УДК 530.1.076

КАК ВЫЧИСЛИТЬ РАБОТУ

Иванов Е.М.
Димитровградский институт технологии, управления и дизайна, Димитровград

Работа – это производство энергии импульсом силы $I = \int_0^t F dt$. для всех случаев поступательного движения тела массы m работа вычисляется по формуле $A = I^2 / 2m$, в том числе и для равномерного движения с трением и для неподвижного тела.

На вопрос «Что такое работа?» большинство школьников и студентов ответят: «Это произведение силы на путь и на косинус угла между ними». Все курсы физики ставят школьников и студентов перед фактом, что работа вычисляется по формуле:

$$dA = FdS \cos a \quad \text{или} \quad A = FS \cos a \qquad (1)$$

Это преподносится как **аксиома** и делается два неоспоримых вывода: 1) если путь $S = 0$, то сила никакой работы не совершает; 2) если сила и перемещение перпендикулярны друг другу, то работа силы равна нулю ($\cos 90^o = 0$).

В самом раннем советском курсе физики О.Д.Хвольсона [1] последовательность изложения материала была такова: сила F – импульс силы $I = F \cdot t$ – количество движения (импульс тела) $P = mV$ – живая сила (кинетическая энергия) $K = mV^2 / 2$ – работа A.

В современных курсах физики об импульсе силы упоминается мало. Упор делается на импульс тела, приводится формула для работы (1), а затем вводится понятие кинетической энергии. Вот как это делается, например, в курсе физики [2]. Записывается II закон Ньютона для случая разгона неподвижного свободного тела горизонтальной силой

$$Fdt = mdV \qquad (2)$$

Умножают правую часть на V, а левую на $V = dx / dt$:

$$Fdx = d\left(\frac{mV^2}{2}\right) \text{ и } \int_0^S Fdx = \int_0^{V_0} d\left(\frac{mV^2}{2}\right) \qquad (3)$$

После интегрирования получаем:

$$F \cdot S = \frac{mV_0^2}{2} \text{ или } A = K \qquad (4)$$

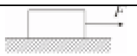
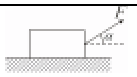
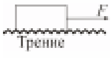
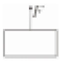
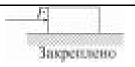
Если сила F направлена под углом a к горизонту, то в движении участвует только горизонтальная составляющая силы, т.е. $F \cos a$. Отметим, что КПД процесса разгона $h = 1$. Смысл формулы (4) таков: сила F, перемещая тело массы m на расстояние S, совершает работу A, результатом которой является изменение кинетической энергии K. Аналогично вычисляется и изменение потенциальной энергии

$$\Delta П = П_1 - П_2 = -\int_{X_1}^{X_2} Fdx \qquad (5)$$

Совпадение выражений (3)-(5) приводит к закону сохранения и превращения механической энергии, понятию консервативных сил и потенциальных полей. Приведем более простой вывод формулы (4). Записываем II закон Ньютона: $F = ma$ и умножаем обе части уравнения на S: $FS = maS$. Поскольку $V^2 = 2aS$, то получим $FS = mV^2 / 2$ или $A = K$. Для работы, совершаемой силой трения, предлагается такая же формула $A_{TP} = F_{TP} S = mmgS$. При движении с трением горизонтальную силу F представляем в виде суммы $F = F_a + F_{TP}$, где сила F_a вызывает ускоренное движение тела в соответствии со II законом Ньютона.

Рассмотрим несколько случаев движения тела массы $m = 10$ кг при действии на нее силы $F = 100$ Н в течение времени $t = 10$ с. Если есть трение, то коэффициент трения скольжения $m = 0{,}2$, угол $a = 30^o$. Во всех случаях $g = 10$ м/с (за исключением случая подъема тела вверх, где $g = 9{,}8$ м/с).

Таблица 1. Расчеты

Схема движения	F_a, Н	a, $\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$	S, м	F_{TP}, Н	A_a, кДж	A_{TP}, кДж	A_Σ, кДж	Потеря энергии $A_\Sigma - A_a$, кДж
1. 	100	10	500	-	50	-	$A_0 = 50$	0
2. 	86,6	8,66	433	-	37,5	-	37,5	-12,5
3. 	80	8	400	20	32	8	40	-10
4. 	76,6	7,66	383	10	29,34	3,83	33,17	-16,83
5. 	$F - mg =$ =2 Н	0,2	$h = 10$	-	0,02	$mgh =$ =0,98	1	-49
6. 	-	-	-	∞	-	-	0	-50

Из этой таблицы следует, что один и тот же импульс силы $I = Ft = 1000$ Н·с, воздействуя на одно и то же тело массой m =10 кг, производит разное количество работы: от 0 до 50 кДж. Куда же девается энергия, приведенная в последнем столбце таблицы? Разумно ожидать, что один и тот же импульс силы, воздействуя на одно и то же тело, воспроизведет одно и то же количество энергии (работы). Для чего же тогда существуют так называемые законы сохранения? Следует пересмотреть правомерность формулы (1), для чего проинтегрируем уравнение (2). Для случая постоянной силы:

$$Ft = mV_0 \text{ или } I = P \qquad (6)$$

Т.е. свободное тело под действием импульса силы I приобретает численно равное ему количество движения (импульс тела) P. Возводя в квадрат равенство (6) и разделив его на $2m$, получим:

$$\frac{(Ft)^2}{2m} = \frac{mV_0^2}{2} \text{ или } A = \frac{(Ft)^2}{2m} = \frac{I^2}{2m} \qquad (7)$$

Т.е. получили другое выражение для работы, связанное с импульсом силы и массой тела и никак не связанное с путем, проходимым телом. Отметим, что правые части уравнения (2) и (7) могут быть равны нулю, если под действием импульса силы тело не изменяет свою скорость (движется равномерно при наличии трения) или остается неподвижным ($S = 0$). Таким образом формула (8) более универсальна, чем (1). Формула (1) является частным случаем (7): т.к. при движении из состояния покоя $S = at^2/2$, ускорение $a = F/m$, то $S = Ft^2/2m$ и формула (7) преобразуется к стандартной форме: $A = F \cdot Ft^2/2m = FS$. На основе формулы (7) можно дать другое определение работы: работа – это производство энергии импульсом силы.

Для вычисления отдельных видов работ необходимо составить баланс импульсов сил. В общем случае энергия, подводимая к телу в виде импульса силы $A = (Ft)^2/2m$ идет на создание кинетической энергии $(F_a t)^2/2m = mV^2/2 = K$ и на совершение работ трения A_{TP}, деформации $A_Д$ и левитации $A_Л$. Работа левитации $A_Л = (F_Л t)^2/2m$ совершается силой, направленной вертикально вверх. Если $F_Л = mg$, то тело будет находиться в квазиневесомом состоянии (состоянии левитации). Для схем движения 2 и 4 (табл.1) $F_Л = F\sin a$. Говорят, что если неподвижный человек держит груз, то он не совершает работы, т.к. путь $S = 0$. А если человек несет груз, то работу тоже не совершает, т.к. сила тяжести груза перпендикулярна пути ($\cos 90^o = 0$). На самом же деле в обоих случаях совершается работа левитации.

Если на тело действует горизонтальная сила F, то баланс импульсов сил можно записать в следующем виде:

$$Ft = mV + F_{TP}t + F_Д t \qquad (8)$$

Здесь учтено, что $F_a t = mV$. Возводя в квадрат обе части равенства и разделив все на $2m$, получим баланс энергий (работ):

$$A_\Sigma = \frac{(Ft)^2}{2m} = K + 2F_{TP}S + \frac{(F_{TP}t)^2}{2m} + + 2F_Д S + \frac{(F_Д t)^2}{2m} + \frac{F_{TP}F_Д t^2}{m} \qquad (9)$$

Если деформация отсутствует, то

$$A_\Sigma = \frac{(Ft)^2}{2m} = K + 2F_{TP}S + \frac{(F_{TP}t)^2}{2m} = = \frac{(F_a t)^2}{2m} + \frac{F_a F_{TP} t^2}{m} + \frac{(F_{TP}t)^2}{2m} \quad (10)$$

Расчет по (10) схемы 3 дает работу $A_\Sigma = 32 + 16 + 2 = 50$ кДж. Если трение отсутствует, то

$$A_\Sigma = \frac{(Ft)^2}{2m} = K + 2F_Д S + \frac{(F_Д t)^2}{2m} = = \frac{(F_a t)^2}{2m} + \frac{F_a F_Д t^2}{m} + \frac{(F_Д t)^2}{2m} \quad (11)$$

Уравнение (9) сильно отличается от выражения (4), которое дает КПД $h = 1$, что физически нереально. Любое тело при попытке привести его в движение упруго деформируется. Если при действии импульса силы тело остается неподвижным (K и S равны нулю), то

$$A_\Sigma = \frac{(Ft)^2}{2m} = \frac{(F_Д t)^2}{2m} = \frac{I^2}{2m} \quad (12)$$

Этот случай соответствует схеме 6. Если тело испытывает упругую деформацию, то возникают упругие колебания, которые вследствие дисперсии и внутреннего трения затухают, переходя во внутреннюю энергию (тело нагревается). Если импульс силы очень велик, то он вызовет пластическую деформацию. Этот случай эквивалентен абсолютно неупругому удару, когда тело небольшой массы, обладая импульсом $I = m_1 V_1$, налетает на массивное неподвижное тело $m_2 >> m_1$. Почти вся кинетическая энергия переходит во внутреннюю энергию [2]:

$$\Delta K = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \cdot \frac{m_1 V_1^2}{2} \cong \frac{I^2}{2m_1}$$

Для схемы 4 баланс импульсов сил: $F^2 t^2 = F_Л^2 t^2 + (F_a + F_{TP})^2 t^2$, где $F_Л = F \sin a$, $F_{TP} = m(mg - F_Л)$, а баланс энергий (работ):

$$A_\Sigma = \frac{(Ft)^2}{2m} = \frac{(F_Л t)^2}{2m} + \frac{(F_a t)^2}{2m} + + \frac{F_a F_{TP} t^2}{m} + \frac{(F_{TP} t)^2}{2m} \quad (13)$$

Подставляя числовые значения, получим:

$A_\Sigma = 12{,}5 + 29{,}34 + 7{,}66 + 0{,}5 = 50$ кДж.

Для схемы 5 баланс импульсов сил: $Ft = (F_a + F_Л)t$, где $F_Л = mg$. Возведя его в квадрат и разделив на $2m$, получим баланс энергий (работ):

$$A_\Sigma = \frac{(Ft)^2}{2m} = \frac{(F_a t)^2}{2m} + \frac{F_a F_Л t^2}{m} + \frac{(F_Л t)^2}{2m} \quad (14)$$

Подставляя числовые значения, получим:

$$A_\Sigma = 0{,}02 + 1{,}96 + 48{,}02 = 50 .$$

Из проведенного анализа можно сделать следующие выводы. Работа – это производство энергии импульсом силы $I = \int F dt$. Один и тот же импульс силы I, воздействуя на одно и то же тело массы m, совершит всегда одну и ту же работу $A_\Sigma = \frac{I^2}{2m}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хвольсон О.Д. Курс физики. – Берлин: госуд. изд-во. - 1923. - Том 1.
2. Матвеев А.Н. Механика и теория относительности. - М.: Высш. шк., 1986.

HOW TO CALCULATE WORK

Ivanov E.M.
Dimitrovgrad Institute of technology, management and design, Dimitrovgrad

The work is doing energy by an impulse of the power $I = \int_0^t F dt$. For all cases of translational movement of the body (mass “m”) the work expresses by a formula $A = I^2 / 2m$, it’s is right for he case of moving with friction and the immovable body.