tsu.tula.ru

В большинстве случаев биомеханика рассматривает задачи по теоретической механике и сопротивлению материалов, в которых объектом исследования является человек в различных ситуациях.

Рассмотрим прыжок в высоту с разбега. Спортсмен массой 70 кг прыгает с разбега через перекладину (рис. 1).

Высота, на которой установлена перекладина,  $H = 2,4$  м (мировой рекорд!), скорость разбега принимаем  $V = 6$  м/с. Считая, что прыжок в высоту с места поднимает центр масс спортсмена на  $a = 0,6$  м, определим, какая часть кинетической энергии разбега превращается в энергию прыжка?

Если спортсмен прыгает на 2,4 м при начальной высоте центра масс  $h = 1$  м, то это не значит, что центр масс спортсмена при прыжке поднимается на высоту

1,4 м. В действительности эта высота меньше. Заметим, что центром масс системы называется геометрическая точка, координаты которой вычисляются по известным формулам. Центр масс человека находится внутри него не при любой позе и не при любой ориентации человека. В положении, показанном на рис. 1, центр масс находится ниже перекладины примерно на 0,1 м и оставшиеся 0,7 м должны быть преодолены за счет энергии разбега

$$E = mg(H - h - a) = 480 \text{ Дж.}$$

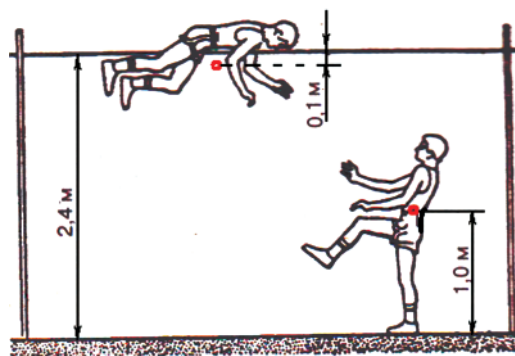


Рис. 1. Расчётная схема прыжка в высоту

Кинетическая энергия разбега:

$$E_p = \frac{mV^2}{2} = 1260 \text{ Дж.}$$

Отношение  $\frac{E}{E_p} = 0,38$ .

Рассмотрим непосредственно момент прыжка. Как упоминалось выше прыгун (рис. 2) должен преодолеть планку на высоте  $H = 2,4$  м. Высота его центра масс во время толчка составляет  $h = 1$  м. Примем расстояние от точки, в которой производится толчок, до вертикальной плоскости, проходящей через планку  $b = 0,8$  м.

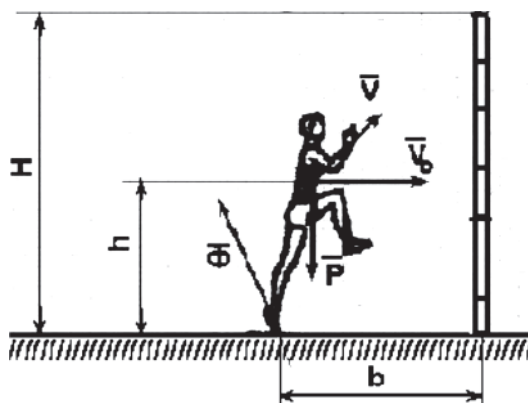


Рис. 2. Расчётная схема момента прыжка

Коэффициент трения в момент толчка  $f = 0,9$ , продолжительность толчка считать равной  $\Delta t = 0,4$  с, максимальная высота центра масс от земли равна 2,3 м.

В момент отталкивания от опоры на прыгуна действует импульс  $\Phi$ . Проекции импульса на координатные оси можно найти. Вертикальная составляющая импульса определяется высотой подъема центра масс от начального положения:

$$\Phi_y = m\sqrt{2g(H - h - 0,1)}.$$

После вычислений

$$\Phi_y = 353 \text{ Н}\cdot\text{с}, \text{ с другой стороны } \Phi_y = N\Delta t.$$

Отсюда находим нормальную реакцию:

$$N = \frac{\Phi_y}{\Delta t} = 882 \text{ Н}.$$

Для определения горизонтальной составляющей нужно знать силу трения и продолжительность толчка:

$$\Phi_x = -fN\Delta t = -318 \text{ Н}\cdot\text{с}.$$

Зная эти величины можно сразу записать кинематические уравнения движения центра масс.

$$x = \left( V_0 + \frac{\Phi_x}{m} \right) t,$$

$$y = \frac{\Phi_y}{m} t - \frac{gt^2}{2}.$$

Это есть параметрические уравнения параболы. Найдем координаты ее вершины. В точке максимума

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\dot{y}}{\dot{x}} = 0,$$

откуда

$$\frac{\Phi_y}{m} gt_0, \quad t_0 = \frac{\Phi_y}{mg},$$

где  $t_0$  – время движения центра масс до вершины траектории.

Далее находим координаты вершины траектории

$$x_0 = \left( V_0 + \frac{\Phi_x}{m} \right) \frac{\Phi_y}{mg}, \quad y_0 = -\frac{\Phi_y^2}{2m^2 g}.$$

Из последнего соотношения  $y_0 = 1,3$  м, что просто подтверждает правильность решения задачи.

Из первого уравнения находим:

$$0,5(V_0 - 4,5) = x_0 \quad \text{или} \quad x_0 = b = 0,8 \text{ м},$$

следовательно, можно определить  $V_0$ . После вычислений находим:

$$V_0 = 6,2 \text{ м/с}.$$

Результаты расчетов можно представить в виде графика

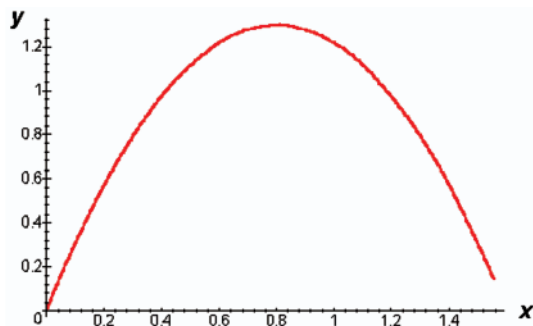


Рис. 3. График траектории движения

Рассмотрим силы, действующие на прыгуна.

Реакция опоры  $N$  подлежит определению через усилия в мышцах. Для ее определения рассмотрим равновесие стопы (рис. 4).

На рис. 4 символом  $Q$  обозначена реакция голеностопного сустава. Уравнение моментов относительно центра  $O$  будет иметь вид

$$F(a - b) - Nb = 0,$$

тогда

$$N = \frac{F(a - b)}{b}.$$

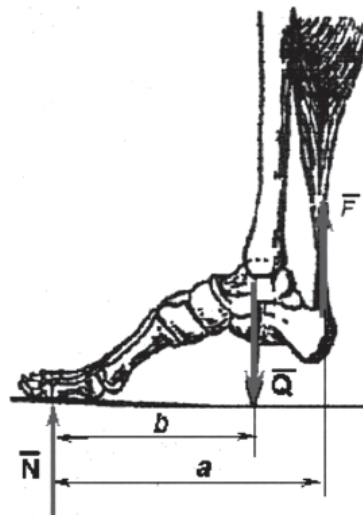


Рис. 4. Схема стопы

В соответствии с этим

$$m\sqrt{2gh} = \left[ \frac{F(a-b)}{b} - P \right] t,$$

откуда

$$F = \frac{b}{t(a-b)} m(gt + \sqrt{2gh}).$$

Найдем значение искомой силы при следующих исходных данных:  $m = 60$  кг,  $a = 18$  см,  $b = 12$  см,  $t = 0,5$  с,  $h = 0,413$  м. После вычислений получим  $F = 3,4$  кН.

Также на прыгуна действует сила трения, которая в данном случае не учитывается. Следовательно, задача биомеханического исследования прыжка в высоту с разбега сводится к определению кинематических характеристик движения по картине действующих сил.

#### Список литературы

1. Тарасов В.К. Биомеханика. – ТулГУ, 2009. – 170 с.

#### ФИЛЬТР НА ОСНОВЕ ПЛАНАРНОЙ СТРУКТУРЫ С НАНОКОМПОЗИТНЫМ СЛОЕМ И СВЕРХПРОВОДНИКОМ

Мустафин И.А., Феопемптов Р.С.

Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, Самара, e-mail: qwertycup10@mail.ru

В последние годы сложные искусственные материалы стали предметом изучения для многих исследователей во всем мире. Новые понятия и концепции в синтезе метаматериалов способствовали созданию структур, имитирующих электромагнитные свойства известных веществ или обладающих качественно новыми функциями. Одним из развивающихся направлений инженерии материалов являются тонкие пленки высокотемпературных сверхпроводников, применяющиеся в сверхпроводниковых высокочастотных фильтрах в системах связи [1]. Искусственные включения и неоднородности в подобных структурах меньше или соизмеримы с длиной волны, что позволяет создать среды для использования в инфракрасном и оптическом диапазоне. Особый интерес представляют метаматериалы с отрицательным показателем преломления, на основе которых были предложены различные конструкции для создания фильтров, модуляторов и др. устройств [2]. В нашей работе мы исследовали электродинамические свойства структуры, содержащей слой композитного метаматериала, который в определенном частотном диапазоне может обладать отрицательным значени-