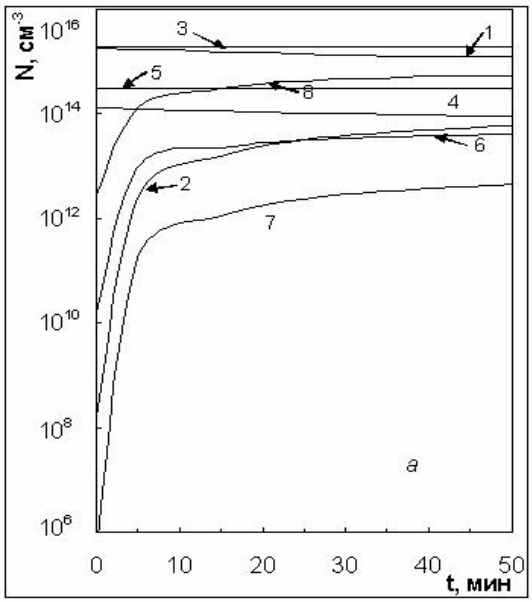
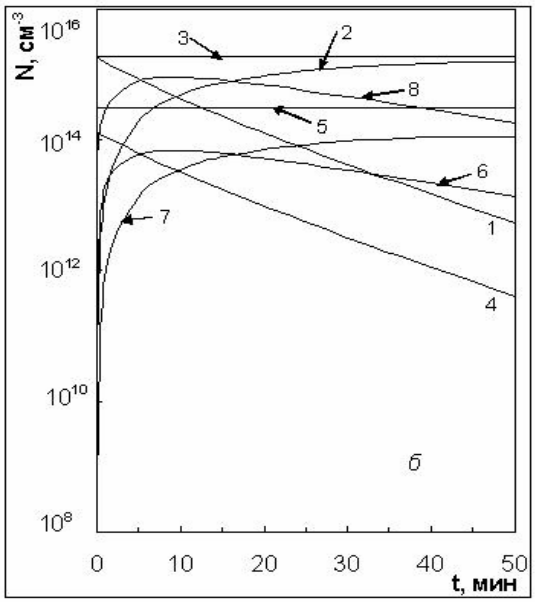
го значения при N_{Li}=0. На рис. 1,*б* скорость убывания N_A и N_W больше, а конечное значение меньше, чем на рис. 1,*а*, так как эти величины зависят от начальной концентрации лития. Увеличивая N^0_{Li}, можно повысить эффективность отжига.

Комплексы LiA (линия 8) и LiW (линия 6) являются промежуточными при формировании комплексов Li_2A и Li_2W, соответственно. Концентрации устойчивых комплексов Li_2A (линия 2) и Li_2W (линия 7) монотонно возрастают, стремясь к постоянным значениям при N_{Li}=0. Эти значения выше для образцов с большим N^0_{Li}, однако не превышают концентраций исходных ВРД, образовавшихся на первом этапе. Промежуточные комплексы образуются из ВРД, способных присоединять более одного атома Li. При достаточно высоком значении N^0_{Li} (рис. 1,*б*) концентрации промежуточных комплексов сначала увеличиваются, достигая максимума, а затем уменьшаются вследствие присоединения второго атома Li. В случае, представленном на рис. 1,*а*, зависимости 6 и 8 не достигают максимального значения, так как концентрации Li не достаточно для смещения баланса в сторону образования комплексов Li_2W и Li_2A.

При увеличении температуры отжига на 50 К рассмотренные закономерности проявляются за меньший промежуток времени, а при уменьшении – за больший. Таким образом, выбирая концентрацию лития и режим отжига в соответствии с условиями интенсивного облучения, можно существенно снизить концентрацию рекомбинационно и электрически активных ВРД.





а – $N^0_{P(S)}$ =5,2·10^{14} см$^{-3}$, $N^0_{B(S)}$ =3·10^{14} см$^{-3}$, N^0_{Li} =10^{15} см$^{-3}$;

б – $N^0_{P(S)}$ =5,2·10^{14} см$^{-3}$, $N^0_{B(S)}$ =3·10^{14} см$^{-3}$, N^0_{Li} =10^{16} см$^{-3}$;

1 – концентрация А-центров; 2 – концентрация комплексов Li_2A; 3 – концентрация К-центров; 4 – концентрация дивакансий W; 5 – концентрация комплексов SiB; 6 – концентрация комплексов LiW; 7 – концентрация комплексов Li_2W; 8 – концентрация комплексов LiA

Рисунок 1. Зависимость концентрации вторичных радиационных дефектов от времени отжига

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Богатов Н.М. Радиационные дефекты в кремнии, выращенном методом Чохральского. // Поверхность. 1999. №3. С. 72 - 78.

2. Богатов Н.М. Радиационные дефекты в кремнии, выращенном методом Чохральского, легированном литием. // Поверхность. 1999. № 8. С. 66 - 69.

ЛИНЕЙНЫЕ ФУНКЦИОНАЛЫ В ВЕСОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ СОБОЛЕВА

Корытов И.В.
Восточно-Сибирский государственный технологический университет, Улан-Удэ

Оценка качества формулы приближенного интегрирования при функционально-аналитическом подходе предполагает использование критерия минимальности нормы функционала погрешности в соответствующем пространстве. Нормы функционалов определяются через экстремальные функции, которые являются обобщенными решениями некоторых дифференциальных уравнений в частных производных.

Дифференциальный оператор такого уравнения порождается видом нормы функции в основном пространстве. Задачи этого круга восходят своими истоками к работам С.Л.Соболева 60-70 гг., где теория оценивания погрешности приближенного интегрирования была построена для гильбертовых пространств $L_2^{(m)}$ [1], [2]. Дальнейшее обобщение происходило одновременно в направлениях от $L_2^{(m)}$ к $L_p^{(m)}$ $(1 < p < \infty)$ В.И.Половинкиным [3] и от факторизации $L_2^{(m)}$ к $W_2^{(m)}$ Ц.Б.Шойнжуровым [4]. Теория для негильбертова показателя суммируемости $W_p^{(m)}$ разработана Ц.Б.Шойнжуровым [5], и независимо ряд сходных результатов получен М.Д.Рамазановым [6]. При разработке теории в $W_p^{(m)}$ вводились специальные способы нормирования пространства с помощью преобразования Фурье фундаментального решения известного дифференциального оператора. Разработка теории для пространств с естественными нормами, являющимися прямым обобщением норм из $L_p^{(m)}$ начата Ц.Б.Шойнжуровым [7] и продолжена нами [8]. В настоящее время исследования распространяются на функциональные пространства с нормами, осложненными весовыми функциями. Данная работа посвящена нахождению представлений линейных функционалов в весовом пространстве Соболева через суммируемые функции. Наличие представлений функционалов погрешности кубатурных формул в исследуемых пространствах позволяет получать оценки погрешности численного интегрирования для этих классов функций, в некоторых случаях неулучшаемые.

Предварительные сведения.

Пространство $W_p^{(m)}(R_n, |w|)$ определяется как замыкание пространства S Шварца в норме

$$\left\| j \;\middle|\; W_p^{(m)}(R_n, |w|) \right\| = \left(\int_{R_n} |w| \sum_{|a| \le m} \frac{|a|!}{a!} |D^a j|^p \, dx \right)^{\frac{1}{p}}, \quad (1)$$

где $w(x)$ – весовая функция произвольного знака, такая, что произведения $|w|^{\frac{1}{p}} |D^a j|$ суммируемы в p-й степени. Отметим, что в работах [1], [5] и других применялась весовая функция, неотрицательная на всей области определения.

Оператор $(1-\Delta)^m$, где Δ – оператор Лапласа, порождается нормой [5]

$$\left\| j \;\middle|\; W_p^{(m)}(R_n) \right\| = \left(\int_{R_n} \left| (1-\Delta)^m j \right|^p dx \right)^{\frac{1}{p}}, \quad (2)$$

Оператор $\sum_{|a| \le m} (-1)^{|a|} \Delta^{|a|}$ порождается нормой [8]

$$\left\| j \;\middle|\; W_p^{(m)}(R_n) \right\| = \left(\int_{R_n} \sum_{|a| \le m} \frac{|a|!}{a!} \left| D^a j \right|^p dx \right)^{\frac{1}{p}}, \quad (3)$$

Результаты.

Теорема 1. Фундаментальные решения $G(|x|)$ и $E(|x|)$ операторов $(1-\Delta)^m$ и $\sum_{|a| \le m} (-1)^{|a|} \Delta^{|a|}$ принадлежат пространству $W_p^{(m)}(R_n, |w|^{-\frac{1}{p-1}})$, $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = 1$, $1 < p < \infty$, $pm > n$.

Доказательство основано на оценках производных $D^a G$, $|a| \le m$, приведенных в [9], и на свойствах множителя Марцинкевича, каковым является отношение образов Фурье этих операторов $l(|x|) = \dfrac{(1+|x|^2)^m}{\sum_{|a| \le m} |x|^{2|a|}}$. Благодаря последнему факту оценки производных $D^a G$ оказываются справедливыми для $D^a E$, что дает для $L_{p'}$-норм

$$\left\| D^a E \middle| L_{p'}(R_n, |w|^{-\frac{1}{p-1}}) \right\| =$$

$$= \left\| F^{-1}\left[l F\left[D^a G \right] \right] \middle| L_{p'}(R_n, |w|^{-\frac{1}{p-1}}) \right\| \le$$

$$\le c_{p'} \left\| D^a G \middle| L_{p'}(R_n, |w|^{-\frac{1}{p-1}}) \right\|, \qquad |a| \le m.$$

Принадлежность всех производных фундаментального решения $E(|x|)$ весовому пространству $L_{p'}$ влечет утверждение теоремы.

Отметим, что условие $pm > n$ определяет вложение рассматриваемого пространства в пространство непрерывных функций, и что при этом условии существуют интегралы, оценивающие производные фундаментальных решений в окрестности начала координат. Условие непрерывности обязательно в теории кубатурных формул, так как дельта-функции функционала кубатурной суммы действуют на непрерывные функции.

Следствие. Свертка фундаментального решения $E(|x|)$ с функционалом l принадлежит пространству $W_p^{(m)}(R_n, |w|^{-\frac{1}{p-1}})$. Такая свертка является решением линейного дифференциального уравнения в обобщенных функциях, в частности образованного каким-либо из рассматриваемых операторов, когда правая часть равна функционалу l.

Теорема 2. Существует представление линейного функционала в весовом пространстве Соболева $W_p^{(m)}(R_n, |w|)$ через фундаментальное решение $E(|x|)$

$$(l, j) = \int_{R_n} \sum_{|a| \le m} \frac{|a|!}{a!} D^a (E * l) D^a j \, dx.$$

Доказательство проводится с применением неравенств Гельдера для сумм и интегралов, что приводит к оценке, основанной на утверждении следствия из теоремы 1

$$(l,j) \le \left(\int_{R_n} |w|^{-\frac{1}{p-1}} \sum_{|a|\le m} \frac{|a|!}{a!} |D^a (E*l)|^{p'} dx \right)^{\frac{1}{p'}} \cdot$$

$$\cdot \left(\int_{R_n} |w| \sum_{|a|\le m} \frac{|a|!}{a!} |D^a j|^p dx \right)^{\frac{1}{p}} =$$

$$= \left\| E*l \left| W_{p'}^{(m)}(R_n, |w|^{-\frac{1}{p-1}}) \right\| \cdot \left\| j \left| W_p^{(m)}(R_n, |w|) \right\| \right.$$

Замечание. В фактор-пространствах $L_p^{(m)}$, где подобные представления содержат частные производные только высшего порядка, нормы и представления являются однородными, иными словами функционалы в этих пространствах представлены билинейными формами.

Теорема 3. Существует представление линейного функционала в весовом пространстве Соболева $W_p^{(m)}(R_n, |w|)$ через экстремальную функцию y_0

$$(l,j) = \int_{R_n} \sum_{|a|\le m} \frac{|a|!}{a!} w |D^a y_0|^{p-1} \, sign(D^a y_0) D^a j \, dx$$

Доказательство основано на приведении вариационной задачи к дифференциальному уравнению в обобщенных функциях, в котором экстремальная функция y_0 функционала l удовлетворяет условию $(l, y_0) = \| l \|^{p'}$. Отправным положением является то, что в рефлексивном пространстве, каким является $W_p^{(m)}(R_n, |w|)$ при $1 < p < \infty$ максимум функционала, равный его норме, достигается на единичной сфере

$$\max_t \left(l, \frac{j_0 + tj}{\|j_0 + tj\|} \right) = \left(l, \frac{j_0 + tj}{\|j_0 + tj\|} \right)_{t=0}.$$

Составленная функция является непрерывной по параметру t. С использованием необходимого условия экстремума и с учетом единичности нормы функции $\|j_0\| = 1$ выводится искомое представление. Функции j_0 и y_0 связаны равенством $y_0 = j_0 \|l\|^{\frac{1}{p-1}}$.

Правомерность дифференцирования под знаком интеграла установлена при помощи оценок, содержащих нормы функций. Единственность решения уравнения установлена при помощи неравенств для весовых пространств Соболева, обобщающих неравенства Кларксона.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Соболев С.Л. Введение в теорию кубатурных формул. – М.: Наука, 1974.

2. Соболев С.Л., Васкевич В.Л. Кубатурные формулы. – Новосибирск: Изд-во ИМ СО РАН, 1996.

3. Половинкин В.И. Последовательности кубатурных формул и функционалов с пограничным слоем: Автореф. дис. ... докт. физ.-мат. наук. – Л., 1979.

4. Шойнжуров Ц.Б. Оценка функционалов погрешности кубатурной формулы в пространствах с нормой, зависящей от младших производных: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. – Новосибирск, 1967.

5. Шойнжуров Ц.Б. Теория кубатурных формул в функциональных пространствах с нормой, зависящей от функции и ее производных: Автореф. дис. ... докт. физ.-мат. наук. – Улан-Удэ, 1981.

6. Рамазанов М.Д. Лекции по теории приближенного интегрирования. – Уфа: Башгосуниверситет, 1973.

7. Шойнжуров Ц.Б. Решение одного класса квазилинейных уравнений второго порядка эллиптического типа в неограниченной среде // Математический анализ и дифференциальные уравнения: Межвуз. сб. науч. тр. — Новосибирск, 1992. — С. 109-113.

8. Корытов И.В. Оценка функционалов погрешности кубатурных формул в функциональных пространствах Соболева: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. – Красноярск, 1997.

9. Никольский С.М. Приближение функций многих переменных и теоремы вложения. — М.: Наука, 1977 .

НИР ПО СОЗДАНИЮ ТРАНСИЛЛЮМИНАЦИОННЫХ МОНИТОРОВ И ИНДИКАТОРОВ ЖИЗНЕСПОСОБНОСТИ ОРГАНОВ И ТКАНЕЙ

Сигал З.М., Никифорова А.Н., Золотарев К.Е., Гусев В.К., Бабушкин Ф.Г., Сурнина О.В., Ремняков В.В., Мельников К.Г.

Профессор З.М.Сигал предложил и разработал новые методы мониторинга и индикации жизнеспособности органов и тканей, а также концептуальный ряд медико-технических устройств для их осуществления, защищенные 30 патентами и изобретениями. За создание первого действующего гастроинтестинального монитора и внедрение его в практику здравоохранения он награжден Золотой медалью ВДНХ. Трансиллюминационные мониторы и индикаторы жизнеспособности подразделяются на операционные и неоперационные, эндоскопические, малоинвазивные и классические. Клиническая апробация мониторов З.М. Сигала проведена на тысячах больных. Это анестезиологические, хирургические, терапевтические, стоматологические, гинекологические, трансиллюминационные приборы для лор-органов, для лечебной физ-культуры, для разработки и оценки лекарств, пульмонологические, нейрохирургические и неврологические, сосудистые, для мониторинга ожогов, обморожений, травм, дерматологические мониторы. Мониторы и индикаторы жизнеспособности полых органов - пищеводные, желудочно-12-типерстные, интестинальные, колоректальные, урологические, бронхолегочные, торакальные, детские и др. Все эти приборы служат для экспресс-оценки жизнеспособности органов, коррекции обратимой ишемии, специфической диагностики очаговой и диффузной патологии, экспресс-оценки качества лечения и выработки эффективной медицинской тактики, для профи-