$D=\{x=(s,t):0<t<t^*, 0<s<j(t)\}$, такие, что выполняется равенство

$$\frac{\partial u}{\partial t}+A\frac{\partial u}{\partial s}+Bu=0,\quad u=\begin{bmatrix}u_1\\u_2\end{bmatrix},$$
$$A=\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix},\quad B=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&1\\1&-1\end{pmatrix}, \tag{1}$$

и при этом функции $T=\frac{1}{2}(u_1+u_2),\ q=\frac{1}{2}(u_1-u_2)$ и их предельные значения на границе D удовлетворяют условиям $T>0,\ q>0,$

$$q\big|_{s=0}=q^*>0,\quad (q-\sqrt{T^2+T})\Big|_l=0,$$
$$\frac{T}{q}\Big|_l=j. \tag{2}$$

Здесь $l=\{x:s=j(t)\}$ - граница раздела фаз, T,q - безразмерные температура и тепловой поток в жидкой фазе.

Доказана однозначная разрешимость краевой задачи (1)-(2), получены оценки для константы t^* и порогового значения q^*, предложена итерационная процедура построения функций j, T, q. Центральным местом в обосновании является построение и анализ интегрального уравнения для предельного значения температуры жидкой фазы на границе раздела фаз.

Заметим, что с учетом $j(0)=0$ кривая l лежит при $t>0$ в открытом углу между прямой $s=0$ и характеристикой $s=t$ системы (1). Это означает выполнение в данной модели физического требования: граница раздела фаз движется не быстрее фронта тепловой волны [5].

ЛИТЕРАТУРА. [1] Романовский Р.К.// Мат.сб. 1987. Т.133, № 3. С. 341-355. [2] Воробьева Е.В., Романовский Р.К. // Сиб. матем. журн. 2000.Т.41, № 3, С. 531-540. [3] Соболев С.Л. // УФН. 1997. Т.167, № 10. С. 1095-1106. [4] Соболев С.Л. // УФН. 1991. Т.161, № 3. С.5-29. [5] Лыков А.В. // Инж.-физ. журн. 1965. Т.9, № 3. С. 287-304.

УДК 517.929+519.248

Об устойчивости одного класса стохастических систем

Стругова Т.М.
Омский Государственный Технический Университет, Омск

Работа является продолжением исследований по теории устойчивости для уравнений с почти периодическими коэффициентами, выполненные в последнее десятилетие группой математиков г. Омска (см. работу [1] и ссылки в ней).

Рассматривается динамическая система

$$x_{n+1}=(A_n+B_n\xi_n)x_n,\quad n=0,1,2\ldots \tag{1}$$

Здесь A_n, B_n – почти периодические матрицы порядка N, ξ_n – независимые случайные величины со значениями в $\mathbb{C}$, $M[x_n]=0,\quad D[x_n]=1.$ Почти периодичность по дискретному времени означает выполнение критерия компактности Бохнера [2]. Под решением системы (1) понимается случайная функция со значениями в $\mathbf{C}^N$, с вероятностью единица удовлетворяющая (1) на каждом промежутке $[0,n]\subset\mathbb{Z}$.

Будем говорить, что решение $x_n=0$ экспоненциально устойчиво в среднем квадратическом, если существуют константы $\alpha>0$, $\beta>0$ такие, что для любого решения x_n матрица $h_n=\mathrm{M}[x_n x_n^*]$ удовлетворяет оценке

$$\|h_n\|\le a\ e^{-b\,n}\|h_0\|\qquad (n>0).$$

Здесь и далее $\|\cdot\|$ - эрмитова норма матрицы, $*$ означает транспони-рование и комплексное сопряжение. Обозначим H - конус эрмитово-неотрицательных матриц порядка N.

<u>Т Е О Р Е М А</u>. Пусть существует почти периодическая матрица Γ_n с отделенным от нуля определителем такая, что при любых $n\ge 0$, $h\in H$ имеет место неравенство

$$\|\Gamma_{n+1}(A_n hA_n^*+B_n hB_n^*)\Gamma_{n+1}^*\|-\|\Gamma_n h\Gamma_n^*\|\le 0, \tag{2}$$

при этом левая часть (2) отлична от тождественного нуля на каждом ненулевом решении $h=h_n$ системы $h_{n+1}=A_n hA_n^*+B_n hB_n^*$ со значениями в H. Тогда решение $x_n=0$ системы (1) экспоненциально устойчиво в среднем квадратическом.

ЛИТЕРАТУРА.
1. Романовский Р.К., Троценко Г.А. Метод функционалов Ляпунова для линейных дифференциально-разностных систем нейтрального типа с почти периодическими коэффициентами // Сиб. матем.журн. 2003. Т. 44, №2. С.444-453.
2. Левитан Б.М., Жиков В.В. Почти периодические функции и дифференциальные уравнения. М.: Изд-во МГУ, 1978.