ПРОБЛЕМЫ МЕЖДУНАРОДНОЙ ИНТЕГРАЦИИ НАЦИОНАЛЬНЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ СТАНДАРТОВ

Физико - математические науки

ПОСТРОЕНИЕ АДДИТИВНЫХ РАЗНОСТНЫХ СХЕМ В *P*−МЕРНОМ ПАРАЛЕЛЛЕПИПЕДЕ

Саиег Т. Х.

Северо-Кавказский государственный технический университет, Ставрополь, Россия

Для параболических уравнений с нелокальным источником в многомерной области $Q_{t_0} = G\times\left(0,t_0\right]$, $G=\left\{x=\left(x_1,x_2,...,x_p\right):0<x_\alpha<l_\alpha,\ \alpha=1,2,...,p\right\}$ рассмотрим задачу

$$\frac{\partial u}{\partial t}=Lu+\int_0^t k(x,t,\tau)u(x,\tau)d\tau+f\left(x,t\right),\ x\in G,\ t\in(0,\ t_0];\qquad(1)$$

$$u\big|_{\Gamma}=0;\qquad(2)$$

$$u(x,O)=u_0(x);\qquad(3)$$

где $Lu=\sum_{\alpha=1}^{p}L_\alpha u$, $L_\alpha u=\dfrac{\partial^2 u}{\partial x_\alpha^2}$; $\alpha = 1, 2, \dots p$.

Γ− граница области *G*.

Заменим многомерное уравнение (1) формально на цепочку одномерных уравнений теплопроводности:

$$P_\alpha\upsilon_{(\alpha)}=0;\ xG;\ t\in\Delta_\alpha;\ \alpha=1,\ 2,\ \dots\ p.\qquad(4)$$

Каждое из уравнений (4) заменим разностной схемой $P_\alpha y_{(\alpha)} = 0$; $\alpha = 1, 2, \dots p$ или

$$\frac{y^{j+\frac{\alpha}{p}}-y^{j+\frac{\alpha-1}{p}}}{\tau}=\Lambda_\alpha y^{j+\frac{\alpha}{p}}+\frac{1}{p}\sum_{j'=0}^{j}k\left(x_i,t_j,t_{j'}\right)y\left(x_i,t_{j'}\right)\tau+\varphi_\alpha^{j+\frac{\alpha}{p}}\qquad(5)$$

Так как система (5) аппроксимирует уравнение $P_\alpha\upsilon_{(\alpha)} = 0$ в обычном смысле, то система (5) является аддитивной схемой.

Технические науки

ОСНОВАНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Вертинская Н. Д.

Иркутский государственный технический университет, Иркутск, Россия

Геометрическое моделирование, являясь одним из направлений математического моде-лирования, все шире используется для решения сложных задач конструирования различных объектов и процессов.

Начертательная геометрия решает прямые и обратные задачи, которые заключаются в следующем: по данной поверхности на носителе (кривой (прямой), поверхности (плоскости)) с помощью аппарата проецирования получить модели; по данной модели и аппарату проецирования сконструировать поверхность. При решении прямой задачи данная поверхность расслаивается в пучке плоскостей с собственной или несобственной осью.

Геометрическое моделирование решая обратную задачу – по данной моделям конструирует поверхности. В этом случае в качестве моделей выступают табличные данные, устанавливающие на осях системы координат определенные соотношения. При этом необходимо, чтобы в одном направлении, например, оси ординат, сохранялось взаимно однозначное соответствие, необходимое требование для конструирования единственной поверхности.

В общем виде задачу геометрического моделирования многофакторных зависимостей представляется в следующем виде: в результате экспериментальных исследований или статистических данных имеем дискретные значения параметров, зависящих от $n-1$ зависимых или независимых друг от друга аргументов (компонентов) $c_1, c_2, \ldots, c_{n-1}$.

Необходимо смоделировать зависимость и получить ее уравнение

$$F(t, c_1, c_2, \ldots, c_{n-1}) = 0. \quad (1)$$

Геометрическая интерпретация поставленной задачи заключается в следующем:

в n - мерном пространстве имеем набор фиксированных точек, на которые необходимо натянуть гиперповерхность и получит ее уравнение. Эта моделируемая гиперповерхность должна пересекать, например, вертикальную ось данной системы координат, в одной точке, для обеспечения однозначного соответствия между значением функции и значениями аргументов $c_1, c_2, \ldots, c_{n-1}$. Поэтому зависимость должна моделировать моноидальную гиперповерхность с вершиной в несобственной точке, например вертикальной оси ot [1].

Моделируемая гиперповерхность несет дискретный каркас одномерных образующих

$$t = f(c_{1i}),$$

где $i=1,2...n-1$ (см. рис. 3), двумерных образующих (2-поверхностей) и другого параметра c_{2j}.

$$t = \varphi(c_{1i}, c_{2j}),$$

где $i=1,2....n-1$; $j=1,2...n-1$, трехмерных образующих (3-поверхностей) параметров c_{1i}, c_{2j}, c_{3k}

$$t = \psi(c_{1i}, c_{2j}, c_{3k}),$$

где $i=1,2...n-1$; $j=1,2...n-1$; $k=1,2....n-1$ и т.д., параметроносители 2–, 3 – поверхностей и т. д.

В литературе рассматриваются случаи конструирования поверхностей в пучке с собственной и несобственной осью, но не рассматривается вопрос моделирования и конструирования поверхностей расслаивающихся в связке плоскостей.

Такой подход позволяет моделировать технологические процессы с реагирующими между собой компонентами, т. к. образованные в результате реакций новые компоненты описываются параметроносителями 2– , 3– и т. д. поверхностей. Трудности заключаются в получении уравнений процессов, где компоненты нереагируют между собой.

В настоящей статье рассматривается вопрос конструирования поверхностей расслаивающихся в связке ортогональных плоскостей, для чего доказана теорема (синтетический способ вывода уравнения поверхности):

Сумма трех уравнений ортогональных сечений, инцидентных точке данной поверхности, дает уравнение этой поверхности.

Для доказательства возьмем, например, уравнение поверхности второго порядка в виде

$$Ax^2+By^2+Cz^2+2Lx+K=0, \quad (2)$$

где плоскости yOz и xOz совпадают с двумя сопряженными диаметральными плоскостями.

Возьмем точку $N(a,b,c) \in (2)$ и через нее проведем связку ортогональных плоскостей

$$A'x+B'x+C'z+D'=0 \quad (3)$$

$$A''x+B''x+C''z+D''=0 \quad (4)$$

$$A'''x+B'''x+C'''z+D'''=0 \quad (5)$$

Известно, что связка плоскостей ортогональна, когда выполняется условие

$$\begin{cases} A'A''+B'B''+C'C''=0 \\ A'A'''+B'B'''+C'C'''=0 \\ A''A'''+B''B'''+C''C'''=0. \end{cases} \quad (6)$$

Поэтому в качестве плоскостей (3), (4) и (5) в нашем случае можно взять плоскости

$$x = a, \quad (7)$$

$$y = b, \quad (8)$$

$$z = c. \quad (9)$$

Сечения связкой плоскостей $N(a,b,c)$ поверхности (2) будут иметь следующий вид

$$Aa^2+By^2+Cz^2+2La+K=0 \quad (10)$$

$$Ax^2+Bb^2+Cz^2+2Lx+K=0 \quad (11)$$

$$Ax^2+By^2+Cc^2+Lx+K=0 \quad (12)$$

Складывая уравнения сечений (10)-(12) поверхности получим выражение

$$2(Ax^2+Bb^2+Cz^2+2Lx+K)+(Ax^2+By^2Cc^2+La+K)=0 \quad (13)$$

в котором вторая скобка равна нулю, так как точка $N(a,b,c)$ принадлежит конструируемой поверхности (2), что и требовалось доказать.

Приведем примеры получения уравнений поверхностей, инцидентных связке плоскостей. Возьмем в трех ортогональных плоскостях связки $N(a,b,c)$ сечения

$$x = a$$

$$y = b$$

$$z = c$$

соответственно уравнения сечений

$$\frac{y^2}{g} - \frac{a^2}{p} = 2z, \qquad (14)$$

$$\frac{b^2}{g} - \frac{x^2}{p} = 2z, \qquad (15)$$

$$\frac{y^2}{g} - \frac{x^2}{p} = 2c. \qquad (16)$$

Складывая их получим уравнение гиперболического параболоида в канонической форме

$$\frac{y^2}{p} - \frac{x^2}{g} = 2z. \qquad (17)$$

Если в связке ортогональных плоскостей с вершиной в точке $N(a,b,c)$ сечения

$$x = a$$
$$y = b$$
$$z = c$$

взять сечения в виде

$$z^4=4p(a^2+y^2), \qquad (18)$$

$$z^4=4p(x^2+b^2), \qquad (19)$$

$$c^4=4p(x^2+y^2), \qquad (20)$$

и, сложив их получим уравнение параболоида вращения четвертого порядка,

$$z^4=4p^2(x^2+y^2), \qquad (21)$$

полученного от вращения параболы

$$z^2=4px \qquad (22)$$

вокруг оси zO.

Диаграмма состояния трехкомпонентной системы изображается некоторой поверхностью в R^3, в уравнении которой три неизвестные служат для задания состава, а четвертая – для задания температуры. На практике принято состав трехкомпонентной системы изображать равносторонним треугольником, который называется концентрационным на его сторонах откладывают значения концентраций солей, температура в этом случае присутствует опосредовано. Точки внутренней области треугольника изображают трехкомпонентную систему с той или иной концентрацией ее компонент, которые не образуют между собой химических соединений, неограниченно взаимно растворимы в жидком состоянии и не способны к полиморфным превращениям. Концентрационный треугольник затрудняет или делает невозможным моделирование состояния n-компонентной системы при $n > 3$.

Рассмотрим некоторые вопросы вывода уравнения поверхности, моделирующей трехкомпонентную систему на конкретных примерах. Для этого в четырехмерном пространстве R^4 задается некоторая декартовая система координат, на одной из которых откладываем значения температур, а на других осях – концентрации C_1, C_2, C_3. В результате в четырехмерном пространстве получается поверхность, моделирующая систему.

Покажем вывод уравнения поверхности ликвидуса расплава трех солей заданного сечения

$$[25\%Li_2SO_4+75\%Cs_2Cl]\longleftrightarrow BaSO_4. \qquad (23)$$

Табл. 1.

Концентрация компоненты C_1	0,00	0,70	2,50	8,20	9,50
Температура плавления $T_{дан}$.,оС	541	538	554	740	780

По табличным данным (см. табл. 1) написать уравнение поверхности ликвидуса, вычислить координаты точки эвтектики $E_{эвт.}(C_{1эвт.}, C_{2эвт.}, C_{3эвт.}, T_{эвт})$.

Для решения поставленной задачи введем обозначения:

C_1 – концентрация компоненты Li_2SO_4, %;

C_2 – концентрация компоненты $CsCl_2$, %;

C_3 – концентрация компоненты $BaSO_4$, %;

T – температура плавления, ^{0}С.

Для вывода уравнения моделируемой поверхности, необходимо пересчитать значения кон-центраций компонент, чтобы они в смеси удовлетворяли требованию $C_1+C_2+C_3 = 100\%$ и результаты пересчитанных табличных данных сведем в табл. 2.

Табл. 2.

Температура (T^0C, $_{дан.}$)	Концентрации компонентов		
	C'_1, %	C'_2, %	C'_3, %
541	0,00	25,00	75,000
538	0,695	24,826	74,479
554	2,439	24,390	73,171
740	7,578,	23,105	69,316
780	8,676	22,831	68,493

Для вывода уравнения моделирующей поверхности получаем уравнения сечений:

$$T=f_1(C_1)=1,21\times10^2+2,48\times10^2C_1-2,07\times1\text{-}C_1^2, \qquad (24)$$

$$T=f_2(C_2)= 1,25\times10^2+1,71\times10^2C_2-6,02\times C^2_2, \qquad (25)$$

$$T=f_3(C_3)=1,26\times10^{-2}+5,71\times10\,C_3-6,69\times10^{-1}C_3^2. \qquad (26)$$

Сложив уравнения (24)-(26) получим уравнение поверхности ликвидуса

$$\begin{cases} T=\Phi(C1,C2,C3,)=6,23\cdot 10+6,29\cdot 10C_1+5,71\cdot 10C_2+1,91\cdot 10C_3-6,9C_1^2-2,01C_2^2-2,23\cdot 10^{-1}C_3^2 \\ C_1+C_2+C_3=1 \end{cases} \quad (27)$$

Значит, точка эвтектики смеси солей вычислим из уравнения (27)

$$E_{\text{эвт.}}\ (0,888;24,778;74,334;537,8).$$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК:

1. Вертинская Н. Д. Многомерное математическое моделирование многофакторных и многопараметрических процессов в многокомпонентных системах / Н. Д. Вертинская. – Иркутск: Изд-во ИрГТУ, 2001. – 289 с.
2. Вертинская Н. Д. Математическое моделирование нереагирующих между собой веществ. Сб. Инженерная механика. Луцк 2008. Вып. 22, ч. 1. С. 51-56.
3. Вертинская Н. Д. Моделирование и конструирование поверхностей, несущих каркасы кривых высших порядков. Сб. Современные проблемы геометрического моделирования. Харьков. 2007. – С. 243 - 249.
4. Вертинская Н. Д. Обоснование метода конструирования поверхностей связкой ортогональных сечений. // Вестник Иркутского регионального отделения Академии наук высшей школы России. № 1 (4). Иркутск. 2004. – С. 115 – 119.

К ВОПРОСУ ФОРМИРОВАНИЯ ЕДИНОГО НАУЧНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОСТРАНСТВА СНГ

Глущенко Л. Ф., Глущенко Н. А., Осипова М. В.

Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого, Великий Новгород, Россия

В настоящее время ни в России, ни в странах СНГ практически нет ни одного высшего учебного заведения, где бы не занимались научными исследованиями, отвечающими современным условиям и экономическим отношениям. Каждый вуз при этом стремится создать собственные научные лаборатории, оснащенные современнейшими техническими средствами, в основном, это сложное и дорогостоящее оборудование, собственные технопарки и технолополисы, которые дали бы им возможность производить готовые образцы разрабатываемой инновационной продукции. Работая над решением этих задач, все они сталкиваются с серьезными трудностями из-за отсутствия соответствующего финансирования.

Вместе с тем в каждом из государств СНГ имеется перечень приоритетных направлений развития науки, технологий, техники, на решение которых выделены средства. Эти направления соответствуют самым новым и жестким требованиям мирового прогресса, а результаты работ должны иметь быстрейшее внедрение в практику. Для достижения этих целей крайне необходимо модернизировать существующие и создать новые, современные структуры, позволяющие соединить научно-производственную цепь в процессе широкого наступления инноваций и высоких технологий.

Такое решение возможно при создании межгосударственных или региональных современных лабораторий, технопарков или центров коллективного доступа, в которых бы концентрировались новейшие технические средства и приборы для ученых региона, которые решают задачи, включенные в перечень приоритетных направлений развития науки, технологий и техники. Это также способствовало бы формированию единого научно-технологического пространства СНГ, что, в свою очередь, создало бы базу для более высоких и скорейших результатов от проведения научно-исследовательских работ и реального вклада в экономику.

Организация таких центров на базе высших учебных заведений обеспечила бы и дополнительное привлечение к научной работе студентов.

ЛАБОРАТОРНЫЙ КОМПЛЕКС ИССЛЕДОВАНИЯ СПОСОБОВ АМПЛИТУДНОГО СКРЕМБЛИРОВАНИЯ

Румянцев К. Е., Евсеев А. С., Котенко С. В., Дорджиев М. А.

Таганрогский технологический институт Южного федерального университета, Таганрог, Россия

Одним из путей решения проблем интеграции образовательных стандартов можно выделить унификацию процесса привития практических навыков и умений. В качестве направления реализации данного пути может выступать формирование единых баз электронных лабораторных комплексов по направлениям подготовки бакалавров и магистров. В качестве элемента базы по направлению «Телекоммуникация» предлагается лабораторный