

УДК 612.1:577

## ВОЗМОЖНОСТИ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭКВАТОРИАЛЬНОЙ ЭЛЕКТРОСТРУИ И ЕЁ СЛЕДСТВИЙ

М.А. Кутимская, М.Ю. Бузунова

*Иркутская государственная сельскохозяйственная академия,*

*Иркутск, Россия*

[eleanor@id.isu.ru](mailto:eleanor@id.isu.ru)

**Для исследования вариаций параметров живых существ, обитающих в биосфере в разных широтных регионах, в частности экваториальных, построена модель экваториального электроджета, основанная на численном решении дифференциальных уравнений второй степени для потенциала, вызванного пространственным зарядом.**

**Ключевые слова:** биоэлектrogenез, экваториальная электроструя, потенциал, проводимости, силовые линии магнитного поля Земли.

Магнитные и электрические поля в биосфере вызывают различные биологические эффекты. Отчасти эти эффекты связаны с тем, что в живой ткани протекают электрические токи, вызванные биоэлектrogenезом клеток организма [1-3]. Они циркулируют в нервной системе, незначительные повреждения в которой могут повлечь за собой серьезные последствия [4,5].

В ряде работ, включая работы авторов, подчеркивалось влияние магнитных полей на проростки злаковых растений, хвойных деревьев и т.д. [4,6,7,8], на ориентацию птиц, пчел по геомагнитному полю, на поведение животных [4,9] и болезни людей [4,5]. Ранее нами численно решалась модель магнитного поля Земли с учетом разложения магнитного потенциала по нормированным присоединенным

полиномам Лежандра в стационарных условиях [8].

Данную работу посвятим модели одной из аномалий, в частности экваториальной электроструе. Известно, что солнечные приливные движения и движения, обусловленные периодическим нагреванием атмосферы Солнцем, порождают магнитные вариации, которые называются спокойными солнечно-суточными вариациями ( $S_q$ ). Экспериментальные измерения магнитного поля показывают, что  $S_q$  вариации его составляющих  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  обусловлены в основном системой токов в ионосфере, которую можно связать с изменением потенциала  $\Delta\Phi$ :

$$\Delta x = \frac{\partial \Delta\Phi}{R \partial \theta}, \quad \Delta y = -\frac{\partial \Delta\Phi}{R \sin \theta \partial \lambda}, \quad \Delta z = \frac{\partial \Delta\Phi}{\partial r}, \quad (1)$$

где  $R$  – радиус Земли;  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  – малые изменения северной, восточной и вертикальной составляющих напряженности магнитного поля Земли;  $\theta$  – коширота (дополнение широты  $\varphi$  до  $90^\circ$ );  $\lambda$  – долгота.

$S_q$  вариации на экваторе имеют очень большую величину по сравнению с

другими областями. В узкой полосе ( $\pm 3 \div 5^\circ$ ) вдоль магнитного экватора сконцентрирован ток, названный экваториальной электроструей.  $S_q$  ток индуцируется благодаря электродвижущей силе  $\bar{V} \cdot \bar{B}$ , возникающей при движении проводящего слоя, которым является ионосфера. Так как вдоль магнитного экватора горизонтальная компонента динамо – ЭДС  $\bar{V} \cdot \bar{B}$  равна 0,

экваториальная электроструя образуется за счет электростатического поля  $E = -grad \Phi$ , направленного на восток, где  $\Phi$  – потенциал, созданный пространственным зарядом. В атмосферном динамо полное поле  $E = -grad \Phi + (\bar{V} \cdot \bar{B})$  создает ток, величина и направление которого зависят от анизотропной проводимости атмосферы. Плотность тока можно опделить по закону Ома.

Направленное на восток электростатическое поле приводит к возникновению тока Педерсена, также направленного на восток вдоль магнитного экватора и обу-

словленного проводимостью ионосферы ( $\sigma_1$ ) перпендикулярной магнитному полю  $B$ . Значение проводимости Педерсена на высоте максимума слоя  $F_2$  много выше при высокой солнечной активности, чем при низкой. Как известно, дрейф заряженных частиц в скрещенных электрическом и магнитном полях в направлении  $\bar{E} \cdot \bar{B}$  в присутствии столкновения ионов с нейтральными частицами вызывает ток Холла ( $\sigma_2 \bar{E}$ ). Токи в ионосфере можно определить [3,10]:

$$j_x = \sigma_1 E_x + \sigma_2 E_y \tag{2}$$

$$j_y = -\sigma_2 E_x + \sigma_1 E_y = 0 \tag{3}$$

$$j_z = \sigma_0 E_z, \tag{4}$$

где  $\sigma_0$  – проводимость нулевого поля, направленная вдоль магнитного поля.

Из выражения (3)  $E_y = \left( \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right) E_x$ .

Тогда

$$j_x = \sigma_1 E_x + \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1} E_x = E_x \left( \sigma_1 + \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1} \right),$$

где  $\sigma_3 = \left( \sigma_1 + \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1} \right)$  – проводимость

Каулинга относится к току в направлении  $x$ , когда  $j_y = 0$ .

На экваторе проводимость Каулинга на порядок больше, чем на других широтах. Ток Холла направлен вертикально вниз и поляризует тонкую оболочку проводящего слоя. Поляризация слоя приводит к появлению электрического поля, направленного вверх. Это поле вызывает ток Педерсена, направленный вертикально вверх и компенсирующий ток Холла. Вертикальное электрическое поле, кроме того, создает заметный Холловский ток в сторо-

ну востока, электроны при этом движутся на запад.

Интересно отметить, что и  $S_q$  вариации на магнитном экваторе в равноденствие имеют максимум амплитуды. В равноденственные месяцы ветры атмосферы имеют симметричные компоненты. В остальные месяцы наблюдается сильная асимметрия в распределении ветровой системы и динамосистемы относительно экватора. Проводимость  $\sigma_0$  вдоль геомагнитного поля велика и различие в распределении потенциала  $V_E$  может привести к возникновению электрических токов вдоль силовых линий из одного полушария в другое через экваториальную плоскость.

В работах [3,11] делается попытка построения модели экваториальной электроструи, в качестве основного параметра которой используется электрический потенциал. В отличие от ранее созданных [12], предлагаемая модель является нестационарной. В ней учитывается временная зависимость проводимостей и нейтральных ветров. Существенной особенностью модели является то, что электрическое поле, порождающее струю, зависит от высоты.



где  $H_e = \frac{\cos^3 \varphi}{\sqrt{1 + 3 \sin^2 s}}$ ;  $H_p = \frac{R^3}{\sqrt{1 + 3 \sin^2 \varphi}}$ ;  $H_\lambda = R \cos \varphi$ , коэффициенты

Ламэ для данной системы координат.

Комбинируя (8) – (10), получаем уравнение для скалярного потенциала:

$$\tilde{A}_1 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial R_e^2} + \left[ \frac{\partial \tilde{A}_1}{\partial R_e} + \frac{\partial \tilde{A}_2}{\partial \lambda} \right] \frac{\partial \Phi}{\partial R_e} + \left[ \frac{\partial \tilde{A}_3}{\partial \lambda} - \frac{\partial \tilde{A}_2}{\partial R_e} \right] \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} + \tilde{A}_3 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \lambda^2} - \tilde{F} = 0, \quad (11)$$

где  $\tilde{A}_1 = \frac{\sigma_1 H_p H_\lambda}{H_e}$ ;  $\tilde{A}_2 = \sigma_2 H_p$ ;  $\tilde{A}_3 = \frac{\sigma_1 H_e H_p}{H_\lambda}$ ;

$$\tilde{F} = \frac{\partial}{\partial \lambda} [H_e H_p B(\sigma_2 V_\lambda - \sigma_1 V_e)] + \frac{\partial}{\partial R_e} [H_p H_\lambda B(\sigma_1 V_\lambda + \sigma_2 V_e)];$$

$V_\lambda, V_e$  – компоненты скорости ветра.

Предположим, что силовые линии являются эквипотенциальными, тогда можно освободиться от переменной  $\varphi$ , проинтегрировав уравнение (11) вдоль силовой линии от точки  $S_0$  – соответствующей границе проводящей области, до точки  $S_e$  (рис. 1):

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial R_e^2} \int_{S_0}^{S_e} \tilde{A}_1 dS + \frac{\partial \Phi}{\partial R_e} \int_{S_0}^{S_e} \left( \frac{\partial \tilde{A}_1}{\partial R_e} + \frac{\partial \tilde{A}_2}{\partial \lambda} \right) + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial R_e^2} \int_{S_0}^{S_e} \tilde{A}_3 dS + \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} \int_{S_0}^{S_e} \left( \frac{\partial \tilde{A}_3}{\partial \lambda} - \frac{\partial \tilde{A}_2}{\partial R_e} \right) dS - \int_{S_0}^{S_e} \tilde{F} dS = 0, \quad (12)$$

где

$$dS = H_p dR_p = R_e \sqrt{1 + 3 \sin^2 \varphi} \cos \varphi d\varphi$$

. Важным этапом для решения уравнения (12) является выбор граничных условий.

На границе проводящей области потенциал полагается равным нулю. На верхней границе дело обстоит иначе.

Можно считать, что на больших  $R_e$  потенциал электроструи ведет себя как потенциал точечного источника, т.е.

$$\Phi \sim \frac{const}{R_e}.$$

Такой потенциал удовлетворяет уравнению:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial R_e} + \frac{\Phi}{R_e} = 0, \quad (13)$$

которое и является верхним граничным условием.

Очевидно, что при  $R_e \rightarrow \infty$  это условие принимает еще более простой вид:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial R_e} = 0.$$

Такой выбор верхнего граничного условия заставляет поднимать верхнюю границу достаточно высоко. Поэтому имеет смысл решать уравнение (12) с пе-

ременным шагом по  $R_e$ . В связи с этим, необходимо преобразовать это уравнение,

сделав замену:  $\frac{\partial}{\partial R_e} = \frac{1}{S_1} \frac{\partial}{\partial i}$ ; где

$$S_1 = \frac{\partial R_e}{\partial i} - \text{текущая точка.}$$

$$\text{Соответственно } \frac{\partial^2}{\partial R_e^2} = \frac{1}{S_1^2} \frac{\partial^2}{\partial i^2} - \frac{1}{S_1^3} \frac{\partial S_1}{\partial i} \frac{\partial}{\partial i}.$$

Тогда уравнение (12) примет иной вид:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{S_1^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial i^2} \int_{s_0}^{s_e} \tilde{A}_1 dS + \left[ \frac{1}{S_1} \int_{s_0}^{s_e} \left( \frac{\partial \tilde{A}_1}{\partial R_e} + \frac{\partial \tilde{A}_2}{\partial \lambda} \right) dS - \frac{1}{S_1^3} \frac{\partial S_1}{\partial i} \int_{s_0}^{s_e} \tilde{A}_1 dS \right] \frac{\partial \Phi}{\partial i} + \\ & + \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} \int_{s_0}^{s_e} \left( \frac{\partial \tilde{A}_3}{\partial \lambda} + \frac{\partial \tilde{A}_2}{\partial R_e} \right) dS + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \lambda^2} \int_{s_0}^{s_e} \tilde{A}_3 dS - \int_{s_0}^{s_e} \bar{F} dS = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

Такая замена позволяет решать уравнение (13) с постоянным шагом по  $i$ . Следует отметить, что дифференцирование по  $R_e$  и  $\lambda$  проводилось аналитически.

Таким образом, основным в предлагаемой модели является нахождение потенциала  $\Phi$  из уравнения (13). Зная потенциал, мы можем по формуле (10) найти электрическое поле, а затем по формуле (8) – плотность тока.

Уравнение (14) решалось методом неполной матричной факторизации. Для

этого уравнение заменялось разностной схемой. Метод решения и вопросы, связанные с устойчивостями разностной и итерационной схем, подробно изложены в работе [11]. Еще до получения решения уравнения (14) можно предсказать поведение потенциала  $\Phi$ , исходя из следующих соображений. Поскольку по определению потенциала – это работа по перемещению единичного заряда, то для какого-то заряда, совершающего движение по силовой линии, можно записать:

$$\Phi \sim \int_{s_0}^{s_e} F dS = - \int_0^{x_0} F(x) \sqrt{1 + 3x^2} R_e dx, \quad (15)$$

где  $F(x) = e \{ \bar{E}(x) + [\bar{V}(x) + \bar{B}(x)] \}$  – сила Лоренца,

$$\Phi \sim -R_e J \left( \sqrt{1 - \frac{R_0}{R_e}} \right). \quad (16)$$

Отсюда, с ростом  $R_e$ , потенциал должен возрастать, поскольку интеграл  $J$  при этом изменяется незначительно, а при  $R_e \rightarrow \infty$  стремится к константе.

В соответствии с этим, можно сказать, что решением уравнения (14) должна

быть возрастающая функция. Поэтому в процессе решения задачи встал вопрос об изменении верхнего граничного условия. Его можно вывести следующим образом.

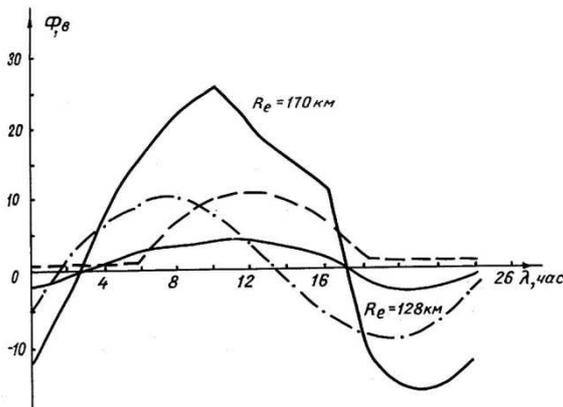
Продифференцируем уравнение (16) по  $R_e$ :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial R_e} \sim -J \left( \sqrt{1 - \frac{R_0}{R_e}} \right) - R_e \frac{\partial J}{\partial R_e}. \quad (17)$$

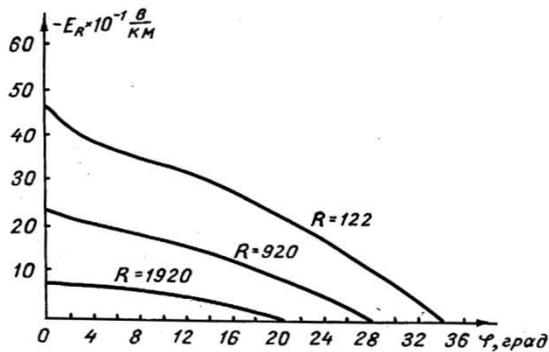
Второе слагаемое в (17) при дифференцировании будет всегда домножаться на

выражение  $\sim 1/R_e^2$ , т.е. при  $R_e \rightarrow \infty$ ,

$R_e \frac{\partial J}{\partial R_e} \rightarrow 0$ . Первое слагаемое, в силу того, что сила Лоренца при  $R_e \rightarrow \infty$  должна стремиться к нулю, также будет стремиться к нулю. Поэтому в качестве верхнего граничного условия можно выбрать следующее:  $\frac{\partial \Phi}{\partial R_e} = 0$ .



**Рис. 2.** Суточный ход потенциала  $\Phi$  для разных  $R_e$ , полученный из нестационарной модели электроструи [11]  
 --- вариации проводимости,  
 - · - изменение восточной компоненты скорости ветра



**Рис. 3.** Широтный профиль E-поля для разных высот

Кроме того, уровень отсчета потенциала, то есть высота, на которой потенциал равен нулю, при расчетах выбирается не на границе проводящей области, а на высоте максимума проводимости, т.е.  $\sim 120$  км. Как и предполагалось, с ростом  $R_e$  потенциал возрастает сначала довольно быстро, а ближе к верхней границе выходит на постоянную [11].

На рис. 2 показано поведение потенциала с течением суток. В результате решения оказалось, что потенциал имеет наибольшее значение в 10 часов местного времени. Второе по величине значение потенциала наблюдается в 20 часов.

Как видно из рис. 3 изменение потенциала с увеличением  $R_e$  становится всё более резким, что связано с зависимостью потенциала от  $R_e$ . Поведение потенциала с течением времени несколько напоминает суточный ход проводимостей (пунктирная линия на рис. 2). Однако, в силу влияния ветров, которое является наибольшим в ночное время, имеются расхождения во временном ходе потенциала и проводимостей.

Прежде чем перейти к исследованию электрического поля, необходимо остановиться на методе его вычисления. Ясно, что взяв какую-то высоту (радиус  $R_1$ ), мы тем самым проходим несколько силовых линий  $R_{eT}$ , а вместе с ними и некоторое число широт  $\varphi_{iT}$ . Фактически для нахождения поля в точке  $R_1$ , нами проектируется на этот уровень разность потенциалов  $\Delta\Phi_T$ . Окончательно электрическое поле считается по формуле:

$$E_{iT} = -\frac{\Delta\Phi_T}{\Delta R_i} = -\frac{\Delta\Phi_T}{\Delta R_{eT} \cos^2 \varphi_{iT}}, \quad (18)$$

где

$$\cos^2 \varphi_{iT} = \frac{R_i}{R_{eT}}, \quad i \leq T \leq i_0. \quad (19)$$

В результате удается получить зависимость поля от широт, которая рассчитывается по формуле (18). Как видно из рис. 3, с увеличением широты поле спадает, причем наиболее резкий спад наблюдается в области от  $0^\circ$  до  $6^\circ$ . Из этого же рисунка видно, что широтная зависимость поля с ростом высоты становится всё более слабой, что говорит о том, что поле с высотой падает, т.е. с ростом высоты влияние электроструи ослабевает. Как показали расчеты, на образование электроструи существенное влияние оказывает конфигурация магнитного поля Земли.

Высотный профиль электрического поля на экваторе изображен на рис. 4, где показана зависимость поля от высоты для разного времени. Такие профили могут быть получены, используя рис. 3. Для этого надо зафиксировать какую-либо широту и просмотреть все значения поля, соответствующие разным высотам.

Из рис. 4 видно, что на малых высотах поле изменяется резко, а затем с ростом высоты его изменение становится довольно слабым. Это можно связать с тем, что на этих высотах существенную роль играют проводимости Педерсена и Холла, а выше их влияние ослабевает. Что касается временного хода электрического поля, то можно сказать, что его изменение находится в противофазе с временным ходом потенциала.

Кроме потенциала и электрического поля в данной модели была рассчитана вы-

сотная составляющая плотности тока электроструи в районе экватора. На рис. 5 приведен высотный профиль плотности тока. На основе полученной зависимости можно сказать, что на формирование электроструи существенное влияние оказывают проводимости. И если своеобразное поведение силовых линий магнитного поля влияет существенным образом на локализацию струи по широте, то проводимости способствуют локализации электроструи в узком высотном интервале. Однако надо сказать, что на широтную локализацию струи проводимости также оказывают влияние, но для учета этого влияния необходимо знать достаточно точно изменение проводимостей с широтой.

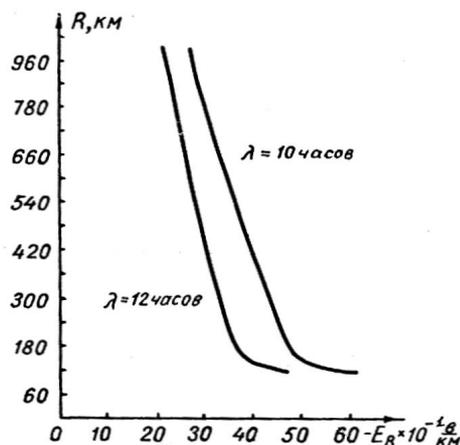


Рис. 4. Высотный профиль электрического поля на экваторе для 10 и 12 часов местного времени

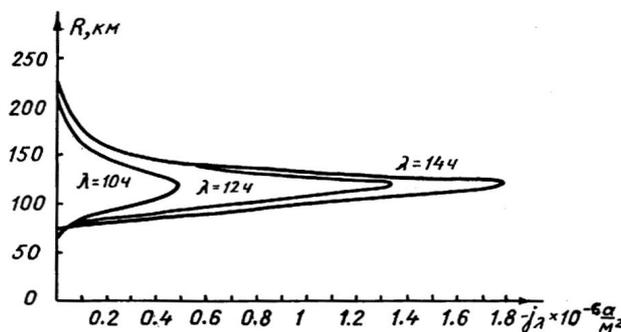


Рис. 5. Вариации восточной компоненты плотности тока электроструи на экваторе с местным временем по результатам модели [11]

В данной модели широтная зависимость проводимостей не учитывалась. Полагалось, что проводимости ведут себя следующим образом:

$$\sigma_1 = \sigma_{10} e^{-\frac{h}{2H_n}}, \quad \sigma_2 = \sigma_{20} e^{-\frac{h}{H_n}}, \quad (20)$$

где  $H_n$  – характерный масштаб изменения проводимостей;

$$H_n = R - R_0;$$

$\sigma_{10}$  и  $\sigma_{20}$  – значения проводимостей, соответствующие их значению на уровне максимума. Временная зависимость проводимостей содержится в коэффициентах  $\sigma_{10}$  и  $\sigma_{20}$ .

На рис. 6 приведена зависимость восточной составляющей плотности тока от местного времени. Сравнение рассчитанных значений плотности тока электроструи с результатами экспериментальных измерений, показало, что чем конкретнее будет модель проводимостей, тем точнее окажутся результаты расчетов.

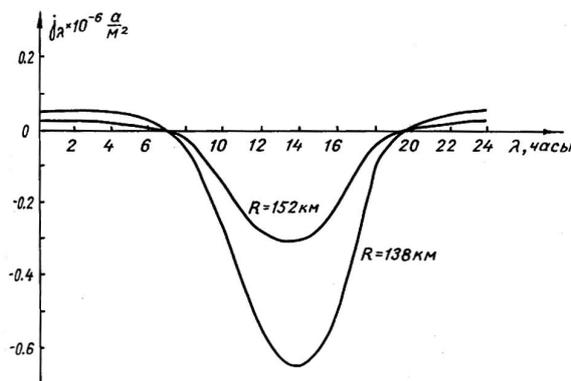


Рис. 6. Суточный ход восточной плотности тока для разных высот [11].

Кроме того, для построения точной модели электроструи необходима более реальная модель нейтральных ветров. В заключение следует сказать, что построенная модель экваториальной электроструи, по крайней мере, качественно описывает поведение данного объекта, и при замечаниях, отмеченных выше, она может дать результаты, находящиеся в хорошем согласии с экспериментальными данными.

Поведение параметров экваториального электроджета влияет на распределение заряженных [3] и незаряженных компонентов в этой области, на температуру и т.д., и подвержено не только широтным и высотным вариациям, но и изменениям, связанным с магнитными возмущениями общего геомагнитного поля Земли [13,14].

Согласно магнитоэкологии, наряду с универсальностью действия геомагнитного поля, являющегося единой пространственно-временной координатой для живых организмов, отмечается многообразие реакций биологических систем на электрические и магнитные поля. Экваториальные

области отличаются особой специфичностью электромагнитной обстановки. Наша модель экваториального электроджета позволяет рассчитать не только электрические, но и магнитные поля на аномальных широтах. Наряду с моделью геомагнитного поля [5÷9] авторов, её можно использовать для моделирования биофизических задач, учитывающих влияние вариаций ГМП на живое.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рубин А.Б. Биофизика: в 2-х т. – Т.2: Биофизика клеточных процессов: Учебник. – 3-е изд. – М.: изд-во МГУ, 2004. – 469 с.
2. Белановский А.С. Основы биофизики в ветеринарии: Учебное пособие. – 3-е изд. исправл. Часть I. – М.: МГАВМиБ им. К.И. Скрябина, 2002. – 136 с.
3. Кутимская М.А. Жизнь с точки зрения биофизики. / Вестник Иркутского регионального отделения РАНВШ. – Иркутск, 2003. – № 2. – С. 122-128.
4. Дубров А.П. Геомагнитное поле и жизнь. – Ленинград: Гидрометеоздат, 1974. – 174 с.

5. Кутимская М.А. Параметры магнитного поля Земли и их влияние на жизнедеятельность человека (синергетический подход) // Интеллект. и материальные ресурсы Сибири: Сб. науч. трудов. – Иркутск: ИГЭА, 2002. – С. 94-99.
6. Кутимская М.А. Параметры магнитного поля Земли и их влияние на жизнедеятельность растений (синергетический подход). // Юбилейный сборник научных трудов: Электрификация и автоматизация АПК в условиях Восточной Сибири. – Иркутск: ИрГСХА, 2001. – С. 65-70.
7. Kutimskaya M.A. The earth's magnetic field and plants vital activity. International Scientific Conference. Agricultural and applied Sciences in the development of farming and forestry: actual problems, practice and exchange of experience. – Irkutsk, June 6-11, 2006. – p. 248 – 253.
8. Kutimskaya M.A., Jozefaciuk G, Wrraszcz E, Buzunova M.U. Effect of magnetic fields and plants vital activity. /Physics in agricultural research. International Scientific Conference. Papers and short communication. – June 12-13, 2008, Lublin, Poland.
9. Кутимская М.А., Волянюк Е.Н., Убрятова Л.В. Параметры магнитного поля Земли и их влияние на жизнедеятельность животных (информационно-синергетический подход) // Материалы региональной НПК «Актуальные проблемы АПК». – Иркутск: ИрГСХА, 2002. – С. 4-5.
10. Кутимская М.А., Фидель Б.В., Сидоров И.М. Экваториальная электроструя и вертикальный дрейф заряженных частиц. – Иркутск, 1978. – 34 с. – Деп. в ВИНТИ № 595.
11. Фидель Б.В., Кутимская М.А., Коен М.А. Модель экваториальной электроструи с учетом временных вариаций. – Иркутск: ИГУ, 1979. – 31 с. – Деп. в ВИНТИ № 1986.
12. Фидель Б.В., Кутимская М.А. Модель экваториальной электроструи. – Иркутск: ИГУ, 1978. – 56 с. – Деп. в ВИНТИ № 594.
13. Акасофу С.И., Чемпен С. Солнечно-земная физика. Пер с англ. – М.: Мир, 1974. – Ч. 1. – 284 с. – 1975. – Ч. 2. – 512 с.
14. Паркинсон У. Введение в геомагнетизм: Пер. с англ. – М.: Мир, 1986. – 528 с.

## MODELLING POSSIBILITIES OF EQUATORIAL ELECTROJET AND ITS CONSEQUENCES

M.A. Kutimskaya, M.U. Buzunova  
*Irkutsk State Academy of Agriculture, Irkutsk, Russia*

The model of equatorial electrojet for the research of variations of parameters of living beings, which inhabit the biosphere in various latitudinal regions, in particular in equatorial ones, has been created. This model is based on numerical solution of differential quadratic equations for potential caused by space charge.

Keywords: bioelectrogenesis, equatorial electrojet, potential, conductivity, magnetic field lines of the Earth.