УДК 530.1.076

МИНИМИЗАЦИЯ РАБОТЫ ПОДЪЕМА ТЕЛА В ОДНОРОДНОМ ПОЛЕ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ

Иванов Е.М.

Димитровградский институт технологии, управления и дизайна

Работа подъема тела в однородном поле силы тяжести всегда больше потенциальной энергии $\Pi = mgh$. Для минимизации работы силой тяги, равной $F_T = mg + \Delta F$, необходимо отключать силу тяги на некоторой высоте $h_0 < h$. Дальнейшее движение вверх до высоты h происходит по инерции. Только в случае $\Delta F >> mg$ работа подъема будет стремиться к минимальному значению, равному mgh.

Автором [1] показано, что работа подъема тела массы m в однородном поле силы тяжести на высоту h всегда больше потенциальной энергии $\Pi = mgh$. Нельзя поднять тело массой m силой тяги F_T, равной силе тяжести $P = mg$. В этом случае тело будет находиться в условиях статического равновесия, или в состоянии левитации (квазиневесомости). Любой противоестественный процесс (например, подъем тела вверх) требует затрат энергии больше, чем получаемая энергия (потенциальная), т.е. КПД процесса подъема всегда меньше единицы: $h = \Pi / A_+ < 1$, где A_+ – работа подъема тела. В то же время естественный процесс свободного падения в вакууме соответствует закону сохранения энергии: $\Pi = A_- = K$, где A_- – работа, совершаемая силой тяжести при падении тела, $K = mV^2/2$ – кинетическая энергия тела в момент удара о Землю.

Чтобы поднимать тело вверх, необходимо приложить силу тяги $F_T = F_Л + \Delta F$, где $F_Л = mg$ назовем силой левитации. Тело будет подниматься вверх с ускорением $a = \Delta F / m$. За время t высота подъема будет равна $h = at^2/2 = \Delta F \cdot t^2 / 2m$. Работу, совершаемую силами F_T и P, будем определять в соответствии с методами, рассмотренными в работах [2,3,4], с использованием импульсов сил $I = \int F(t)dt$. Если сила постоянна, то импульс $I = Ft$. Работа (производство энергии) может быть вычислена через импульс силы: $A = I^2/2m$. Тогда для нашего случая будем иметь

$$A = \frac{(F_T - P)^2 t^2}{2m} = \frac{F_T^2 t^2}{2m} - \frac{F_T P t^2}{m} + \frac{P^2 t^2}{2m} \qquad (1)$$

Из выражения (1) выделим положительную работу A_Σ, совершаемую силой тяги $F_T = F_Л + \Delta F$ и отрицательную работу A_-, совершаемую силой тяжести $P = mg$:

$$A_\Sigma = \frac{mg^2 t^2}{2} + g\Delta F t^2 + \frac{\Delta F t^2}{2m} = \frac{(mgh)^2}{\Delta F \cdot h} + 2mgh + \Delta F h \qquad (2)$$

$$A_- = -\frac{mg^2 t^2}{2} - g\Delta F t^2 = -\frac{(mgh)^2}{\Delta F \cdot h} - 2mgh \qquad (3)$$

Выражение (2) имеет минимум, равный $A_{\min} = 4mgh$ при $\Delta F \cdot h = mgh$. На графике (рис. 1) показана зависимость работы A_{Σ}, совершаемой силой тяги F_T, выраженной в долях потенциальной энергии $\Pi = mgh$, от величины соотношения $\Delta F / mg$. Сумма выражений (2) и (3) дает величину кинетической энергии, приобретенной телом на высоте h: $K = \Delta F \cdot h = mV^2/2$. Чтобы остановить тело на высоте h, необходимо затратить работу торможения, равную этой кинетической энергии. Можно минимизировать работу подъема, создав на некоторой высоте $h_0 < h$ (рис. 2) скорость V_0, обеспечивающей подъем тела по инерции до высоты h при снятии на высоте h_0 силы тяги $F_T = F_Л + \Delta F$. Тогда затраты работы сил подъема A_{Σ} будут происходить только при движении до высоты h_0. Графически задача представлена на рис. 2. На высоте h_0 тело приобретает скорость V_0, затем силу тяги F_T отключают и остаток пути $h_1 = h - h_0$ тело пролетает по инерции, обладая запасом кинетической энергии $mV_0^2/2 = mgh_1$, откуда $h_1 = V_0^2/2g$. Скорость V_0 определяется из соотношений:

$V_0 = \Delta F \cdot t_0 / m$

и $V_0^2 = 2ah_0 = 2\Delta F h_0 / m$. Тогда выражение $h_1 = h - h_0$ можно представить в виде:

$$\frac{V_0^2}{2g} = h - \frac{mV_0^2}{2\Delta F} \qquad \text{или} \qquad V_0^2 = \frac{2gh}{1 + mg/\Delta F} \tag{4}$$

зависимость безразмерного комплекса V_0^2/gh от соотношения $\Delta F / mg$ представлена на графике (рис. 3) и в таблице 1.

Таблица 1

$\Delta F / mg$	0,2	0,5	1	2	3	4	5	9	99
h_0 / h	0,833	0,666	0,5	0,333	0,25	0,2	0,166	0,1	0,01
V_0^2 / gh	0,333	0,666	1	1,333	1,5	1,6	1,666	1,8	1,98
A_0 / mgh	6	3	2	1,5	1,333	1,25	1,2	1,111	1,01

В пределе при $\Delta F >> mg$ комплекс V_0^2/gh стремится к 2. Из равенства $V_0^2 = 2\Delta F h_0 / m = 2gh/(1 + mg/\Delta F)$ определяется соотношение

$$\frac{h_0}{h} = \frac{1}{1 + \Delta F / mg} \tag{5}$$

графическое представление которого показано на рис. 4.

Работа A_0, совершенная силой тяги F_T для подъема на высоту h_0, будет определяться выражением

$$A_0 = \frac{(mgh_0)^2}{\Delta F h_0} + 2mgh_0 + \Delta F h_0 \qquad (6)$$

Зависимость безразмерного комплекса A_0 / mgh от параметра $\Delta F / mg$ представлена на графике (рис. 5).

Из анализа соотношений (5) и (6) и графиков на рис. 4 и рис. 5 следует, что при $\Delta F >> mg$ величина высоты h_0, на которой необходимо прикладывать силу тяги F_T, асимптотически стремится к нулю, а работа, совершаемая силой тяги F_T, на участке от $X = 0$ до $X = h_0$, $A_0 \to mgh$, т.е. только в этом предельном случае ($\Delta F \to \infty$) работа, затрачиваемая на подъем на высоту h, стремится к минимальному значению, равному потенциальной энергии $\Pi = mgh$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. Иванов Е.М. Работа и энергия в классической механике и первый закон термодинамики. ДИТУД-УлГТУ, Димитровград, 2005.
2. Иванов Е.М. Работа в классической механике. // Современные наукоемкие технологии, №5, стр.12, 2005.
3. Иванов Е.М. Работа при движении тел с трением. // Фундаментальные исследования, №6, стр.10, 2005.
4. Иванов Е.М. Определение работы и работа силы трения. // Успехи современного естествознания, №8, стр.10, 2005.

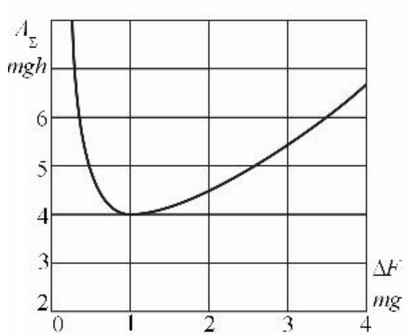

Рисунок 1

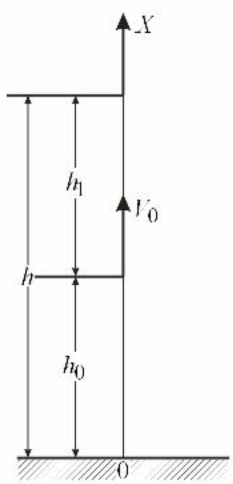

Рисунок 2

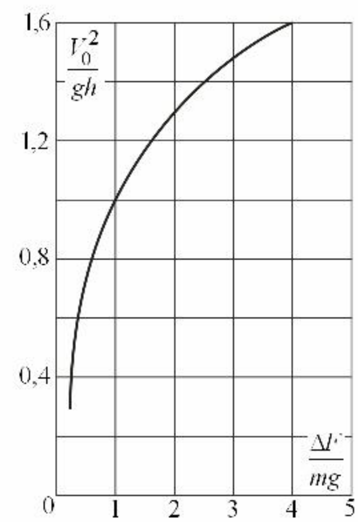

Рисунок 3

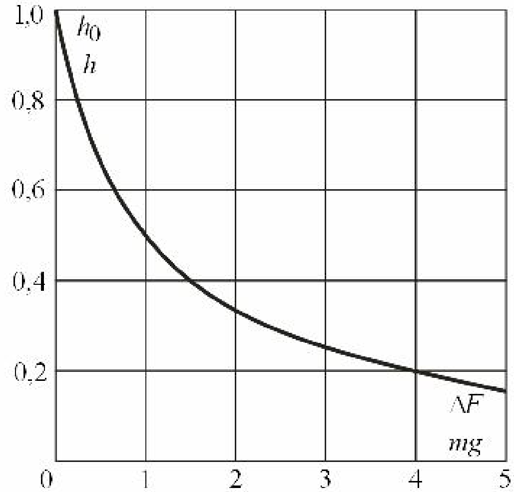

Рисунок 4

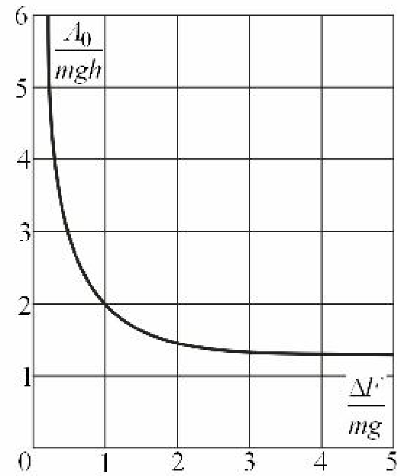

Рисунок 5

Minimization of work of rise of a body
In a homogeneous field of a gravity

Ivanov E.M.
Dimitrovgrad institute of technology, management and design

Work of rise of a body in a homogeneous field of a gravity always more than potential energy $\Pi = mgh$. For minimization of work by force of the draft equal $F_T = mg + \Delta F$, it is necessary to disconnect force of draft at some height $h_0 < h$. The further movement upwards up to height h occurs on inertia. Only in a case $\Delta F >> mg$ work of rise will aspire to the minimal value equal mgh.