Известно, что интервал распределения полинома $A^*(z)$, определяется следующим выражением

$$j=[A^*(z)/P_{раб}(z)]=[A+|\Delta\alpha_i(z)B_i(z)|_{Pполн}{}^+/P_{раб}(z)]=[|\Delta\alpha_i(z)B_i(z)|_{Pполн}{}^+/P_{раб}(z)] \quad (6)$$

При этом справедливо, что

$Bi(z)= Pполн(z)mi(z)/pn+1(z)$, а $Pраб(z)= Pполн(z)/ pn+1(z)$.

Тогда, подставив последние выражения в равенство (6), получаем

$$j= [\Delta\alpha_i m_i p_{n+1}(z)/p_i(z)] \bmod p_{n+1}(z).$$

Теорема доказана.

Показжем, что искажение любого остатка выводит исходный полином $A(z)$ из множества разрешенных комбинаций. Пусть задано поле Галуа $GF(2^4)$, в котором определены рабочие основания $p_1(z)=z+1$; $p_2(z)=z^2+z+1$; $p_3(z)=z^4+z^3+z^2+z+1$; $p_4(z)=z^4+z^3+1$ и одно контрольное – $p_5(z)=z^4+z+1$. В этом случае $P_{раб}(z)=z^{11}+z^8+z^7+z^5+z^3+z^2+z+1$, а ортогональные базисы $B_i(z)$ и их веса $m_i(z)$ равны

$B_1(z)= z^{14}+z^{13}+z^{12}+z^{11}+z^{10}+z^9+z^8+z^7+z^6+z^5+z^4+ z^3+z^2+z+1$ $m_1(z)=1$

$B_2(z)= z^{14}+z^{13}+z^{12}+z^{11}+z^{10}+z^9+z^8+z^7+z^6+z^3+z^2+z$ $m_2(z)=z$

$B_3(z)= z^{14}+z^{13}+z^{12}+z^{11}+z^{10}+z^9+z^8+z^7+z^6+z^3+z^2+z$ $m_3(z)=z^3+z$

$B_4(z)= z^{14}+z^{13}+z^{12}+z^{11}+z^{10}+z^9+z^8+z^7+z^6+z^3+z^2+z$ $m_4(z)=z^3$

$B_5(z)= z^{14}+z^{13}+z^{12}+z^{11}+z^{10}+z^9+z^8+z^7+z^6+z^3+z^2+z$ $m_5(z)=z$

Пусть задан полином $A(z)= z^5+z^4+1$, принадлежащий рабочему диапазону. Тогда $A(z)=(1,0, z^3+z^2+z+1,z+1,z^2)$. Согласно (4) имеем

$$j=[1\cdot 1\cdot(z^4+z+1)/(z+1)]mod(z^4+z+1)= 0.$$

Пусть ошибка произошла по первому основанию. Представим искаженный полином $A^*(z)$ в позиционном виде

$$A^*(z)= z^{14}+z^{13}+z^{12}+z^{11}+z^{10}+z^9+z^8+z^7+z^6+z^3+z^2+z.$$

Тогда номер интервала, в который попал $A^*(z)$ равен

$$j=[A^*(z)/P_{раб}(z)]= z^3+z^2+z.$$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Калмыков И.А. Математические модели нейросетевых отказоустойчивых вычислительных средств, функционирующих в полиномиальной системе классов вычетов/ Под ред. Н.И. Червякова. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 276 с.

2. Калмыков И.А., Червяков Н.И., Щелкунова Ю.О., Бережной В.В. Математическая модель нейронных сетей для исследования ортогональных преобразований в расширенных полях Галуа/Нейрокомпьютеры: разработка, применение. №6, 2003. с.61-68.

3. Калмыков И.А., Щелкунова Ю.О., Гахов В.Р., Шилов А.А. Математическая модель коррекции ошибок в полиномиальной системе класса вычетов на основе определения корней интервального полинома/Волновые процессы. №5, т.6, Самара, 2003 – С.30-34.

4. Элементы применения компьютерной математики и нейроинформатики/Н.И. Червяков, И.А. Калмыков И.А., В.А. Галкина, Ю.О. Щелкунова, А.А. Шилов; Под ред. Н.И. Червякова. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 216с.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В СОВРЕМЕННЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЯХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Калмыков И.А., Зиновьев А.В., Тимошенко Л.И., Оленева Д.А.

Ставропольский военный институт связи Ракетных войск г. Ставрополь, Россия

В настоящее время информационные технологии (ИТ) обработки и передачи данных нашли широкое применение во многих областях. Проведенный системный анализ основных проблем существующих при внедрении ИТ систем управления показал, что успешное решение данных проблем возможно лишь на основе комплексного подхода.

Достоинства цифровых методов представления, обработки, передачи и хранения информации, бурное развитие элементной базы – все это способствует тому, что цифровые методы обработки и передачи информации стали основным направлением развития телекоммуникационных систем. Эффективность методов цифровой обработки сигналов (ЦОС), составляющих основу многих ИТ, полностью определяется математической моделью ЦОС.

Существующая в последние годы тенденция в цифровой вычислительной технике к распараллеливанию вычислений связана с непрерывным ростом требований к производительности вычислительных устройств ЦОС.

Однако предъявляемые жесткие временные ограничения и отсутствие высокопроизводительной нейросетевой базы ЦОС является основным сдерживающим фактором широкого внедрения методов цифрового преобразования сигналов в системах передачи речи со сжатием, статистическим уплотнением, пакетной коммутацией, IP-телефонии и других инфотелекоммуникационных системах.

При анализе сигналов и цифровых методах их обработки особое внимание привлекают ортогональные преобразования благодаря простоте вычисления координат разлагаемых функций в пространстве. Такие преобразования определены над полем комплексных чисел,

$$X(k)=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)\cdot W^{kn}; \quad (1)$$

$$x(n)=\frac{1}{N}\cdot\sum_{k=0}^{N-1}X(k)\cdot W^{-kn}, \quad (2)$$

где $W=\exp\left(-j\cdot\frac{2\pi}{N}\right)$ - поворачивающий коэффициент;

$x(n)$- количество отсчетов, $k=0,...,N-1$, $n=0,...,N-1$.

Известно, что реализация прямого и обратного ДПФ предопределяет значительные погрешности при вычислении значений спектральных коэффициентов в поле комплексных чисел. С этой точки зрения наиболее привлекательными являются преобразования, определенные над расширенным полем Галуа $GF(p^v)$. Так как элементы поля представляют собой целочисленные элементы расширенного поля Галуа, то при реализации выражений (1) и (2 будут полностью отсутствовать шумы округления [1-3].

Рассмотрим возможность выполнения обобщенного ДПФ в расширенных полях Галуа с использованием конечных полиномиальных колец, полученных с помощью неприводимых полиномов.

Пусть имеем конечное кольцо полиномов $P(z)$, с коэффициентами в виде элементов поля $GF(p)$, определяющего точность вычисления ортогональных преобразований сигналов. Положим, что данное кольцо разлагается в виде $P(z)=P_1(z)+P_2(z)+...+P_k(z)$, где $P_l(z)$ – локальное кольцо полиномов, образованных неприводимым полиномом $p_l(z)$ над полем $GF(p)$; $l=1, \ldots, k$. Тогда справедлива теорема.

Теорема: Пусть $P(z)$ – конечное кольцо полиномов с коэффициентами поля $GF(p)$ представляет собой прямую сумму локальных колец полиномов

$P(z)=P_1(z)+P_2(z)+\ldots+P_m(z)$. (3)

Тогда в данной системе существует ортогональное преобразование, представляющее собой обобщенное ДПФ, если выполняются следующие условия:

1. $\beta_l(z)$ - первообразный элемент порядка d для локального кольца $P_l(z)$, где $l=1, \ldots, m$.

2. d имеет мультипликативный обратный элемент d^*.

Доказательство: Ортогональное преобразование является обобщенным ДПФ для кольца вычетов $P(z)$ если существуют преобразования вида

$$X_l^k(z)=\sum_{n=0}^{d-1} x_l^n(z)\beta_l^{kn}(z), \quad (4)$$

где $\{X^k_l(z),\ x^n_l(z),\ \beta^{kn}_l(z)\}\in P_l(z),\ l=1,2,\ldots,m;\ k=0,1,\ldots d-1$, над конечным кольцом $P_l(z)$.

Полученная циклическая группа имеет порядок d. Поэтому дискретное преобразование Фурье над $P_l(z)$ можно обобщить над кольцом $P(z)$, если конечное кольцо $P_l(z)$ содержит корень d-ой степени из единицы и d имеет мультипликативный обратный элемент d^*, такой что справедливо

$$d^*d=p^v-1. \quad (5)$$

Доказательство закончено.

Основным преимуществом теоремы является возможность организации ортогональных преобразований сигналов на основе обобщенного ДПФ в расширенных полях Галуа при различных значениях разрядности сетки, задаваемой значением конечного кольца $P(z)$. При этом вычисления организуются параллельно, независимо друг от друга, что значительно повышает быстродействие ЦОС.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Калмыков И.А. Математические модели нейросетевых отказоустойчивых вычислительных средств, функционирующих в полиномиальной системе классов вычетов/ Под ред. Н.И. Червякова. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 276 с

2. Калмыков И.А., Чипига А.Ф. Структура нейронной сети для реализации цифровой обработки сигналов повышенной разрядности/Вестник Ставропольского Государственного Университета,2004, Выпуск №38 с.46-50.

3. Элементы применения компьютерной математики и нейроинформатики/Н.И. Червяков, И.А. Калмыков И.А., В.А. Галкина, Ю.О. Щелкунова, А.А. Шилов; Под ред. Н.И. Червякова. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 216с.

Работа представлена на заочную научную электронную конференцию «Современные проблемы науки и образования» 15-20 ноября 2008г. Поступила в редакцию 13.01.09

СРАВНИТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА ОСНОВНЫХ МЕТОДОВ КОРРЕКЦИИ ОШИБОК МОДУЛЯРНЫМИ КОДАМИ ДЛЯ СОВРЕМЕННЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Калмыков И.А., Резеньков Д.Н., Зиновьев А.В., Хайватов А.Б.

Ставропольский военный институт связи Ракетных войск, г. Ставрополь, Россия

В последние годы цифровая обработка сигналов (ЦОС) начинает занимать доминирующее положение в современных информационных технологиях систем управления. Проведенный анализ работ [1-5] показал, что эффективность ЦОС полностью зависит от объема вычислений, который определяется математической моделью цифровой обработки сигналов. Особое место среди таких моделей занимает полиномиальная система класса вычетов (ПСКВ), с помощью которых возможна организация ортогональных преобразований сигналов в расширенных полях Галуа $GF(p^v)$.

Основным достоинством системы класса вычетов является сравнительная простота выполнения модульных операций (сложения, вычитания, умножения). Формальные правила выполнения таких операций в ПСКВ позволяют существенно повысить скорость вычислительных устройств ЦОС. Кроме того, применение модулярных полиномиальных кодов позволяет повысить надежность функционирования вычислительных устройств, входящих в состав современных систем управления

Проблема обеспечения надежного функционирования сложного вычислительного устройства, в настоящее время приобретает первостепенное значение. Применение избыточного модулярного кодирования является одним из перспективных направлений обеспечения устойчивости к отказам, поскольку позволяют обнаружить и исправить ошибки, вызванные неисправностями оборудования.

Доказанные в работе теоремы [1] служат основой процедур поиска и исправления ошибок на основе проекции модулярного кода. Характерной чертой данного метода контроля является возможность коррекции ошибки даже при минимальном числе избыточных оснований. Так наличие одного контрольного основания, удовлетворяющего условию

$$ord\,p_{k+1}(z) \geq ord\,p_{k+1}(z),$$

позволяет однозначно исправить последствия однократной ошибки по любому основанию ПСКВ.

Однако, как показывают исследования [1-3], реализация данного метода характеризуется значительными схемными затратами, необходимыми для осуществления обратного преобразования из ПСКВ в позиционный код с последующим сравнением с величиной рабочего диапазона. В этом случае схемные затраты составят

$$V_{пр}=\sum_{l=1}^{k+1} V^l_{ПСКВ-ПСС}, \quad (4.85)$$

где $V^l_{ПСКВ-ПСС}$ - схемные затраты, необходимые на реализацию обратного преобразования из модулярного кода в позиционный код в ПСКВ, заданной основаниями $\{p_j(z)\}$, $j\neq l$, $j=1,2,\ldots k+1;\ l=1,2,\ldots k+1$.

Исходя из условия, что техническое выполнение процедур поиска и коррекции ошибок в модулярном коде тесно связано с устойчивостью функционирования СП класса вычетов, очевидно, что устройство определения и локализация ошибки, состоящее из меньшего количества комплектующих элементов, оказывает меньшее воздействие на снижение надежности функционирования СП СПКВ. Данное положение полностью согласуется с экспоненциальной моделью надежности, в которой интенсивность отказов вычислительного устройства пропорционально суммарному числу элементов, из которых оно состоит.

Тогда математическая установка задачи выбора реализации процедуры поиска и коррекции ошибок в модулярном коде имеет вид

$$V_{кор}(U, D, N) \to min$$
$$K^{ош}(U, D, N) \geq K^{ош}_{доп}$$
$$T^{ош}(U, D, N) \leq T_{ПСКВ-ПСС}, \quad (1)$$

где $V_{кор}$ – схемные затраты; U – алгоритм обнаружения и коррекции ошибок в модулярных кодах; D – пространственно-временное распределение алгоритма в