оператор $H \to H$, гладкий по t,t в операторной топологии, при этом выполняется равенство (свойство стационарности на периоде)

$$U(t+T,t+T)=U(t,t). \tag{4}$$

1. Пусть условия 1°, 2° выполняются при $\Gamma = I$. Имеем для значений $V, \dot V$ на любом решении $u(x,t)$ равенства

$$V=\left\langle U^* U\, h,h\right\rangle,$$

$$\dot V=\left\langle \left(U^* U\right)'h,h\right\rangle, U=U(t,0)$$

Условия 1°, 2° дают:

$$\left(U^*U\right)^{\cdot} \le 0; \quad \left(U^*U\right)^{\cdot} \le -mI \tag{5}$$

при некотором $t \ge 0.$

Из второго неравенства (5) легко получить: существует $t_0 > 0$ такое, что

$$U^*U\Big|_{t=t_0} < I. \tag{6}$$

Зафиксируем период $T_0 = kT \ge t_0$; с учетом (6) и первого неравенства (5) имеем: число

$$q=\left|U(T_0,0)\right|<1. \tag{7}$$

Далее, из (4) вытекает равенство

$$U(nT_0,0)=\left[U(T_0,0)\right]^n, \tag{8}$$

$$n=0,1,2,\mathbf{K}.$$

Из (7), (8) с учетом априорной оценки для решения задачи Коши (1) вытекает для решений (1) оценка (3) с константой $n=\left|\ln q\right|$.

2. В общем случае замена Ляпунова $y=\Gamma^{1/2}x$, где $\Gamma^{1/2}$ - эрмитово-положительный корень из Γ, приводит к ситуации пункта 1.

Заметим, что требования 1°, 2° на $\dot V$ существенно слабее, чем в аналогичной ситуации в [6] для систем с любыми гладкими коэффициентами.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Романовский Р.К. О матрицах Римана первого и второго рода// Докл. АН СССР 1982. Т. 267, №3. С. 577 – 580.
2. Романовский Р.К. О матрицах Римана первого и второго рода// Мат. сб. 1985. Т. 127, №4. С. 494 – 501.
3. Романовский Р.К. Экспоненциально расщепляемые гиперболические системы с двумя независимыми переменными// Мат. сб. 1987. Т. 133, №3. С. 341 – 355.
4. Романовский Р.К. Об операторе монодромии гиперболической системы с периодическими коэффициентами// В книге: Применение методов функционального анализа к задачам математической физики. Киев: Изд. ИМ АН УССР 1987. С. 47 – 52.
5. Романовский Р.К. Усреднение гиперболических уравнений// Докл. АН СССР 1989. Т. 306, №2. С. 286 – 289.
6. Воробьева Е.В., Романовский Р.К. Об устойчивости решений задачи Коши для гиперболической системы с двумя независимыми переменными// Сиб. мат. журн. 1998. Т. 39, №6. С. 1290 – 1292.
7. Романовский Р.К., Воробьева Е.В., И.Д. Макарова. Об устойчивости решений смешанной задачи для почти линейной гиперболической системы на плоскости// Сиб. журн. индустриальной математики 2003. Т. VI, №1. С. 118 – 124.

ОЦЕНИВАНИЕ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПОЛОЖЕНИЯ КОМПАНИИ НА РЫНКЕ СОТОВОЙ СВЯЗИ

Смолин В.В.

Южно-Уральский государственный университет, Челябинск

Для модели поведения на рынке фирмы-оператора сотовой связи формулируется и решается задача оценивания положения компании на рынке, в том числе и с целью прогнозирования состояния рынка сотовой связи. Модель учитывает наличие компаний-конкурентов, а также параметры, влияющие на выбор потенциальными абонентами той или иной компании.

Построена модель функционирования сотовой компании в условиях конкуренции [1, 2] и изменяющейся рыночной ситуации (фактически, модель рынка сотовой связи), имеющая вид:

$$\left.\begin{aligned}
x_{k+1}^1 &= x_k^1 + Ta_1(N - l\,(1-K)x_k^1 - g_2 x_k^3 - x_k^1 - x_k^2)(a_1 x_k^1 + bu_1) + x_k^1;\\
x_{k+1}^2 &= x_k^2 + Ta_2(N - x_k^1 - x_k^2)(a_2 x_k^1 + a_3 x_k^2 + bu_2) + x_k^2;\\
x_{k+1}^3 &= x_k^3 + Ta_3(N - g_0 x_k^3)(a_4 x_k^1 + a_5 x_k^2 + a_6 x_k^3) + x_k^3,
\end{aligned}\right\} \tag{1}$$

где x_k^1 – количество абонентов компании; x_k^2 – количество абонентов у сотовой компании-конкурента; x_k^3 – количество потенциальных абонентов, понимающих, что тариф, предлагаемый конкурентом, лучше; N – общее число потенциальных абонентов в регионе; x_k^i, $i=1,2,3$ – ошибка, характеризующая расхождение уравнений модели и реальной динамики изменения количества абонентов;

K_k – коэффициент, отражающий качество сотовой связи компании; a_i, $i = 1,2,3$, l, g_0, g_2, bu_1, bu_2 – некоторые постоянные (известные); a_i, $i = 1,2,\dots,6$ – параметры, учитывающие влияние рекламы, тарифов, особенности поведения людей и т.д. на выбор компании – оператора сотовой связи; T – период дискретизации (интервал времени, с которым поступает информация о количестве новых абонентов; в данном случае равен одному дню); $k = 0,1,\dots$.

Уравнения информационной системы компании, наблюдающей за состоянием рынка сотовой связи, имеют вид

$$y^1_{k+1} = x^1_{k+1} + h^1_{k+1}, \;\; y^2_{k+1} = x^2_{k+1} + h^2_{k+1}, \quad (2)$$

где h^1_{k+1}, h^2_{k+1} – ошибки измерения (ошибки в определении) количества подключений к услугам компании и конкурента соответственно за k-й период времени.

Приводится решение задачи оценивания состояния и параметров методами калмановской фильтрации и методами минимаксного оценивания. Показано, что применение предложенных алгоритмов позволяет повысить точность оценок состояния и ряда параметров в несколько раз.

Кроме того, рассматривается случай, когда данные по компании-конкуренту поступают с меньшей частотой, чем данные по своей компании, а также с некоторым запаздыванием. Это в большей степени соответствует реальности, что обусловлено сложностью получения оперативных данных о состоянии конкурента. Другими словами, величина x^2_k измеряется нерегулярно и эти измерения соответствуют некоторому моменту времени в прошлом.

Для организации решения задачи оценивания в данных условиях предлагается следующий подход. При поступлении в момент времени $t + \Delta t$ очередных данных о величине x^2_k, соответствующих моменту времени t, необходимо вернуть фильтр в состояние, соответствующее этому моменту времени и сделать итерацию фильтра, учитывающего поступившее измерение. Т.к. на данной итерации имеется информация не только о количестве абонентов компании, но и конкурента, то уравнения информационной системы имеют вид (2). В остальных случаях доступная информация ограничивается только величиной y^1_k. Т.е. фактически используется два фильтра. Показывается, что применение данного подхода позволяет в несколько раз повысить точность прогнозирования состояния рынка сотовой связи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А.Б. Блинов, А.И. Коблов, В.И. Ширяев. Модели поведения абонентов на конкурентном рынке // Стратегическое планирование и развитие предприятий. Секция 2. - М.: ЦЭМИ РАН, 2004. с. 31-32.

2. Ширяев В.И., Смолин В.В. Оценивание и прогнозирование состояния и параметров компании сотовой связи // Материалы третьей междисциплинарной конференции ("НБИТТ-21"). Петрозаводск, 21-23 июня 2004. - С.84-85.

КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ КРИВОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ ЛЕСОВОЗНОГО АВТОПОЕЗДА

Соколов Г.М., Стариков С.А.
Марийский государственный технический университет

Для оценки динамических процессов, происходящих при криволинейном движении лесовозного автопоезда (ЛАП-а), необходимо знать кинематические параметры его основных элементов и характерных точек и связь между ними.

В реальных условиях движение ЛАП-а по кривым характеризуется явно выраженной кинематической нестационарностью. Поэтому в основе его изучения должны лежать комплексные исследования дважды (геометрически и кинематически) нестационарных режимов, которые представляют собой наиболее распространенный вид движения и качественно отличаются от стационарных.

В проекции на опорную поверхность движение каждого элемента ЛАП-а в приближении можно считать плоско-параллельным.

Задачами исследований является определение траекторий характерных точек автопоезда, линейных и угловых скоростей и ускорений, построение подвижной и неподвижной центроид, кругов Лагира и Брессе, свидетельствующих о знакопеременности нормальных и касательных ускорений [1].

Разработанная математическая модель [2] позволяет решать геометрические задачи криволинейного движения ЛАП-а в условиях голономных связей без учета параметра времени, в результате чего можно получить соотношения между кинематическими параметрами.

При заданном законе движения вдоль основной траектории $s = s(t)$ [3] скорость, касательное и нормальное ускорения средней точки задней оси автомобиля

$$v = \dot{s}, \; w^t = \ddot{s}, \; w^n = \dot{s}^2 / r,$$

где r - радиус кривизны.

Исходя из теории плоского движения определяются кинематические параметры характерных точек и основных элементов ЛАП-а [2]. При этом линейные и угловые скорости связаны между собой аналогичными соотношениями, что линейные и угловые перемещения, соответственно.

Скорость и ускорение произвольной точки M

$$\bar{v}_M = \bar{v}_{Ai} + \bar{v}_{MAi}, \; \bar{w}_M = \bar{w}_{Ai} + \bar{w}^n_{MAi} + \bar{w}^t_{MAi},$$

где v_{Ai}, w_{Ai} - скорость и ускорение точки A_i, выбранной за полюс.

Угловая скорость и угловое ускорение i-того элемента автопоезда