

летворяют минимуму квадратичной погрешности аппроксимации. При этом метод аппроксимации предусматривает разбиение ВКФ на две ветви относительно своего максимума и решение задачи для каждой ветви в отдельности. Спектральная плотность мощности определяется через параметры аппроксимирующего выражения.

Решение задачи аппроксимации спектральной плотности мощности также производится с использованием ортогональных функций Дирихле, Лагерра, Лежандра, параметры которых удовлетворяют минимуму квадратичной погрешности аппроксимации. При этом метод аппроксимации предусматривает решение задачи для вещественной и мнимой частей в отдельности. ВКФ определяется через параметры аппроксимирующих выражений.

Таким образом, с помощью описанной методики можно выявить доминирующую гармонику, и на ее основе построить обоснованный график производственного процесса с ритмом, оптимально настроенным на запросы рынка.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИНТЕРПОЛЯЦИОННОГО ПОЛИНОМА СТИРЛИНГА ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПРИ ОПИСАНИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА ТКАЧЕСТВА

Назарова М.В., Березняк М.Г.

*Камышинский технологический институт (филиал),
Волгоградского государственного
технического университета,
Камышин*

Научно-технический прогресс представляет собой совершенствование всех аспектов производства на основе новейших достижений науки и техники, заключающихся в механизации и автоматизации производства, применении передовой технологии и новых форм организации труда, использовании автоматических и автоматизированных систем управления технологическими процессами на базе широкого применения вычислительной техники.

В последнее время научный и практический интерес представляют вопросы прогнозирования процессов ткацкого производства. С этой целью применяют различные методы, позволяющие доводить решение сложных научных и инженерных задач, выдвигаемых практикой, до логического конца, то есть до математической модели, графика, диаграммы и т. д. Особое место среди методов математического моделирования занимают методы приближения функций. Эти методы в связи с большим объемом вычислений не нашли широкого применения. В их основе лежит замена одной функции $f(x)$, зачастую представленной в виде таблицы экспериментальных значений, другой функцией $g(x)$, вычисляемые значения которой и принимают за приближенные значения функции f .

Применение методов приближения функций позволяет решить следующие возникающие при исследовании технологических процессов проблемы:

1. Функция f задана таблицей своих значений, а вычисления производятся в точках x , не совпадающих с табличными.

2. Непосредственное вычисление значения $y = f(x)$ связано с проведением сложных расчетов и приводит к значительным затратам машинного времени, которые могут оказаться неприемлемыми, если функция f вычисляется многократно.

3. При заданном значении x значение $f(x)$ может быть найдено из эксперимента. Такой способ в большинстве случаев нельзя использовать, так как найденные значения функции отличаются от истинных значений, поскольку заведомо содержат ошибки эксперимента.

Таким образом, применение методов приближения функций оправдано лишь тогда, когда значения $g(x)$ вычисляются быстро и надежно, а погрешность приближения достаточно мала. С помощью методов приближения функций можно получить математическую модель исследуемого процесса и таким образом прогнозировать протекание технологического процесса на различном ткацком оборудовании.

Анализ работ, посвященных математическому моделированию процесса ткачества, показал, что метод приближения функций с помощью полинома Стирлинга ранее не использовался в виду сложности его применения из-за необходимости проведения громоздких вычислений. В настоящее время, в связи с быстрым развитием программного обеспечения, появилась возможность использовать интерполяционный полином Стирлинга для математического описания технологического процесса ткачества.

Сущность использования интерполяционного полинома Стирлинга для получения математической модели технологического процесса заключается в следующем.

1. На технологическом оборудовании, установленном в ткацком производстве или в лабораторных условиях, с помощью контрольно-измерительных приборов получают диаграмму или осциллограмму натяжения нитей. На диаграмме или осциллограмме выделяют участок, после которого характер изменения натяжения нитей повторяется.

2. Для получения дискретной информации об исследуемом процессе разбивают диаграмму или осциллограмму натяжения нитей с выбранным постоянным шагом h изменения аргумента.

3. Определяют по экспериментальной диаграмме или осциллограмме натяжения нитей значения аргумента и функции в соответствии с выбранным постоянным шагом.

4. Для практического применения полинома Стирлинга вводят новую безразмерную величину по формуле:

$$U = \frac{x - a}{h},$$

где a – значение аргумента, занимающее центральное положение в таблице экспериментальных данных.

5. Составляют таблицу разностей для определения коэффициентов полинома Стирлинга.

6. Подставляют значения найденных коэффициентов в полином Стирлинга и получают математическую модель.

В данной работе эффективность полученной математической модели оценивалась путем нахождения относительной средней квадратической ошибки d по формуле:

$$d = \frac{\sum_{i=1}^N d_i}{N} \cdot 100\%,$$

где d_i - относительная величина квадратической ошибки для каждого значения аргумента x_i , %;

N - количество экспериментальных значений натяжения основных нитей.

$$d_i = \frac{\Delta_i}{y_{Ti}} \cdot 100\%,$$

где Δ_i - абсолютная средняя квадратическая ошибка для каждого значения аргумента x_i ;

$$\Delta_i = \sqrt{\sum_{i=0}^N (y_{\varepsilon i} - y_{Ti})^2},$$

где $y_{\varepsilon i}$ - экспериментальные значения натяжения основных нитей, сН

y_{Ti} - теоретические значения натяжения основных нитей, вычисленные по математической модели, сН

Алгоритм оценки эффективности полученной математической модели с помощью полинома Стирлинга сводится к определению относительной средней квадратической ошибки для всех значений аргумента.

Для наглядного представления оценки эффективности полученной математической модели следует совместить экспериментальную и теоретическую кривую натяжения нитей.

Если относительная средняя квадратическая ошибка для всех значений аргумента значительна, то с целью получения более адекватной модели необхо-

димо выбрать следующий шаг интерполяции и произвести расчет в соответствии с разработанным алгоритмом использования интерполяционного полинома Стирлинга для математического описания технологического процесса ткачества.

Использование данного алгоритма позволяет значительно сократить время, затрачиваемое исследователем на проведение многочисленных трудоемких вычислений при анализе натяжения в ткачестве.

Реализация процесса математического моделирования технологического процесса ткачества с помощью вышеуказанного метода приближения функций осуществлялась в среде программирования: Mathcad и Excel.

В ткачестве одним из важнейших параметров, определяющих протекание технологического процесса и качество ткани, является натяжение нитей основы на ткацком станке.

На базе лаборатории ткачества кафедры «Технология текстильного производства» Камышинского технологического института (филиал Волгоградского государственного технического университета) исследовалось влияние заправочных параметров ткацкого станка СТБ-2-216 на физико-механические свойства ткани бязь.

На ткацком станке в зоне «скало-ламельный прибор» был установлен тестер натяжения экспресс-диагностической установки фирмы «Метротекс», позволяющей измерять натяжение нитей при заданных технологических параметрах, а также получать диаграмму натяжения нитей.

Полученная экспериментальная диаграмма натяжения нитей исследовалась в соответствии с вышеописанным алгоритмом использования интерполяционного полинома Стирлинга для математического описания технологического процесса ткачества. Расчет производился по вышеуказанному алгоритму с шагом интерполяции $h=5, 10, 15, 20, 30, 40, 60, 80, 120$ град. Полученные математические модели имели следующую величину относительной средней квадратической ошибки, представленной в таблице 1.

Таблица 1. Показатели относительной средней квадратической ошибки в зависимости от шага интерполяции

Шаг интерполяции	Величина относительной средней квадратической ошибки на интервале (0; 360 град.), %	Величина относительной средней квадратической ошибки на интервале (80; 280 град.), %
5	84,25	72,80
10	76,22	58,93
15	95,08	91,49
20	112,88	120,53
30	29,96	2,94
40	19,97	2,76
60	3,77	3,28
80	10,24	5,70
120	96,82	15,23

Таким образом, было установлено:

- при использовании полинома Стирлинга для исследования натяжения нитей основы на ткацком станке СТБ-2-216 целесообразно использовать шаг интерполяции $h=40$ град.

- применение интерполяционного полинома Стирлинга дает особую точность для точек, близких к середине интервала.

Выводы:

1. Проведен анализ работ, посвященных математическому моделированию технологического процесса ткачества.

2. Проанализированы методы получения математической модели для приближенного описания технологических процессов ткацкого производства.

3. На основе экспериментальных данных с использованием интерполяционного полинома Стирлинга получены математические модели натяжения нитей основы при исследовании технологического процесса ткачества.

4. Предложена методика оценки эффективности полученных математических моделей путем определения относительной средней квадратической ошибки.

5. Разработан автоматизированный алгоритм по использованию метода приближения функций с применением интерполяционного полинома Стирлинга для прогнозирования изменения натяжения на ткацком станке.

6. Разработаны рекомендации по использованию полинома Стирлинга при анализе натяжения в технологическом процессе ткачества.

РАЗРАБОТКА АВТОМАТИЗИРОВАННОГО МЕТОДА ПРИБЛИЖЕНИЯ ФУНКЦИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПОЛИНОМА ЛАГРАНЖА ДЛЯ ОПИСАНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА ТКАЧЕСТВА

Назарова М.В., Березняк М.Г.

*Камышинский технологический институт (филиал),
Волгоградского государственного
технического университета,
Камышин*

Технологический процесс ткачества относится к категории сложных процессов. Он характеризуется большим числом взаимосвязанных факторов, наличием существенных неконтролируемых возмущений и ошибок измерения отдельных факторов и случайным изменением во времени характеристик. Поэтому важным является установление математической модели или соотношения между входными параметрами и выходными.

Знание математической модели процесса позволяет прогнозировать условия изготовления, строение и свойства ткани, оценить степень влияния входных факторов.

Анализ литературы позволил установить, что для математического описания технологического процесса ткачества ранее использовались экспериментальные методы, заключающиеся в обработке экспериментальных данных, полученных в результате реали-

зации математико-статистических методов планирования эксперимента.

Кроме этих методов существуют также методы приближения функций, которые не нашли широкого применения, поскольку требуют проведения значительного количества вычислений, то есть являются очень трудоемкими.

В настоящее время появилась современная вычислительная техника, позволяющая автоматизировать весь процесс исследования какого-либо процесса при наличии всех необходимых для этого средств исследования. Поэтому стало возможным использование методов приближения функций для математического описания технологических процессов.

Сущность методов приближения функций заключается в замене одной функции, которая чаще всего известна лишь эмпирически, другой функцией более простого вида. С этой целью можно применять различные интерполяционные полиномы, в частности, полином Лагранжа.

Для использования этого полинома при исследовании технологического процесса ткачества был составлен автоматизированный алгоритм, в соответствии с которым необходимо:

- 1) На технологическом оборудовании, установленном в ткацком производстве или в лабораторных условиях, с помощью контрольно-измерительных приборов получить диаграмму или осциллограмму натяжения нитей. На диаграмме или осциллограмме выделить участок, после которого цикл натяжения нитей повторяется.

- 2) Для получения дискретной информации об исследуемом процессе разбить диаграмму или осциллограмму натяжения нитей с выбранным постоянным шагом h изменения аргумента.

- 3) На основе экспериментальных данных натяжения произвести вычисления коэффициентов полинома.

- 4) Подставить коэффициенты в полином Лагранжа, общий вид которого:

$$P(x) = B_0 + B_1(x - x_0) + B_2(x - x_0)(x - x_1) + \dots + B_n(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{n-1})$$

Для получения диаграммы натяжения нитей основы в лаборатории ткачества кафедры «Технология текстильного производства» Камышинского технологического института (филиал Волгоградского государственного технического университета) был проведен эксперимент на ткацком станке СТБ-2-216.

Полученная в результате эксперимента диаграмма обрабатывалась в соответствии с вышеуказанным алгоритмом. В среде программирования Mathcad было получено несколько математических моделей с различным шагом интерполяции. Оценка эффективности полученных математических моделей производилась в табличном процессоре Excel путем расчета относительной средней квадратической ошибки для всех значений аргумента x_i по формуле

$$d = \frac{\sum_{i=1}^N d_i}{N} \cdot 100\% ,$$

где d_i - относительная величина квадратической ошибки для каждого значения аргумента x_i , %;