О МОДУЛЯРНЫХ РЕШЕТКАХ В ИЕРАРХИИ СТРАТ

Суровцева Н.Н., Клейменов В.Ф.
Иркутский государственный технический университет,
Иркутский государственный университет
Иркутск, Россия

Старость и старение населения вышли в последние годы на уровень глобальных проблем человечества. Проблемность этих процессов связана с массой нерешенных социальных, экономических, культурных и медицинских задач по обеспечению и созданию оптимальных условий жизнедеятельности людей пожилого возраста.

Проблема старения общества представляет собой новый социальный феномен, с которым человечество столкнулось лишь во второй половине XX века. Сегодня российское общество вплотную подошло к такому периоду своего развития, когда увеличение доли пожилых людей в составе населения серьезно влияет на экономические, политические, социальные, духовно-нравственные изменения. Реализация идей построения “общества для людей всех возрастов” ставит в качестве важнейшей в российском обществе задачу формирования в общественном сознании положительного образа старости, уважения к пожилым людям, использование их потенциала в экономике.

Категория пожилых людей имеет сложную структуру, разбивается на большое количество страт, как пересекающихся между собой, так и не имеющих пересечения. При этом многим стратам присущи одинаковые функции, возможно, с различными значениями [1, 2]. Так как страты с течением времени могут изменяться, появляются новые или исчезают уже имеющиеся, то исходную решетку полезно представлять себе потенциально бесконечной, а само множество страт в виде иерархической системы. Дадим необходимые определения.

Упорядоченным множеством L называется множество, на котором определено бинарное отношение $x \le y$, удовлетворяющее для любых элементов x, y, z из L следующим условиям: 1. $x \le x$ (рефлексивность), 2. если $x \le y$ и $y \le x$, то $x=y$ (антисимметричность), 3. если $x \le y$ и $y \le z$, то $x \le z$ (транзитивность). Далее, элемент, a упорядоченного множества L называется точной верхней (нижней) гранью элементов x и y этого множества, если $x \le a$, $y \le a$ ($a \le x$, $a \le y$) и для любого b, такого, что $x \le b$, $y \le b$ ($b \le x$, $b \le y$) имеет место, $a \le b$ ($b \le a$). Точная верхняя грань элементов x, y обозначается $x \vee y$, а точная нижняя $x \wedge y$. Упорядоченное множество L, в котором для любых элементов этого множества определена точная верхняя и точная нижняя грань называется решеткой.

Определение 1. Подмножество I решетки L называется иерархией, если для любых двух элементов множества I определена их точная верхняя грань.

Следующие два эквивалентных условия для элементов x, y, z решетки L называются дистрибутивностью:

1. $x \wedge (y \vee z) = (x \wedge y) \vee (x \wedge z)$
2. $x \vee (y \wedge z)=(x \vee y) \wedge (x \vee z)$, а условие
3. если $x \le z$, то $x \vee (y \wedge z)= (x \vee y) \wedge z$ – модулярностью.

Если условия 1, 2 выполняются для любых элементов x, y, z решетки L, то эта решетка называется дистрибутивной, а если для любых элементов x, y, z выполняется условия 3., то решетка называется модулярной [3]. Любая дистрибутивная решетка модулярна, но обратное не верно. В иерархии существуют страты x, y, z, для которых не выполняется условия 1, 2 и 3.

Утверждение 1. Существует немодулярная решетка, содержащаяся в иерархии страт.

Доказательство. Обозначим через S_0 - страту пожилых людей, являющихся либо УВОВ, либо инвалидами 1 группы, S_1 – страту пожилых людей являющихся УВОВ, S_2 – страту пожилых людей инвалиды 1 группы, S_3 – страту пожилых людей ИВОВ, S_4 – страту пожилых инвалидов 1 группы УВОВ. Тогда выполняются следующие равенства: $S_0 = S_1 \vee S_2$, $S_3 \le S_1$, $S_4 = S_2 \wedge S_3$.

Докажем, что для элементов S_1, S_2, S_3 не выполняется тождество модулярности. Действительно, $S_3 \le S_1$, рассмотрим элемент $S_3 \vee (S_2 \wedge S_1)$. Так как $S_2 \wedge S_1 = S_4$, а $S_3 \vee S_4 = S_3$, то $S_3 \vee (S_2 \wedge S_1) = S_3$. С другой стороны, вычислим элемент $(S_3 \vee S_2) \wedge S_1$, так как $S_3 \vee S_2 = S_0$, а $S_0 \wedge S_1 = S_1$, то $(S_3 \vee S_2) \wedge S_1 = S_1$. Таким образом, $S_3 \vee (S_2 \wedge S_1) \neq (S_3 \vee S_2) \wedge S_1$, более точно $S_3 \vee (S_2 \wedge S_1) < (S_3 \vee S_2) \wedge S_1$, что и доказывает немодулярность построенной решетки.

Замечание. Отметим, что внеся даже небольшие изменения в построении примера из утверждения 1 можно получить модулярную решетку.

Пример 1. Пусть S_0 – страта пожилых людей являющихся либо инвалидами, либо людьми имеющими высшее образование, S_1 – пожилые люди инвалиды, S_2 – пожилые люди с высшим образованием, S_3 – пожилые люди инвалиды 1 группы, S_4 – пожилые инвалиды с высшим образованием, S_5 – пожилые инвалиды 1 группы с высшим образованием. Тогда $S_0 = S_1 \vee S_2$, $S_3 \le S_1$, $S_4 = S_1 \wedge S_2$, $S_5 = S_2 \wedge S_3$. Рассмотрим элемент $S_3 \vee (S_2 \wedge S_1)$, получим $S_3 \vee S_2 = S_0$ и $S_0 \wedge S_1 = S_1$. Таким образом,

$S_3 \vee (S_2 \wedge S_1) = (S_3 \vee S_2) \wedge S_1$ модулярность, для элементов S_1, S_2, S_3 выполняется.

Можно отметить, что большинство подрешеток в иерархии страт все - таки удовлетворяют этому условию. Более того, в любой иерархии можно построить подрешетку удовлетворяющую условию не только модулярности но и дистрибутивности.

Утверждение 2. В любой иерархии существует последовательность страт S_{i_1}, S_{i_2}, … S_{i_n}, которые образуют дистрибутивную подрешетку.

Часто является необходимым оценить, насколько две страты близки друг к другу. Для этого введем понятие расстояния между стратами. Дадим следующее определение.

Определение 2. Расстоянием d (A, B) между стратами называется число

$$d=\frac{|A \cup B| - \max(|A|,|B|)}{\min(|A|,|B|)},$$

где |A|, |B| - мощность страт A и B, min (a, b) – минимальное из чисел a, b, а max (a, b) – максимальное из чисел a, b.

Утверждение 3. Расстояния между стратами обладают следующими свойствами:

1. d (A, B)=1<=>A∩B=Ø
2. d (A, B)=0<=>A ⊂ B или B ⊂ A
3. 0≤d(A, B)≤1

В доказательстве следующего критерия немодулярности иерархии также используется понятие расстояния между стратами.

Утверждение 4. В иерархии I тогда и только тогда существует немодулярная подрешетка, когда в ней найдутся такие страты A, B, C, которые удовлетворяют следующим условиям:

1. d(A,C)=0, A≠C
2. d(A,B)>0
3. B∩C=A∩B (при этом если |B|<|A| это условие эквивалентно равенству d(A, B)= d(B, C)).

Доказательства утверждений 2, 3, 4 будут рассмотрены в следующих работах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Клейменов В.Ф., Суровцева Н.Н., Функции для иерархии категорий пожилых людей // Фундаментальные исследования. № 10, 2008 г., С. 75.

2. Клейменов В.Ф., Суровцева Н.Н., Вычисление для иерархии страт // Фундаментальные исследования. № 3, 2009 г., С.58-59.

3. Биркгоф Г. Теория решеток. – М.: Наука.1984. – 568 с.

Технические науки

ПОГРЕШНОСТИ МЕТОДА ПРИВЕДЕНИЯ К ЭКВИВАЛЕНТНОЙ ДВУХФАЗНОЙ МАШИНЕ ПРИ АНАЛИЗЕ АВАРИЙНЫХ РЕЖИМОВ МНОГОФАЗНЫХ ИНВЕРТОРНЫХ ЭЛЕКТРОПРИВОДОВ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

Бражников А.В., Бабин В.А., Белозеров И.Р., Шульгин А.В., Калинин К.Н.
ФГОУ ВПО «Сибирский федеральный университет»
Красноярск, Россия

В настоящее время одним из наиболее широко применяемых методов теоретического исследования электромагнитных процессов, происходящих в инверторных электроприводах переменного тока (ИЭП), является метод приведения к эквивалентной двухфазной машине.

В [1] был проведен анализ погрешностей этого метода применительно к установившимся нормальным (неаварийным) режимам работы ИЭП и доказано, что в указанных режимах при подавляющем большинстве значений числа фаз ИЭП использование классического варианта метода приведения к эквивалентной двухфазной машине (МЭДМ) обуславливает потерю определённой доли информации о фазных напряжениях и токах, электромагнитном моменте электродвигателя и токе на выходе преобразователя частоты. Это связано с тем, что применение базовых операций МЭДМ приводит к взаимной компенсации гармонических составляющих фазных напряжений (а, следовательно, и токов), порядки которых удовлетворяют равенству

$$c \pm 1 = b_0 m_s\ , \qquad (1)$$